

## Bagan Kendali Multivariat Minimax pada Komponen Hinge Rib 4 Pesawat Airbus A380 Berdasarkan Data CMM Periode Januari-Agustus 2016

<sup>1</sup>Ayu Arkhiatul Umamy, <sup>2</sup>Anneke Iswani Achmad, <sup>3</sup>Abdul Kudus

<sup>1,2,3</sup>Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung,  
Jl. Tamansari No.1 Bandung 40116

email:<sup>1</sup>ayu.a.umamy@gmail.com, <sup>2</sup>annekeiswani11.com, <sup>3</sup>abdulkudus@gmail.com

**Abstract.** In this thesis explains the increasing competition in the business world that causes business people want to win the competition by trying to give full attention to quality or quality. A method that can be used to ensure the quality of goods in the multivariate case is the preparation of multivariate control charts, such as the minimax method in which the minimax method requires a minimum and maximum value that has been standardized and then sorted. The assumption to be fulfilled is multivariate normal distribution. In this thesis will be discussed mulimaxx multivariate control chart, its application is done by menganalisis Component Data Hinge Rib 4 Airbus A380 Based on CMM data period January - August 2016. The result of analysis show multivariate normal distribution data at 5% real level. Controlling Components of Hinge Rib 4 Airbus A380 aircraft by using mulimaxx multivariate control chart indicates that the process is not in controlled condition or out of control. The result of analysis for mulimazariat multivariate control diagram on process data of Hinge Rib 4 Airbus A380 based on Coordinate Measuring Machine (CMM) measurement in January - August 2016 obtained Z value of Z<sub>1</sub> is -5.819337 and Z value is Z<sub>6</sub> is 1.185705 and a minimum upper limit value ( $UCL_{[1]} = 0.7620112$ ), minimum lower limit value ( $UCL_{[1]} = -2.634492$ ), for maximum upper limit value ( $UCL_{[p]} = 2.631991$ ) and boundary value below maximum ( $UCL_{[p]} = -0.7619546$ ). Based on the result of the minimax multivaraiait control diagram above that the diagram form is symmetrical and the value of Z<sub>[1]</sub> is not in controlled area and UCL<sub>[p]</sub> is in controlled area.

**Abstrak.** Dalam skripsi ini menjelaskan mengenai meningkatnya persaingan di dunia usaha yang menyebabkan pelaku bisnis ingin memenangkan persaingan dengan berupaya memberikan perhatian penuh pada mutu atau kualitas. Metode yang bisa digunakan untuk menjamin mutu barang dalam kasus multivariat yaitu penyusunan bagan kendali multivariat, seperti metode *minimax* dimana metode minimax tersebut membutuhkan nilai minimum dan maximum yang sudah terstandarkan dan kemudian diurutkan. Asumsi yang harus dipenuhi adalah berdistribusi normal multivariat. Dalam skripsi ini akan dibahas bagan kendali multivariat minimax, penerapannya dilakukan dengan menganalisis Data Komponen Hinge Rib 4 Pesawat Airbus A380 Berdasarkan Data CMM periode Januari – Agustus 2016. Hasil analisis menunjukkan data berdistribusi normal multivariat pada taraf nyata 5%. Pengontrolan Komponen Hinge Rib 4 pesawat Airbus A380 dengan menggunakan bagan kendali multivariat minimax menunjukkan bahwa proses tidak dalam keadaan terkendali atau out of control. Hasil analisis untuk diagram kendali multivariat minimax pada data proses pembuatan komponen Hinge Rib 4 pesawat Airbus A380 berdasarkan pengukuran *Coordinate Measuring Machine* (CMM) bulan Januari – Agustus 2016 diperoleh nilai Z yang terkecil adalah Z<sub>1</sub> yaitu -5.819337 dan nilai Z yang terbesar diperoleh Z<sub>6</sub> yaitu 1.185705 dan diperoleh juga nilai batas atas minimum ( $UCL_{[1]} = 0.7620112$ ), nilai batas bawah minimum ( $LCL_{[1]} = -2.634492$ ), untuk nilai batas atas maksimum ( $UCL_{[p]} = 2.631991$ ) dan nilai batas bawah maksimum ( $LCL_{[p]} = -0.7619546$ ). Berdasarkan hasil diagram kendali minimax multivaraiait diatas bahwa bentuk diagramnya adalah simetris dan nilai dari Z<sub>[1]</sub> tidak berada dalam area terkendali dan Z<sub>[p]</sub> berada dalam area terkendali.

### A. Pendahuluan

Di dunia usaha yang berkembang sangat pesat hingga saat ini menyebabkan banyaknya persaingan di berbagai bidang, salah satunya bidang perindustrian. Hal ini menurut manajemen perusahaan dalam meningkatkan kualitas produksinya, agar dapat bersaing dengan industri lain. Permasalahan yang sering terjadi dalam menghadapi persaingan adalah bersaing dalam hal keunggulan dan kualitas produk yang sejenis di pasaran. Oleh karena itu, untuk menjaga konsistensi kualitas produk yang dihasilkan

dan sesuai dengan kebutuhan pasar, pengendalian kualitas (*quality control*) sangat diperlukan untuk mencegah timbulnya masalah yang terjadi agar tidak terulang kembali. Kualitas produksi dapat dikatakan apabila tujuan seluruh kegiatan perusahaan dapat mencapai kepuasan pelanggan (*customer satisfaction*). Di kehidupan sehari-hari banyak sekali proses produksi yang memiliki karakteristik kualitas lebih dari satu. Proses yang seperti ini disebut proses *multivariat*. Untuk pengendalian proses tersebut dibutuhkan diagram kendali *multivariate*. Suatu metode statistika yang mengontrol kualitas proses produksi agar hasil atau produk tetap menghasilkan *output* yang sesuai dengan spesifikasi disebut sebagai statistika pengendalian proses. Proses memonitor dan mengendalikan proses multivariat yang sudah dikenal adalah diagram kendali  $T^2$  Hotelling. Diagram tersebut berfungsi untuk mengendalikan rata-rata proses dengan dua atau lebih karakteristik kualitas yang diduga saling berhubungan (Montgomery, 1996). Diagram kendali multivariat yang lain adalah diagram kendali *minimax*, dimana diagram tersebut bisa digunakan untuk mendeteksi pengamatan yang menyebabkan proses tidak terkendali. Diagram kendali *minimax* merupakan salah satu diagram kendali yang fungsinya hampir sama dengan diagram kendali *Shewhart* atau diagram kendali multivariat  $T^2$  Hotelling yakni untuk memonitor atau mengendalikan suatu kegiatan proses produksi, berjalan dalam kondisi yang terkendali atau tidak. Diagram kendali *minimax* memiliki keunggulan yang lebih baik dari pada  $T^2$  Hotelling dan *Shewhart* yaitu dapat memonitor suatu proses produksi dari setiap karakteristik kualitas. Batas kontrol untuk bagan kendali *minimax* mempunyai dua batas kontrol yaitu minimum dan maximum. Kemudian untuk masing-masing batas kontrol minimum dan batas kontrol maksimum diantaranya terdiri dari batas bawah minimum ( $LCL_{[1]}$ ) dan batas atas minimum ( $UCL_{[1]}$ ), dan batas bawah maksimum ( $LCL_{[p]}$ ) dan batas atas maksimum ( $UCL_{[p]}$ ). Selanjutnya, memplotkan data yang sudah terstandarkan yaitu nilai  $Z_{[1]}$  dan nilai  $Z_{[p]}$ . Kemudian, jika data yang akan dianalisis tidak masuk ke dalam batas yang sudah ditentukan maka data tersebut bersifat data yang tidak terkendali. Dalam penelitian ini, akan diterapkan diagram kendali *minimax* dengan menggunakan data proses pembuatankomponen Hinge Rib 4 pesawat Airbus A380 berdasarkan pengukuran *Coordinate Measuring Machine*(CMM) pada bulan Januari – Agustus 2016.

## B. Landasan Teori

Bagan kendali *minimax* memonitor  $p$  karakteristik kualitas dalam bersamaan. Sampel ukuran  $n$  diambil dan nilai masing-masing karakteristik kualitas ditentukan. Misalkan  $X_{ij}$  merupakan nilai dari karakteristik kualitas ke- $i$  pada item ke- $j$ , dimana  $i = (1, 2, \dots, p)$  dan  $j = (1, 2, \dots, n)$  misalkan vektor  $\bar{X} = (\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_p)'$  terdiri dari nilai rata-rata sampel untuk setiap karakteristik kualitas. Meskipun mungkin setiap pengamatan berkorelasi dalam setiap sampel, sampel juga diasumsikan saling bebas satu sama lain. Selain itu,  $x$  diasumsikan berdistribusi normal multivariat dengan vektor rata-rata  $\mu = \{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p\}'$  dan matriks kovarian  $\Sigma$  yang unsur-unsurnya  $\sigma_{ij}^2$ , dimana  $\sigma_{ii}^2$  adalah varians ke- $i$  dari karakteristik kualitas ke- $i$ ,  $\sigma_{ij}^2$  adalah antara varians ke- $i$  dari karakteristik kualitas ke- $j$ .

Pada bagan kendali *minimax* memerlukan rata-rata sampel minimum ( $Z_{[1]}$ ) dan rata-rata sampel maksimum ( $Z_{[p]}$ ) yang sudah dibakukan. Untuk menstandarisasikan atau membakukan masing-masing sampel vektor rata-rata dengan cara sebagai berikut:

$$Z_i = \frac{\bar{X}_i - \mu_i}{s_i / \sqrt{n}} \quad \dots (2.12)$$

Apabila vektor acak  $X$  mempunyai distribusi normal  $p$ -variat (multivariat) dengan vektor rata-rata  $\mu$  dan matriks kovarians  $\Sigma$  bersifat definit positif dan biasanya ditulis  $X \sim N(\mu, \Sigma)$ , maka fungsi densitas dari  $X$  diberikan oleh persamaan (2.10).

Dalam diagram kendali *minimax* ada hal lain yang penting untuk diperhatikan adalah distribusi marjinal dari  $Z_{[1]}$  dan  $Z_{[p]}$  karena distribusi tersebut dibutuhkan dalam penentuan batas kontrol diagram.

Selanjutnya, batas limit dari diagram *minimax* dapat dihitung dengan menggunakan distribusi probabilitas yang sudah dijelaskan sebelumnya. Batas kontrol untuk bagan kendali *minimax* ada empat diantaranya  $UCL_{[1]}$  dan  $LCL_{[1]}$  yaitu untuk batas kontrol atas dan batas kontrol bawah masing-masing untuk  $Z_{[1]}$  dan  $UCL_{[p]}$  dan  $LCL_{[p]}$  untuk batas kontrol atas dan batas kontrol bawah masing-masing untuk  $Z_{[p]}$ . Dan pada diagram kendali  $Z_{[1]}$  untuk menunjukkan nilai  $\alpha_{[1]}$  dan diagram kendali  $Z_{[p]}$  untuk menunjukkan nilai  $\alpha_{[p]}$ .

Batas kontrol tersebut harus dihitung sedemikian rupa sehingga grafik memiliki probabilitas yang telah ditentukan dari kekeliruan tipe I ( $\alpha$ ). Dengan kata lain, parameternya  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  dan  $\alpha_4$  ditunjukkan pada gambar 2.1 harus ditetapkan sedemikian rupa sehingga grafik memiliki probabilitas kekeliruan tipe I ( $\alpha$ ). Keempat parameter ini secara formal didefinisikan sebagai berikut:

$$\alpha_1 = P[Z_{[1]} \in (-\infty, LCL_{[1]}) | \Delta = 0] \quad \dots (2.22) \quad \alpha_3 = P[Z_{[p]} \in (-\infty, LCL_{[p]}) | \Delta = 0] \quad \dots (2.24)$$

$$\alpha_2 = P[Z_{[1]} \in (UCL_{[1]}, \infty) | \Delta = 0] \quad \dots (2.23) \quad \alpha_4 = P[Z_{[p]} \in (UCL_{[p]}, \infty) | \Delta = 0] \quad \dots (2.25)$$



Gambar 2.1 Bagan Kontrol *Minimax*

Pada bagan kendali *minimax* telah dijelaskan bahwa terdiri dua grafik yang mana sudah dijelaskan pada sebelumnya. Oleh karena bagan *minimax* terdiri dari dua grafik, yang mana  $Z_{[1]}$  dan  $Z_{[p]}$  menetapkan  $\alpha_{[1]}$  dan  $\alpha_{[p]}$  sebagai probabilitas error tipe I ( $\alpha$ ) untuk grafik  $Z_{[1]}$  dan untuk grafik  $Z_{[p]}$ . Dimana berdasarkan definisi dari  $\alpha_{[1]}$  dan  $\alpha_{[2]}$  yang diberikan pada persamaan (2.23) dan (2.24).

$$\alpha_{[1]} = \alpha_1 + \alpha_2 \quad \dots (2.26)$$

$$\alpha_{[p]} = \alpha_3 + \alpha_4 \quad \dots (2.27)$$

Gambar 2.1 dapat membantu menjelaskan persamaan (2.26) dan (2.27).

Oleh karena karakteristiknya sudah dibakukan, maka perhatikan Gambar 2.1  $LCL_{[1]} = -UCL_{[p]}$  dan  $UCL_{[1]} = -LCL_{[p]}$ . Hal ini tidak mengherankan karena distribusi normal bersifat simetrik, dengan demikian distribusi dari  $Z_{[p]}$  adalah bayangan cermin dari gambar  $Z_{[1]}$ . Asumsikan bahwa  $\alpha_1 = \alpha_4$  dan  $\alpha_2 = \alpha_3$ . Untuk menentukan nilai  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  dan  $\alpha_4$  yang menghasilkan nilai  $\alpha$  tertentu, mengingat bahwa telah ditunjukkan dibagian sebelumnya bahwa ketika variabel independen sebagai berikut:

$$\alpha = 2\alpha_{[1]} - \alpha_{[1]}^2 \quad \dots (2.28)$$

Selanjutnya, dengan menggunakan persamaan kuadrat untuk memecahkan  $\alpha_{[1]}$  dalam persamaan (2.20) menjadi:

$$\alpha_{[1]} = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4(1)\alpha}}{2} = 1 \pm \sqrt{1 - \alpha} \quad \dots (2.29)$$

Dimana  $\alpha_{[1]}$  adalah sebuah probabilitas, dengan demikian berdasarkan nilai kemungkinan  $\alpha_{[1]}$  bisa berasumsi, dengan solusi yang tepat sebagai berikut :

$$\alpha_{[1]} = 1 - \sqrt{1 - \alpha} \quad \dots (2.30)$$

karena

$$\alpha_{[1]} = \alpha_1 + \alpha_2 \quad \dots (2.31)$$

Dengan  $\alpha$  diketahui, didapat nilai  $\alpha_1$ . Dimana  $\alpha_1$  untuk mendapatkan nilai  $\alpha_2$  yang mana hasilnya sebagai berikut:

$$\alpha_2 = 1 - \alpha_1 - \sqrt{1 - \alpha} \quad \dots (2.32)$$

Dimana bahwa pencarian nilai  $\alpha_1$  harus sedemikian rupa sehingga  $\alpha_1 \in (0, \alpha/2)$ . Karena telah diasumsikan bahwa:

$$\alpha_1 = \alpha_4 \text{ dan } \alpha_2 = \alpha_3 \quad \dots (2.33)$$

Maka selanjutnya, setelah mendapatkan  $\alpha_1$  dan  $\alpha_2$  kita bisa menentukan semua batas kontrol untuk bagan *minimax*. Dalam hal ini untuk nilai  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  dan  $\alpha_4$  harus menentukan nilai  $\alpha$ . Perkiraan awal untuk  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  dan  $\alpha_4$  dimana  $\mu$  dan  $\Sigma$  dapat dihitung dengan menggunakan metode yang sudah dijelaskan sebelumnya. Untuk menentukan batas kontrol yang tepat menggunakan distribusi kumulatif dari  $Z_{[1]}$  dan  $Z_{[p]}$  pada persamaan (2.18) dan (2.21) dengan menggabungkan persamaan tersebut dengan  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  dan  $\alpha_4$  dalam persamaan (2.22) sampai (2.25), pada batas kontrol  $Z_{[1]}$  dan  $Z_{[p]}$  untuk matriks korelasi  $\rho$ , ( $\rho = I_p$  atau  $\rho \neq I_p$ ) menghasilkan persamaan sebagai berikut:

$$UCL_{[p]} = \left\{ \tau : \int_{-\infty}^{\tau} \dots \int_{-\infty}^{\tau} f(Z) dz = 1 - \alpha_4 \right\} \quad \dots (2.34)$$

$$LCL_{[p]} = \left\{ \tau : \int_{-\infty}^{\tau} \dots \int_{-\infty}^{\tau} f(Z) dz = \alpha_3 \right\} \quad \dots (2.35)$$

$$UCL_{[1]} = \left\{ \tau : 1 - \int_{\tau}^{\infty} \dots \int_{\tau}^{\infty} f(Z) dz = 1 - \alpha_2 \right\} \quad \dots (2.36)$$

$$LCL_{[1]} = \left\{ \tau : 1 - \int_{\tau}^{\infty} \dots \int_{\tau}^{\infty} f(Z) dz = \alpha_1 \right\} \quad \dots (2.37)$$

Dalam hal ini bahwa definisi batas kontrol diatas tidak dapat diselesaikan dalam bentuk tertutup (*close form*) karena distribusi normal multivariat tidak ada dalam keadaan

tertutup. Akibatnya harus menggunakan integrasi numerik. Khususnya, untuk mencari garis numerik harus dilakukan untuk menentukan nilai dari  $\tau$  yang membuat persamaan (2.34) sampai (2.37) terpenuhi. Yang mana metode untuk menyelesaikan persamaan (2.34) sampai (2.37) sudah disediakan oleh *software* R pada *package* “*Mvtnorm*” dengan perintah “*Pmvnorm*”.

### C. Hasil Penelitiandan Pembahasan

#### 1) Uji Normal Multivariat

Uji normal adalah pengujian pada kenormalan distribusi data, yang dapat dilihat dari *output software* melalui gambar kurva histogram dan kurva p-p plot untuk menunjukkan sebaran data penelitian. Data yang normal akan terlihat menyebar ke semua daerah kurva normal, sedangkan data yang tidak normal distribusinya akan berada di samping kiri dan kanan garis kurva normal (Hastono, 2007 : 85).

Berdasarkan uji normal multivariat menggunakan metode uji royston dengan bantuan *software* R diperoleh hasil sebagai berikut :

- Hipotesis  
 $H_0$ :  $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5$ , dan  $X_6$  mengikuti distribusi normal multivariat.  
 $H_1$ :  $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5$ , dan  $X_6$  tidak mengikuti distribusi normal multivariat.
- Taraf signifiikan :  $\alpha = 5\%$  (0.05)
- Uji statistik  

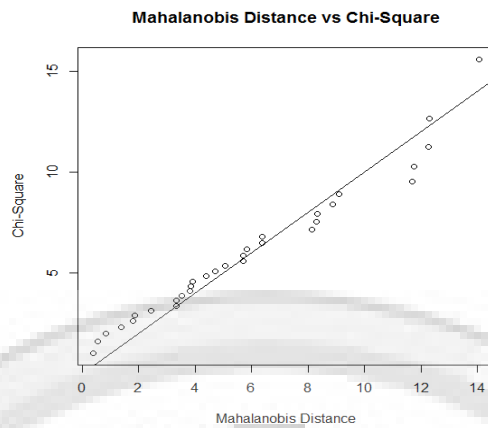
$$H = \frac{e^{\sum_{j=1}^n \psi_j}}{n}$$
- Kriteria uji  
 Terima hipotesis nol jika  $H$  lebih besar  $H_{tabel}(\chi^2)$  atau terima hipotesis nol jika p-value lebih besar dari  $\alpha = 0.05$

Uji statistik dengan bantuan *software* R didapat output sebagai berikut :

**Tabel 4.1** Uji Normalitas Data Dengan Uji Royston Test

Royston's Multivariat Normalitas Test		
Data: Proses pembuatan komponen Hinge Rib 4 pesawat A380		
H	p.value	$H_0$
3.465496	0.3006101	"Data analyzed have a normal distribution."

Berdasarkan Tabel 4.1 Diperoleh  $H = 3.465496$  yang merupakan nilai uji statistik dari uji royston's dan p-value = 0.3006101 yang merupakan nilai signifikansi dari distribusi normal multivariat dan terlihat bahwa nilai p-value (0.3006101)  $>$   $\alpha$  (0.05), maka data Komponen Hinge Rib 4 Pesawat Airbus A380 mengikuti distribusi normal multivariat. Selain menggunakan nilai signifikansi, penaksiran normal multivariat juga dapat dilihat menggunakan grafik atau Q-Q plot sebagai berikut:



**Gambar 4.1** Q-Q Plot Normal Multivariat

Berdasarkan Gambar 4.1 di atas terlihat bahwa seluruh pencarian data cenderung membentuk garis lurus, artinya data Komponen Hinge Rib 4 Pesawat Airbus A380 mengikuti distribusi normal multivariat.

**2) Pembuatan Diagram Kendali Multivariat Minimax**

Dalam pembuatan diagram multivariat minimax setelah data berdistribusi multivariat normal maka langkah selanjutnya menghitung rata-rata dan varians dari setiap variabel untuk mencari rata-rata varians tersebut dengan menggunakan rumus persamaan (2.8) dan (2.9) dan setelah mendapatkan nilai rata-rata dan varians di atas kemudian hitung nilai Z dari setiap variabel dengan menggunakan rumus persamaan (1.12) dibantu dengan *software R*:

$\bar{X}_1 = -0,08758065$	$s_1 = 0,0837945$	$Z_1 = -5,819337$
$\bar{X}_2 = -0,069$	$s_2 = 0,0914272$	$Z_2 = -4,201985$
$\bar{X}_3 = -0,07858065$	$s_3 = 0,08616294$	$Z_3 = -5,077804$
$\bar{X}_4 = -0,05903226$	$s_4 = 0,08199166$	$Z_4 = -4,008672$
$\bar{X}_5 = -0,01345161$	$s_5 = 0,04041521$	$Z_5 = -1,853149$
$\bar{X}_6 = 0,008$	$s_6 = 0,03756594$	$Z_6 = 1,185705$

Kemudian setelah menghitung nilai Z diurutkan nilai yang terkecil ke nilai yang terbesar. Bisa kita lihat nilai Z yang terkecil adalah  $Z_1$  yaitu  $-5,819337$  dan nilai Z yang terbesar diperoleh  $Z_6$  yaitu  $1,185705$ . Sehingga  $Z_{[1]} = -5,819337$  dan  $Z_{[p]} = 1,185705$ . Selanjutnya, sebelum ke langkah penentuan nilai  $UCL_{[p]}$ ,  $LCL_{[p]}$ ,  $UCL_{[1]}$  dan  $LCL_{[1]}$  kita menentukan nilai  $\alpha$  untuk mendapatkan nilai  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  dan  $\alpha_4$  agar luas volume dari disdribusi normal multivariat dapat dicari. Setelah menentukan nilai  $\alpha$  sebesar  $0,05$ , maka selanjutnya mencari nilai  $\alpha_1$  sedemikian sehingga  $\alpha_1 \in (0, \frac{\alpha}{2})$  yakni  $\alpha_1 \in (0, 0,025)$  misalnya diambil sebesar  $0,015$  seperti yang dicontohkan oleh Supelveda (1996). Dan untuk mencari nilai  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ , dan  $\alpha_4$  dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut :

$$\alpha_2 = 1 - \alpha_1 - \sqrt{1 - \alpha} = 1 - 0,015 - \sqrt{1 - 0,05} = 0,01032057$$

Karena distribusi normal multivariat bentuknya simetris maka diasumsikan bahwa  $\alpha_1 = \alpha_4$  dan  $\alpha_2 = \alpha_3$ . Setelah mendapatkan  $\alpha_1$  dan  $\alpha_2$  kita juga bisa mendapatkan nilai  $\alpha_3$  dan  $\alpha_4$ . Jadi  $\alpha_4 = 0,015$  dan  $\alpha_3 = 0,01032057$ . Sebelum lanjut ke langkah selanjutnya kita membutuhkan nilai vektor rata-rata  $\boldsymbol{\mu} = \{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p\}'$  dan matrik korelasi  $\rho$  yang mana pada persamaan (2.15). Langkah selanjutnya adalah menghitung masing-masing batas kendali minimum dan batas kendali maksimum dengan rumus sebagai berikut dan dibantu oleh *software* R yang mana prosesnya terlampir pada lampiran (2) dan hasilnya sebagai berikut:

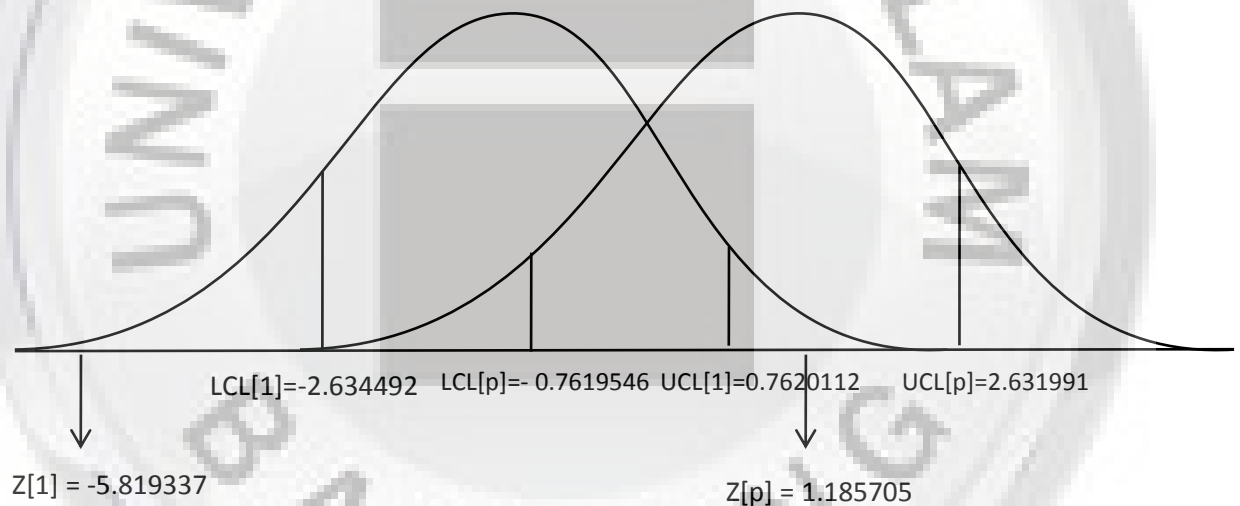
$$UCL_{[p]} = \{\tau : \int_{-\infty}^{\tau} \dots \int_{-\infty}^{\tau} f(Z) dz = 1 - \alpha_4\} = 2.631991$$

$$LCL_{[p]} = \{\tau : \int_{-\infty}^{\tau} \dots \int_{-\infty}^{\tau} f(Z) dz = \alpha_3\} = -0.7619546$$

$$UCL_{[1]} = \{\tau : 1 - \int_{\tau}^{\infty} \dots \int_{\tau}^{\infty} f(Z) dz = 1 - \alpha_2\} = 0.720112$$

$$LCL_{[1]} = \{\tau : 1 - \int_{\tau}^{\infty} \dots \int_{\tau}^{\infty} f(Z) dz = \alpha_1\} = -2.634492$$

Setelah diperoleh batas-batas *minimax*, langkah terakhir membuat diagram kendali *minimax* multivariat, yang disajikan pada gambar di bawahini:



**Gambar 4.2** Diagram Kendali *Minimax* Multivariat untuk Data Komponen Hinge Rib 4 Pesawat Airbus A380

Berdasarkan Gambar 4.2 diatas terlihat bahwa nilai  $Z_{[1]} = -5,819337$  berada diluar batas kendali minimum sedangkan nilai  $Z_{[p]} = 1,185705$  berada didalam batas kendali maksimum. Hal ini berarti proses tidak terkendali akibat pengamatan-pengamatan yang kecil.

#### D. Kesimpulan

Terdapat beberapa kesimpulan dalam penulisan skripsi ini, antara lain:

1. Diagram kendali *minimax* multivariat dapat dijadikan metode alternatif dari diagram kendali multivariat. Prosedur pembuatan diagram kendali *minimax* multivariat adalah: (1) Melakukan uji normalitas multivariate menggunakan Royston's Test, (2) Menghitung rata-rata dan matriks varians kovarians, (3) Menghitung  $Z = Z_1, Z_2, \dots, Z_p$  yang kemudian diambil  $Z$  terkecil sebagai dasar

- perhitungan diagram kendali *minimax* yang minimum dan  $Z$  terbesar sebagai diagram *minimax* yang maksimum, (4) Memberikan nilai  $\alpha, \alpha_1$  dan  $\delta$  yang kemudian dapat menghitung  $\alpha_2, \alpha_3$  dan  $\alpha_4$ , (5) Menghitung  $LCL_{[1]}, UCL_{[1]}, LCL_{[P]}, UCL_{[P]}$ , (6) Membuat diagram kendali *minimax* multivariate berdasarkan nilai  $Z_{[1]}, Z_{[P]}$  dan  $LCL_{[1]}, UCL_{[1]}, LCL_{[P]}, UCL_{[P]}$ .
2. Dalam skripsi ini diagram kendali *minimax* multivariat diaplikasikan pada proses pembuatan komponen Hinge Rib 4 pesawat A380. Hasil dari diagram kendali *minimax* multivariate menunjukkan bahwa proses tidak terkendali atau ada sinyal *out of control* untuk  $Z_{[1]}$  atau variabel ke 1 ( $X_1$ ).

### Daftar Pustaka

- Adewara, Johnson.A., Adekeye, Kayoda.S., Asiribo, Osebekwin.E., Adejuyigbe, Samuel.B. (2011). *Minimax Multivariate Control Chart Using a Polynomial Function*. Open Jurnal of Statistics, 2 : 1539-1545
- Aliansyah, M Ali. (2013). *Statistika Pengendalian Buku Mutu Dengan Metode T2 Hotelling Subgroup*, Bandung : Skripsi Universitas Pendidikan Indonesia.
- Christopher J, Mecklin., Daniel J, Mundfrom. (2005). *A Monte Carlo Comparison Of The Type I and Type II Error Rates Of Test Of Multivariate Normality*. Journal Of Statistical Computation And Simulation, 75(2):93-107.
- Genz, Alan., Bretz, Frank. (2009). *Computation of Multivariate Normal and t Probabilities*, Springer Dordrecht Heidelberg London New York : Library of Congress Control Number : 2009929712
- Laksmi, Mutia.(2015). *Diagram Kontrol Data Depth Untuk Memonitor Proses Multivariat*, Bandung : Skripsi Universitas Islam Bandung.
- Montgomery, Douglas.C. (1996). *Introduction To Statistical Quality Control*, Bandung : Modul Universitas Islam Bandung.
- Purcell, Edwin.J., Varberg, Dale., Rigton, Steven.E. (2004). *Kalkulus Edisi Delapan Jilid Dua*, Bandung : Modul Universitas Islam Bandung.
- Rahman, Asti.A., dkk. (2009). *Inferensi Vektor Rata-Rata*, Bandung : Makalah Universitas Pendidikan Indonesia.
- Ramly, Winny.F. (2015). *Metode T-Bootstrap Untuk Diagram Kendali Minimax Multivariat*, Bandung : Skripsi Universitas Islam Bandung.
- Royston, Patrick. (1995). *Remark As R94: A Remark On Algorithm AS 181: The W Test For Normality*. Applied Statistics, 44(4) : 547-551.
- Selcuk Korkmaz, Dincer G, Gokmen Z. (2014). *MVN : Multivariate Normality Test*. R Package Version 3.7.
- Sepulveda, Ariel. (1996). *The Minimax Control Chart for Multivariate Quality Control*. Blacksburg, Virginia : Dissertation Virginia Polytechnic Institute.