Pengujian Hipotesis untuk Perbedaan Dua Proporsi Populasi Menggunakan Pendekatan Bayes

[1]Garindra Dwi Cahyo, [2]Siti Sunendiari, [3]Aceng Komarudin Mutaqin

[1,2,3]Prodi Statistika, FakultasMatematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Jl. Tamansari No.1 Bandung 40116

email: [1]garindradwicahyo@gmail.com, [2]sunen_diari@yahoo.com, [2]aceng.k.mutaqin@gmail.com

Abstract. In this thesis discussed hypothesis testing the difference of two population proportions using Bayes approach, for value difference greater than zero. Two methods will be discussed for the problem, based on the p-value values calculated from the posterior distribution and based on the Bayes confidence interval, the highest posterior density interval. As an application material used traffic accident data in Polres Bandung and Polrestabes Bandung in 2015 to 2017. The result of a one-party test for the difference of two proportions using Bayes approach, where the value of p-value is greater than γ = 5% then the difference of population proportion of traffic accident without SIM driver in Badung Police Station and Polrestabes Bandung 0.025. Meanwhile, to test the difference of two proportions using Bayes approach with confidence interval test where the interval is (-0.08; 0.36) where the value of η = 0.025 is in the interval then the difference of population proportion of driver traffic without SIM in Badung Police Station and Polrestabes Bandung equal to 0.025 .

Keywords: P-Value, Highest Posterior Density Interval, Prior Distribution, Posterior Distribution, Beta Distribution.

Abstrak. Dalam makalah ini dibahas pengujian hipotesis perbedaan dua proporsi populasi menggunakan pendekatan Bayes, untuk nilai perbedaan yang lebih besar dari nol. Dua metode akan dibahas untuk masalah tersebut, yaitu berdasarkan nilai p-value yang dihitung dari distribusi posterior dan berdasarkan interval kepercayaan Bayes, yaitu *highest posterior density interval*. Sebagai bahan aplikasi digunakan data kecelakaan lalu lintas di Polres Bandung dan Polrestabes Bandung di tahun 2015 sampai 2017. Hasil dari uji satu pihak untuk perbedaan dua proporsi menggunakan pendekatan Bayes, dimana nilai p-value nya lebih besar dari γ=5% maka perbedaan proporsi populasi jumlah kecelakaan lalu lintas pengendara tanpa SIM di Polres Badung dan Polrestabes Bandung lebih kecil 0.025. Sementara untuk uji perbedaan dua proporsi menggunakan pendekatan Bayes dengan uji interval kepercayaan dimana intervalnya adalah (-0.08;0.36) dimana nilai η=0.025 berada dalam interval maka perbedaan proporsi populasi jumlah kecelakaan lalu lintas pengendara tanpa SIM di Polres Badung dan Polrestabes Bandung sama dengan 0.025.

Kata Kunci: P-Value, Highest Posterior Density Interval, Distribusi Prior, Distribusi Posterior, Distribusi Beta.

A. Pendahuluan

Kadangkala penelitian dihadapkan pada masalah pengujian hipotesis perbedaan dua proporsi. Sebagai contoh ingin diketahui apakah proporsi ahli bedah saraf di suatu kota sama dengan proporsi ahli bedah saraf di kota lain. Contoh lainnya adalah ingin diketahui apakah proporsi perokok yang mengidap kanker paru-paru melebihi proporsi orang yang tidak merokok yang mengidap kanker paru-paru (Walpole dan Myers, 1995). Ada kalanya proporsi dari dua contoh perbedaan proporsi diatas adalah sama sehingga akan mengakibatkan perbedaan kedua proporsi tersebut menjadi nol , $\pi_1 = \pi_2$ maka $\pi_1 - \pi_2 = 0$. Ada beberapa alat statistik klasik yang dapat digunakan untuk menguji hipotesis perbedaan dua proporsi, diantaranya adalah uji eksak Fisher, uji Chi-kuadrat Pearson dengan koreksi Yates dan uji dengan pendekatan normal. Uji eksak Fisher didasari pada distribusi hipergeometrik dan digunakan untuk jumlah ukuran sampel kecil, yaitu kurang dari 20 (Pham-Gia dkk., 2017). Uji Chi-kuadrat Pearson dengan koreksi Yates digunakan untuk jumlah ukuran sampel sedang, yaitu antara 20 sampai 40 (D'Agostino dkk., 1988). Sementara itu, uji dengan pendekatan normal digunakan untuk jumlah ukuran sampel besar, yaitu lebih dari 40. (Pham-Gia dkk., 2017) membahas pengujian hipotesis perbedaan dua proporsi dengan menggunakan pendekatan Bayes ketika perbedaan dua proporsinya tidak sama dengan nol. Untuk hal-hal tersebut yang sudah pasti perbedaan proporsinya tidak sama dengan nol. Misalkan proporsi untuk populasi 1 dan 2 masing-masing adalah π_1 dan π_2.

Misalkan juga bahwa perbedaan dari kedua proporsi tersebut adalah $\pi = \pi_1 - \pi_2$. Prosedur pengujian hipotesis perbedaan dua proporsi yang diusulkan oleh (Pham-Gia dkk., 2017) dapat digunakan ketika nilai $\pi \neq 0$. Untuk pengujian hipotesis satu pihak $H_0: \pi \leq \eta$ melawan $H_1: \pi > \eta$. menggunakan nilai *p-value* berdasarkan distribusi posterior untuk memutuskan hipotesis mana yang diterima. Sedangkan untuk pengujian hipotesis $H_0: \pi = \eta$ melawan $H_1: \pi \neq \eta$, (Pham-Gia dkk., 2017). menggunakan interval kepercayaan Bayes dari parameter π untuk memutuskan hipotesis mana yang diterima. Pada skripsi ini populasinya adalah data kecelakaan pengendara tanpa SIM di Polres Bandung dan kecelakaan pengendara tanpa SIM di Polrestabes Bandung. (Pikiran Rakyat;2015) Mengemukakan bahwa banyaknya kecelakaan pengendara tanpa SIM di wilayah Polres Bandung lebih besar di banding di wilayah Polrestabes Bandung, karena kepemilikan SIM masyarakat di daerah Kabupaten Bandung lebih rendah di banding masyarakat di Kota Bandung. Bisa jadi dikarenakan luas geografi wilayah Kabupaten Bandung yang sangat luas sementara tempat untuk membuat SIM berada di daerah Soreang, dan sulitnya prosedur untuk mendapatkan SIM di polres Bandung. Berdasarkan hal diatas diambil sampelnya adalah kecelakaan lalu lintas pengendara tanpa SIM di Polres Bandung dan Polrestabes Bandung dari bulan Februari 2015 sampai dengan bulan Desember 2017. Oleh karena itu dalam makalah ini akan dibahas pengujian hipotesis untuk perbedaan dua proporsi populasi menggunakan pendekatan Bayes.

B. Landasan Teori

1) Teorema Picard

Teorema 1 (Teorema Picard): Misalkan a, b_1, b_2 dan c adalah bilangan riil atau bilangan kompleks. Jika a dan $c - a$ positif dan $F_1(a, b_1, b_2; c; x, y)$ konvergen, maka:

$$F_1(a, b_1, b_2; c; x, y) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a)\Gamma(c-a)} \int_0^1 u^{a-1}(1-u)^{c-a-1}(1-ux)^{-b_1}(1-uy)^{-b_2}\, du. \qquad (2.1)$$

Persamaan di atas dapat dinyatakan sebagai:

$$F_1(a, b_1, b_2; c; x, y) = (1-x)^{c-(a+b_1)}(1-y)^{-b_2}\, F_1\left(c-a, c-(b_1+b_2), b_2; c; x, \frac{y-x}{y-1}\right) \qquad (2.2)$$

atau

$$F_1(a, b_1, b_2; c; x, y) = (1-x)^{-b_1}(1-y)^{c-(a+b_2)}\, F_1\left(c-a, b_1, c-(b_1+b_2); c; \frac{(x-y)}{(x-1)}, y\right) \qquad (2.3)$$

Persamaan diatas dikenal sebagai Teorema Picard yang konvergen untuk $c - a > 0, a > 0$.

2) Distribusi Prior untuk Perbedaan Dua Proporsi Populasi

Teorema 2: Misalkan $\pi_i \sim \text{beta}(\alpha_i\,,\beta_i)$, untuk $i = 1, 2$, adalah dua peubah acak saling bebas yang berdistribusi beta dengan parameter masing-masing (α_1, β_1) dan (α_2, β_2) (Sunendiari., 2010).

Perbedaan $\pi = \pi_1 - \pi_2$ mempunyai fungsi densitas sebagai berikut :

$$P_\pi(x) = \begin{cases} B(\alpha_2\,,\beta_1)\, x^{\beta_1+\beta_2-1}\,(1-x)^{\alpha_2+\beta_1-1} \\ \quad F_1(\beta_1, \alpha_1+\alpha_2+\beta_1+\beta_2-2, 1-\alpha_1; \beta_1+\alpha_2; (1-x), 1-x^2)/A \;;\; 0 < x \le 1 \\ B(\alpha_1+\alpha_2-1; \beta_1+\beta_2-1)/A \quad ; x = 0 \qquad , \alpha_1+\alpha_2 > 1, \beta_1+\beta_2 > 1 \\ B(\alpha_1\,,\beta_2)(-x)^{\beta_1+\beta_2-1}(1+x)^{\alpha_1+\beta_2-1} \\ \quad F_1(\beta_2, 1-\alpha_2, \alpha_1+\alpha_2+\beta_1+\beta_2-2; \alpha_1+\beta_2; 1-x^2, 1+x)/A\,; -1 \le x < 0 \end{cases} \qquad (2.4)$$

dimana $A = B(\alpha_1, \beta_1)B(\alpha_2, \beta_2)$,

$$B(\alpha_i, \beta_i) = \frac{\Gamma(\alpha_i)\Gamma(\beta_i)}{\Gamma(\alpha_i + \beta_i)}.$$

$F_1(.)$ adalah fungsi hipergeometrik pertama Appell

Distribusi prior dari π adalah $\psi(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2)$ yang diperoleh dari dua distribusi prior beta. (2.5)

Beberapa pendekatan dalam pengujian Bayes diberikan di bawah ini.

3) Pengujian Hipotesis Bayes untuk Perbedaan Dua Proporsi

Kasus 1: pengujian satu sisi dengan hipotesis:

$H_0 : \pi \le \eta$

$H_1 : \pi > \eta$ untuk $\eta > 0$.

Proposisi 1: Untuk melakukan pengujian hipotesis di atas dengan tingkat signifikansi γ, hitung distribusi posterior π, dimana π adalah selisih dari $\pi_1 - \pi_2$, yaitu $P_{\pi|X_1,X_2}(\pi|\alpha_1^*, \beta_1^*, \alpha_2^*, \beta_2^*)$, dimana $\alpha_i^* = \alpha_i + x_i$ dan $\beta_i^* = \beta_i + n_i - x_i$, untuk $i = 1, 2$. Melalui distribusi posterior π tersebut dapat dihitung peluang $P(\pi > \eta)$ dan membandingkannya dengan tingkat signifikansi γ untuk memutuskan apakah hipotesis nol diterima atau ditolak.

$P_{\pi|X_1,X_2}(\pi|\alpha_1^*, \beta_1^*, \alpha_2^*, \beta_2^*)$,

dimana $\alpha_i^* = \alpha_i + x_i$ dan $\beta_i^* = \beta_i + n_i - x_i$, untuk $i = 1, 2$. (2.8)

$$P_{\pi|X_1,X_2}\left(\pi|\alpha_{1,}^{*}\beta_1^{*},\alpha_2^{*},\beta_2^{*}\right)$$
$$= \begin{cases} B(\alpha_2^{*},\beta_1^{*})\, x^{\beta_1^{*}+\beta_2^{*}-1}\,(1-x)^{\alpha_2^{*}+\beta_1^{*}-1} \\ \quad F_1\left(\beta_1^{*},\alpha_{1,}^{*}+\alpha_2^{*}+\beta_1^{*}+\beta_2^{*}-2,1-\alpha_{1,}^{*};\beta_1^{*}+\alpha_2^{*};\left((1-x),1-x^2\right)\right)/A^{*} & ;\ 0 \le x < 1 \\ B(\alpha_{1,}^{*}+\alpha_2^{*}-1;\beta_1^{*}+\beta_2^{*}-1)/A^{*}\ :x=0 & ,\alpha_1^{*}+\alpha_2^{*}>1,\beta_1^{*}+\beta_2^{*}>1 \\ B\left(\alpha_{1,}^{*},\beta_2^{*}\right)(-x)^{\beta_1^{*}+\beta_2^{*}-1}(1+x)^{\alpha_{1,}^{*}+\beta_2^{*}-1} \\ \quad F_1(\beta_2^{*},1-\alpha_2^{*},\alpha_{1,}^{*}+\alpha_2^{*}+\beta_1^{*}+\beta_2^{*}-2;\alpha_{1,}^{*}+\beta_2^{*};1-x^2,1+x)/A^{*} & ;-1 \le x < 0 \end{cases} \tag{2.9}$$

dimana $A^{*} = B(\alpha_1^{*},\beta_1^{*})B(\alpha_2^{*},\beta_2^{*})$,

$$B(\alpha_i^{*},\beta_i^{*}) = \frac{\Gamma(\alpha_i^{*})\Gamma(\beta_i^{*})}{\Gamma(\alpha_i^{*}+\beta_i^{*})}.$$

Distribusi posterior tersebut dapat digunakan untuk menghitung peluang:

$$P(\pi > \eta) = \int_{\eta}^{1} P_{\pi|X_1,X_2}\left(x|\alpha_{1,}^{*}\beta_1^{*},\alpha_2^{*},\beta_2^{*}\right)dx \tag{2.10}$$

sebagai nilai p-value yang nantinya dibandingkan dengan tingkat signifikansi γ untuk memutuskan apakah hipotesis nol diterima atau ditolak.

Kasus 2: pengujian hipotesis menggunakan interval kepercayaan

$H_0: \pi = \eta$

$H_1: \pi \neq \eta$ untuk $\eta > 0$.

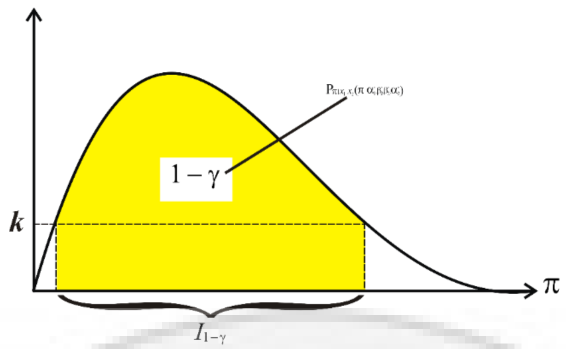
HPD interval dikenal pula dengan sebutan *the shortest credible interval* (interval kepercayaan terpendek). HPD interval dari parameter π dibentuk berdasarkan fungsi densitas posterior $P_{\pi|X_1,X_2}\left(\pi|\alpha_{1,}^{*}\beta_1^{*},\alpha_2^{*},\beta_2^{*}\right)$. HPD interval $100(1-\gamma)\%$ dari parameter π,

$$I_{1-\gamma} = \left\{\pi: P_{\pi|X_1,X_2}\left(\pi|\alpha_{1,}^{*}\beta_1^{*},\alpha_2^{*},\beta_2^{*}\right) \ge k\right\} \tag{2.11}$$

dimana k adalah bilangan terbesar sedemikian sehingga:

$$\int_{\pi:P_{\pi|X_1,X_2}\left(\pi|\alpha_{1,}^{*}\beta_1^{*},\alpha_2^{*},\beta_2^{*}\right)\ge k} P_{\pi|X_1,X_2}\left(\pi|\alpha_{1,}^{*}\beta_1^{*},\alpha_2^{*},\beta_2^{*}\right)dx = 1-\gamma\,. \tag{2.12}$$

Jika nilai η tercakup dalam interval $I_{1-\gamma}$, maka hipotesis nol diterima. Gambar 2.1 mengilustrasikan HPD interval $100(1-\gamma)\%$ dari parameter π.



Gambar 1. HPD Interval $100(1-\gamma)\%$

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Dalam pembahasan ini akan dilakukan perhitungan data informasi(η), yang dihitung berdasarkan rata-rata dari selisih proporsi data jumlah kecelakaan lalu lintas pengendara tanpa SIM di Polres Bandung dan Polrestabes Bandung untuk bulan Februari 2015 sampai dengan November 2017. Sementara yang akan diteliti adalah perbedaan dua proporsi jumlah kecelakaan pengendara tanpa SIM untuk bulan Desember 2017 di Polres Bandung dan Polrestabes Bandung, Dengan hasil pada Tabel 1 sebagai berikut:

Tabel 1. Proporsi jumlah kecelakaan lalu lintas pengendara tanpa SIM di Polres dan Polrestabes Bandung

Bulan	Tahun	Polres (p_1)	Polrestabes (p_2)
Februari	2015	0.5758	0
Maret	2015	0.4474	0.4681
⋮	⋮	⋮	⋮
November	2017	0.7727	0.4286
Rata-rata $\overline{p_i}$		0.55135	0.348841
$\eta = \overline{p_1} - \overline{p_2}$		0.2025	

Selisih dari rata-rata proporsi data jumlah kecelakaan lalu lintas pengendara tanpa SIM di Polres Bandung dan Polrestabes Bandung untuk bulan Februari 2015 sampai dengan November 2017 adalah 0.2025. maka nilai $\eta = 0.2025$.Nilai $\eta = 0.2025$ akan digunakan untuk menghitung peluang posterior.

1) Menaksir Parameter

Menaksir parameter $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$ dari distribusi beta prior pada persamaan (2.4) dan menaksir $\alpha_1^*, \beta_2^*, \alpha_2^*, \beta_2^*$ dari distribusi beta pada persamaan (2.9). Berdasarkan data proporsi jumlah kecelakaan lalu lintas pengendara tanpa SIM di Polres Bandung dan Polrestabes Bandung dari bulan Februari 2015 sampai dengan November 2017 menggunakan perangkat lunak Matlab 2017. Maka didapat nilai $\alpha_1 = 11.3145$, $\beta_1 = 9.4086, \alpha_2 = 0.0152, \beta_2 = 0.1791$. Berdasarkan data proporsi jumlah kecelakaan lalu lintas pengendara tanpa SIM di Polres Bandung dan Polrestabes Bandung untuk bulan Desember 2017 didatat nilai $\alpha_1^* = 22.3145, \beta_1^* = 28.4086, \alpha_2^* = 8.0152$, $\beta_2^* = 19.1791$.

2) Hasil Penerapan Uji Perbedaan Dua Proporsi Menggunakan Pendekatan Bayes

- **Uji Satu Pihak**

Menentukan hipotesis:

$H_0: \pi \leq \eta$(perbedaan proporsi populasi jumlah kecelakaan lalu lintas pengendara tanpa SIM di Polres Bandung dan Polrestabes Bandung kurang dari atau sama dengan η).

$H_1: \pi > \eta$(perbedaan proporsi populasi jumlah kecelakaan lalu lintas pengendara tanpa SIM di Polres Bandung dan Polrestabes Bandung lebih besar dari η).

Menghitung nilai p-value pada persamaan (2.10) yang dihitung menggunakan perangkat lunak matlab 2015b. dengan hasil $P(\pi > \eta) = 0.3088.$ yang nantinya dibandingkan dengan tingkat signifikansi $\gamma = 5\%$. Karena $P(\pi > \eta) = 0.3088 > \gamma = 5\%$, maka hipotesis nol diterima dan disimpulkan bahwa perbedaan proporsi populasi jumlah kecelakaan lalu lintas pengendara tanpa SIM di Polres Bandung dan Polrestabes Bandung lebih kecil η.

- **Interval Kepercayaan**

Menentukan hipotesis:

$H_0: \pi = \eta$(perbedaan proporsi populasi jumlah kecelakaan lalu lintas pengendara tanpa SIM di Polres Bandung dan Polrestabes Bandung sama dengan η).

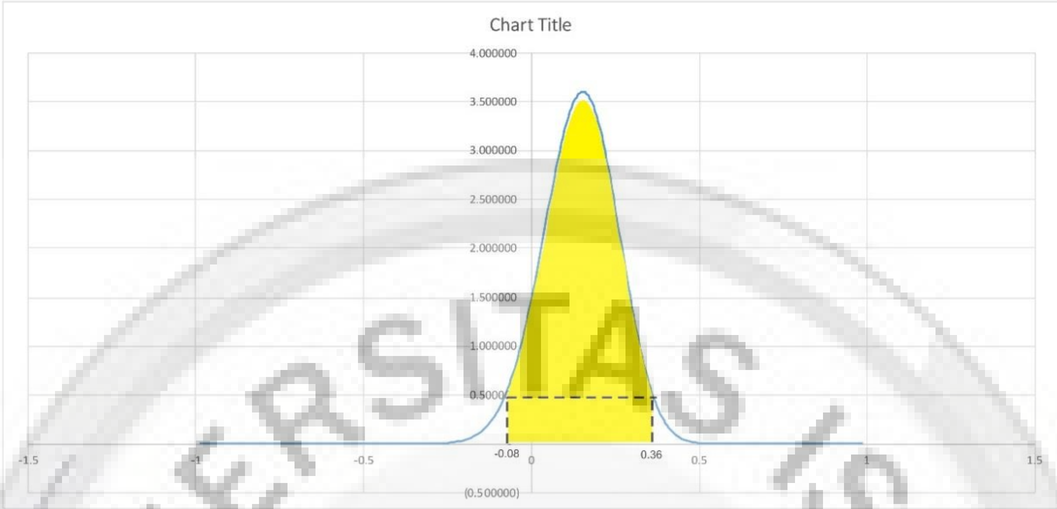
$H_1: \pi \neq \eta$(perbedaan proporsi populasi jumlah kecelakaan lalu lintas pengendara tanpa SIM di Polres Bandung dan Polrestabes Bandung tidak sama dengan η).

Menghitung nilai fungsi densitas untuk setiap nilai π $(-1 \leq \pi \leq 1)$ dengan menggunakan perangkat lunak matlab 2015b. Kemudian kita mencoba nilai k sampai memenuhi persamaan (2.12), dengan menghitung luas dari batas bawah(BB) dan batas atas(BA) menggunakan perangkat lunak Matlab 2015b yang ditunjukan pada Tabel 2 berikut:

Tabel 2.
Mencoba Nilai k Yang Memenuhi Persamaan (2.12) dengan menghitung luas BB dan BA

k	BB	BA	Peluang
0.000001	-0.48	0.66	0.9997
0.000002	-0.46	0.65	0.9997
0.000009	-0.43	0.63	0.9997
0.00002	-0.42	0.62	0.9997
0.00006	-0.39	0.6	0.9997
0.0003	-0.35	0.57	0.9997
0.013	-0.24	0.49	0.9994
0.34	-0.1	0.38	0.9712
0.6	-0.07	0.35	0.9437
0.5	**-0.08**	**0.36**	**0.9547**
0.4	-0.09	0.37	0.9638

Setelah dihitung luasnya, maka didapat nilai k yang tepat yaitu 0.5 dengan batas bawah -0.08, batas atas 0.36 dan luasnya sebesar 0.9547. Bentuk HPD interval $100(1-\gamma)\%$ ditunjukan pada Gambar 4.1 sebagai berikut:



Gambar 2. HPD Interval $100(1-\gamma)\%$ dengan nilai k yang bersesuaian

Dari tabel diatas ditentukan bahwa nilai $k = 0.05$ yang memenuhi persamaan (2.12) lalu nilai π terkecil yang bersesuaian dengan nilai k merupakan batas bawah HPD interval $100(1-\gamma)\%$ dengan nilai $\pi = -0.8$ dan nilai π terbesar yang bersesuaian dengan nilai k merupakan batas atas HPD interval $100(1-\gamma)\%$ dengan nilai $\pi = 0.36$. Telah diketahui sebelumnya bahwa nilai $\eta = 0.2025$ dan nilai 0.2025 berada di dalam interval HPD interval $100(1-\gamma)\%$ $(-0.08; 0.36)$. Maka kesimpulannya adalah menerima hipotesis nol artinya perbedaan proporsi populasi jumlah kecelakaan lalu lintas pengendara tanpa SIM di Polres Bandung dan Polrestabes Bandung sama dengan 0.2025 .

D. Kesimpulan

Hasil uji perbedaan dua proporsi menggunakan pendekatan Bayes untuk data kecelakaan lalu lintas pengendara tanpa SIM di Polres Bandung dan Polrestabes Bandung sebagai berikut :

(1) Uji satu pihak

Mendapat nilai $\eta = 0.2025$. Berdasarkan perhitungan menggunakan perangkat lunak matlab 2015b didapat nilai taksiran dari parameter $\alpha_1 = 11.3145$, $\beta_1 = 9.4086$, $\alpha_2 = 0.0152$, $\beta_2 = 0.179$ untuk distribusi prior dan didapat juga nilai $\alpha_1^* = 22.3145$, $\beta_1^* = 28.4086$, $\alpha_2^* = 8.0152$, $\beta_2^* = 19.1791$ untuk distribusi posterior yang dapat digunakan untuk menghitung peluang $P(\pi > \eta)$ karena nilai p-value. $P(\pi > \eta) = 0.3088 > \gamma = 5\%$ artinya dengan menggunakan uji satu pihak untuk menghitung perbedaan proporsi populasi jumlah kecelakaan lalu lintas pengendara tanpa SIM di Polres Bandung dan Polrestabes Bandung lebih kecil atau sama dengan 0.2025.

(2) Uji menggunakan interval kepercayaan

Mendapat nilai $\eta = 0.2025$. Berdasarkan perhitungan menggunakan perangkat lunak matlab 2015b didapat nilai taksiran dari parameter $\alpha_1 = 11.3145$, $\beta_1 = 9.4086$, $\alpha_2 = 0.0152$, $\beta_2 = 0.179$ untuk distribusi prior dan didapat juga nilai $\alpha_1^* = 22.3145$, $\beta_1^* = 28.4086$, $\alpha_2^* = 8.0152$, $\beta_2^* = 19.1791$ untuk distribusi posterior. Lalu mencari nilai k menggunakan perangkat lunak matlab 2015b, didapat nilai $k = 0.5$ dimana beririsan dengan nilai $\pi = -0.08$ dan $\pi = 0.36$ Nilai $\pi = -0.08$ menjadi batas bawah dan nilai $\pi = 0.36$ menjadi batas atas dalam membentuk HPD interval $100(1 - \Gamma)\%$. Karena nilai 0.2025 berada dalam interval $(-0.08; 0.36)$, artinya dengan menggunakan uji interval kepercayaan untuk menghitung perbedaan proporsi populasi jumlah kecelakaan lalu lintas pengendara tanpa SIM di Polres Bandung dan Polrestabes Bandung sama dengan 0.2025.

Daftar Pustaka

D'Agostino, R., Chase, W. and Belanger, A. (1988). The Appropriateness of Some Common Procedures for Testing the Equality of Two Independent Binomial Populations.*The American Statistician*, 42, 198-202.

Pham-Gia, T. and Turkkan, N. (1993). Bayesian Analysis of the Difference of two Proportions. *Communications in Statistics—Theory and Methods , 22, 1755-1771.*

Pham-Gia, T., Van Thin, N., Phuc Doan, P. (2017). *Inferences on the Difference of Two Proportions: A Bayesian Approach* , Canada: Université de Moncton.

Sunendiari, Siti. (2010). *Statistika Matematika 1*, Pustaka ceria Yayasan Pena, Bandung. 40154.

Walpole, R.E., dan Myers, R. H. (1995). *Pengantar Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan* , Bandung: ITB.