

Penentuan Distribusi Kerugian Agregat Tertanggung Asuransi Kendaraan Bermotor di Indonesia Menggunakan Metode Fast Fourier Transform

Determination Of Agriculture Distribution Of Insurance Of Motorized Insurance In Indonesia Using Fast Fourier Transform Method

¹Nur Kartini, ²Siti Sunendiari, ³Aceng Komarudin Mutaqin

1,2,3Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,

Universitas Islam Bandung

Jl. Ranggamalela No. 1 Bandung 40116

e-mail: Incahaya35@yahoo.com, 2sunen_diari@yahoo.com, 3aceng.k.mutaqin@gmail.com

Abstract. In the field of aggregate loss insurance is the total loss suffered by the insured that must be borne by the insurance company within a certain period of time. The aggregate loss affects the frequency of claims and the magnitude of each claim. One of the important things in calculating the general insurance premium is knowing the distribution of aggregate losses. There are several methods that can be used to determine the distribution of aggregate losses. In general there are two types of analytic solutions for determining the distribution of aggregate losses, that is, by convolution and by characteristics. When the analytical solutions are not found, numerical methods such as Monte Carlo, Fast Fourier Transform (FFT) and Panjer recursive are used. In this thesis discussed one method that is numerical to determine the distribution of aggregate losses, namely Fast Fourier Transform (FFT) method. This method will be applied to model the aggregate losses on claims by using the category of 7 category of motor vehicle partial loss insurance claims (vehicle bus) in Indonesia. The results of the application indicate that the suitable distribution for the frequency data of category 7 motor vehicle insurance claims in Indonesia is the negative binomial distribution. The suitable distribution for the large data of category 7 motor vehicle insurance claims in Indonesia is lognormal distribution. The probability value for an aggregate loss when a person does not file a claim is 0.9248. Thus the value of the cumulative distribution function for aggregate losses when a person does not file a claim starts at 0.9248.

Keywords: Fast Fourier Transform, Aggregate Loss, Fourier Discrete Transform, characteristic function, partial loss.

Abstrak. Dalam bidang asuransi kerugian agregat adalah total kerugian yang dialami oleh tertanggung yang harus ditanggung oleh perusahaan asuransi dalam suatu periode waktu tertentu. Kerugian agregat tertanggung pada frekuensi klaim dan besar klaim setiap kali klaim. Salah satu hal penting dalam menghitung premi asuransi umum adalah mengetahui distribusi dari kerugian agregat. Secara umum ada dua jenis solusi analitik untuk menentukan distribusi kerugian agregat, yaitu berdasarkan konvolusi dan berdasarkan karakteristik. Ketika solusi analitik tidak ditemukan, maka digunakan metode yang sifatnya numerik seperti Monte Carlo, Fast Fourier Transform (FFT) dan Rekursif Panjer. Dalam artikel ini dibahas metode yang sifatnya numerik untuk menentukan distribusi kerugian agregat, yaitu metode Fast Fourier Transform (FFT). Metode ini akan diterapkan untuk memodelkan kerugian agregat klaim dengan menggunakan jenis klaim partial loss asuransi kendaraan bermotor kategori 7 (kendaraan bus) di Indonesia. Hasil aplikasi menunjukkan bahwa distribusi yang cocok untuk data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia adalah distribusi binomial negatif. Distribusi yang cocok untuk data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia adalah distribusi lognormal. Nilai peluang untuk kerugian agregat bila seseorang tidak mengajukan klaim adalah 0,9248. Dengan demikian nilai fungsi distribusi kumulatif untuk kerugian agregat bila seseorang tidak mengajukan klaim dimulai dari 0,9248.

Kata Kunci: Fast Fourier Transform, Kerugian Agregat, Transform Fourier Discrete, fungsi karakteristik, partial loss.

A. Pendahuluan

Kendaraan pribadi kadang memiliki beberapa kendala seperti kehilangan, kerusakan, musnah terbakar atau karena sebab lainnya. Untuk menanggulangi berbagai macam risiko pada kendaraan pribadi maka dari itu seseorang harus memiliki asuransi untuk meminimalisir berbagai kerugian yang tidak terduga kapan terjadinya. Secara

garis besar asuransi terdiri dari 2 macam yaitu asuransi kerugian dan asuransi jiwa. Salah satu jenis asuransi kerugian di Indonesia adalah asuransi kendaraan bermotor yang banyak diminati konsumen karena memberikan pertanggungan atas kerugian atau berkurangnya nilai secara finansial atas obyek pertanggungan kendaraan bermotor. Ada dua jenis perlindungan untuk asuransi kendaraan bermotor, yaitu *Total Loss only* (TLO) dan *Comprehensive* (komprehensif).

Salah satu hal penting dalam menghitung premi asuransi kendaraan bermotor adalah mengetahui distribusi dari kerugian agregat. Ada beberapa metode yang dapat digunakan untuk menentukan distribusi kerugian agregat. Secara umum ada dua jenis solusi yaitu analitik dan numerik. Jenis solusi analitik (solusi eksak) untuk menentukan distribusi kerugian agregat, yaitu berdasarkan konvolusi dan berdasarkan fungsi karakteristik. Ketika solusi analitik tidak ditemukan, maka digunakan metode yang sifatnya numerik seperti *Monte Carlo*, *Fast Fourier Transform* (FFT) dan Rekursif Panjer (Utami, 2017). Dalam artikel ini dibahas metode yang sifatnya numerik untuk menentukan distribusi kerugian agregat yaitu metode *Fast Fourier Transform*. Metode ini akan diterapkan untuk memodelkan kerugian agregat klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7(kendaraan bus) di Indonesia.

Berdasarkan uraian di atas, maka masalah yang diidentifikasi adalah bagaimana menggunakan metode *Fast Fourier Transform* untuk menentukan distribusi kerugian agregat pada asuransi kendaraan bermotor di Indonesia?. Selanjutnya tujuan yang akan dicapai adalah menggunakan metode *Fast Fourier Transform* untuk menentukan distribusi kerugian agregat pada asuransi kendaraan bermotor di Indonesia.

B. Tinjauan Pustaka

Asuransi kendaraan bermotor adalah produk asuransi kerugian yang melindungi tertanggung dari risiko kerugian yang mungkin timbul sehubungan dengan kepemilikan dan pemakaian kendaraan bermotor. Ada dua jenis perlindungan untuk asuransi kendaraan bermotor, yaitu *Total Loss only* (TLO) dan *Comprehensive* (komprehensif).

Tabel 1. Kategori Kendaraan Bermotor

Kategori	Harga Pertanggungan
(1)	(2)
Jenis Kendaraan Non Bus dan Non Truk	
Kategori 1	0 s.d Rp.150.000.000
Kategori 2	Rp.150.000.000.001,00 s.d Rp.300.000.000
Kategori 3	Rp. 300.000.000.001,00 s.d Rp.500.000.000
Kategori 4	Rp. 500.000.000.001,00 s.d s.d Rp.800.000.000
Kategori 5	Lebih dari Rp.800.000.000
Jenis Kendaraan Bus dan Truk	
Kategori 6	Truk, untuk semua uang pertanggungan

Kategori 7	Bus, untuk semua uang pertanggungan
Jenis Kendaraan Roda 2 (dua)	
Kategori 8	Semua uang pertanggungan

Sumber: Peraturan Ketua Bapepam dan LK 2011

Distribusi untuk Frekuensi Klaim

Distribusi Poisson

Peubah acak diskrit K dikatakan berdistribusi Poisson dengan parameter $\lambda > 0$ apabila fungsi peluangnya sebagai berikut (Sunendiari, 2010):

$$P(K = k) = p_k = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}, \text{ untuk } k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.1)$$

Ekspektasi dan varians dari distribusi Poisson masing-masing adalah

$$E(K) = \lambda,$$

$$Var(K) = \lambda.$$

Distribusi Binomial Negatif

Peubah acak diskrit K dikatakan berdistribusi Binomial Negatif dengan parameter $r > 0$ dan $\tau > 0$ apabila fungsi peluangnya sebagai berikut:

$$\begin{aligned} P(K = k) = p_k &= \binom{k+r-1}{k} \left(\frac{\tau}{1+\tau}\right)^r \left(\frac{1}{1+\tau}\right)^k \\ &= \frac{\Gamma(k+r)}{\Gamma(k+1)\Gamma(r)} \left(\frac{\tau}{1+\tau}\right)^r \left(\frac{1}{1+\tau}\right)^k, \text{ untuk } k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (2.2)$$

Ekspektasi dan varians dari distribusi Binomial Negatif masing-masing adalah:

$$E(K) = \frac{r}{\tau},$$

$$Var(K) = \frac{r}{\tau} \left(1 + \frac{1}{\tau}\right)$$

Distribusi untuk Besar Klaim

Distribusi Lognormal

Misalkan X adalah peubah acak yang berdistribusi lognormal dengan fungsi densitas peluang sebagai berikut:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right)^2\right]; 0 < x < \infty; -\infty < \mu < \infty; \sigma > 0.$$

Fungsi distribusi kumulatif dari distribusi lognormal adalah:

$$F(x) = \Phi\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right); 0 < x < \infty. \quad (2.3)$$

dimana $\Phi(\cdot)$ adalah notasi untuk fungsi distribusi kumulatif normal standar. Ekspektasi dan varians dari distribusi lognormal masing-masing adalah:

$$E(X) = \exp\left(\mu + \frac{1}{2} \sigma^2\right),$$

$$Var(X) = \exp(2\mu + \sigma^2) [\exp(\sigma^2) - 1].$$

Distribusi Eksponensial

Misalkan X adalah peubah acak yang berdistribusi eksponensial dengan parameter $\beta > 0$, maka fungsi densitas peluang sebagai berikut:

$$f(x) = \frac{1}{\beta} e^{-\frac{x}{\beta}}, x > 0, \beta > 0. \tag{2.4}$$

Fungsi distribusi kumulatif dari distribusi eksponensial adalah:

$$F(x) = 1 - e^{-\frac{x}{\beta}}; x > 0, \beta > 0. \tag{2.5}$$

Ekspektasi dan variansi dari distribusi eksponensial masing-masing adalah:

$$E(X) = \beta, \\ Var(X) = \beta^2.$$

Uji Kecocokan Distribusi

Uji kecocokan distribusi adalah suatu pengujian hipotesis statistik yang digunakan untuk mengetahui apakah x_1, x_2, \dots, x_n adalah nilai dari sampel acak X_1, X_2, \dots, X_n yang berdistribusi dengan fungsi distribusi $F(.)$. Uji kecocokan distribusi dapat digunakan untuk menguji hipotesis berikut:

H_0 : x_1, x_2, \dots, x_n merupakan nilai dari sampel acak yang berdistribusi dengan distribusi $F(.)$.

H_1 : x_1, x_2, \dots, x_n merupakan nilai dari sampel acak yang berdistribusi dengan distribusi bukan $F(.)$.

Uji kecocokan Chi-kuadrat

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^b \frac{(n_k - np_k)^2}{np_k} \tag{2.6}$$

Kriteria pengujianya adalah tolak hipotesis nol jika statistik uji Chi-kuadrat lebih besar dari nilai kuantil distribusi Chi-kuadrat pada taraf nyata α dan derajat bebas $b - q - 1$ atau $\chi_{hitung}^2 \geq \chi_{(b-q-1)(1-\alpha)}^2$.

Uji Kecocokan Kolmogorov-Smirnov

H_0 : Data berasal dari suatu populasi yang berdistribusi tertentu.

H_1 : Data bukan berasal dari suatu populasi yang berdistribusi tertentu.

Statistik uji Kolmogorov-Smirnov untuk hipotesis di atas adalah:

$$D = \max_{1 \leq i \leq n} |F_n(y_i) - F^*(y_i)| \tag{2.7}$$

Kriteria pengujian adalah Hipotesis nol diterima apabila statistik uji D lebih kecil dari nilai kritisnya. Nilai kritis untuk $n > 35$ uji hipotesis di atas disajikan dalam **Tabel 2**.

Tabel 2. Nilai Kritis untuk Uji Kolmogorov-Smirnov

Tingkat Signifikansi (α)	0,10	0,05	0,01
Nilai kritis	$\frac{1,22}{\sqrt{n}}$	$\frac{1,36}{\sqrt{n}}$	$\frac{1,63}{\sqrt{n}}$

Sumbernya: *loss model fourth edition, 2012*

Model kerugian agregat

Misalkan Z , menyatakan kerugian agregat, yaitu jumlah dari N pembayaran individu (X_1, X_2, \dots, X_N) oleh karenanya,

$$Z = (X_1 + X_2 + \dots + X_N); \text{ untuk } N = 0, 1, 2, \dots \quad (2.8)$$

dimana $Z = 0$ dan $N = 0$.

Distribusi Kerugian Agregat Melalui *Fast Fourier Transformation*

Discrete Fourier Transformation dan Fast Fourier Transformation

Untuk suatu barisan f_0, f_1, \dots, f_{M-1} , transformasi Fourier diskrit (Discrete Fourier Transformation - DFT) didefinisikan sebagai berikut Shevchenko, P. V. (2010):

$$\phi_j = \sum_{m=0}^{M-1} f_m \exp\left(\frac{2\pi i}{M} mj\right), j = 0, 1, \dots, M-1 \quad (2.9)$$

Transformasi invers-nya adalah

$$f_j = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \phi_j \exp\left(-\frac{2\pi i}{M} mj\right), j = 0, 1, \dots, M-1 \quad (2.10)$$

dimana M adalah banyaknya titik pemotongan.

Aliasing Error dan Tilting

Beberapa penulis menyarankan transformasi *tilting* berikut ini

$$\tilde{f}_m = \exp(-m\theta) f_m, m = 0, 1, \dots, M-1, \quad (2.11)$$

Menghitung distribusi kerugian agregat, h_j untuk $j = 0, 1, \dots, M-1$, menggunakan Persamaan dibawah ini:

$$h_j = \tilde{h}_j \exp(j\theta), j = 0, 1, \dots, M-1 \quad (2.12)$$

$$H_0 = h_0 \quad (2.13)$$

$$H_j = h_j + H_{j-1}, j = 1, 2, \dots, M-1 \quad (2.14)$$

Diskritisasi Distribusi Besar Klaim

Salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk diskritisasi distribusi dari besar klaim adalah pendekatan perbedaan pusat (*central different approximation*), yaitu:

$$f_0 = F(\delta/2), \quad (2.14)$$

$$f_m = F(m\delta + \delta/2) - F(m\delta - \delta/2), m = 1, 2, \dots, M-1 \quad (2.15)$$

C. Hasil dan Pembahasan

Hasil Pengujian Kecocokan Distribusi Binomial Negatif

Hipotesis untuk pengujian tersebut adalah:

H_0 : Data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia berasal dari populasi yang berdistribusi binomial negatif.

H_1 : Data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia bukan berasal dari populasi yang berdistribusi binomial negatif.

Menghitung taksiran parameter distribusi Binomial Negatif dapat dilakukan dengan menggunakan Matlab R2015a, sehingga nilai $\hat{r} = 0,1225$ dan taksiran parameter \hat{t} dihitung menggunakan $\hat{t} = \hat{r}/\bar{k} = 0,1225/0,1107 = 1,1061$.

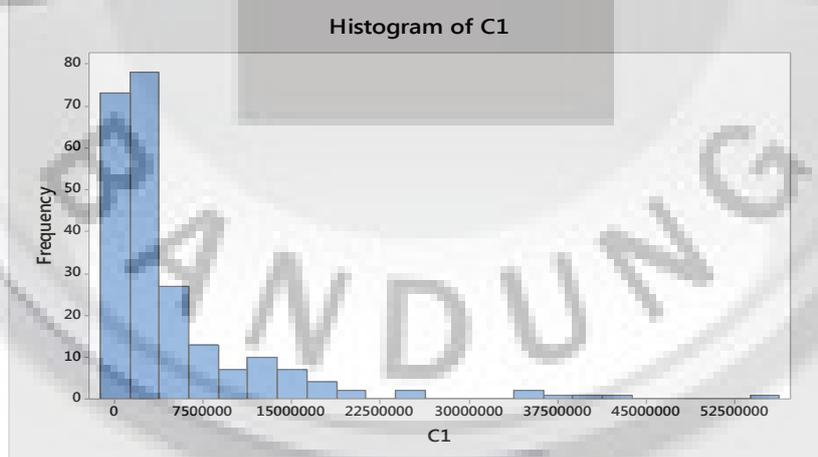
Tabel 3. Nilai-Nilai yang Dibutuhkan Untuk Perhitungan Statistik Uji

Frekuensi Klaim (k)	Banyaknya Tertanggung (n_k)	Peluang Terjadinya Klaim (p_k)	Nilai Harapan Terjadinya Klaim (np_k)	$\frac{(n_k - np_k)^2}{np_k}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
0	1.911	0,9241	1.911,1253	0,000008
1	115	0,0538	111,1594	0,1326
2	21	0,0143	29,6226	2,5099
3	15	0,0048	9,9511	2,5617
≥ 4	6	0,0025	5,1323	0,1467
Jumlah	2.068	1	2.068	5,3510

Terlihat bahwa nilai statistik ujinya lebih kecil dibandingkan dengan kuantilnya ($5,3510 < 5,99$). Dengan demikian hipotesis nol diterima dan disimpulkan bahwa data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia berasal dari populasi yang berdistribusi binomial negatif.

Hasil Pengujian Kecocokan Distribusi untuk Besar Klaim

Sebelum melakukan uji kecocokan distribusi untuk besar klaim dalam bagian ini akan dibuat histogram. Hal ini dilakukan untuk melihat bentuk dari distribusi besar klaim.



Gambar 1. Histogram data besar klaim

Terlihat bahwa secara umum bentuk distribusi dari data besar klaimnya menaik kemudian menurun dan selain bentuk distribusinya miring ke kanan (ekor dari distribusinya ada di kanan). Berdasarkan bentuk distribusi tersebut, diduga bahwa distribusi dari data besar klaim adalah lognormal.

Hipotesis untuk pengujian tersebut adalah:

H_0 : Data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia berasal dari populasi yang berdistribusi lognormal.

H_1 : Data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia bukan berasal dari populasi yang berdistribusi lognormal.

$$D = \max_{1 \leq i \leq n} |F_n(x_z) - F^*(x_z)| = 0,6506 - 0,6139 = 0,0367$$

Dari hasil perhitungan diperoleh nilai statistik uji Kolmogorov-Smirnov yaitu $D = 0.0367$. Dengan taraf nyatanya $\alpha = 5\%$, nilai kritisnya adalah $\frac{1,36}{\sqrt{229}} = 0.0899$. Terlihat bahwa nilai statistik uji Kolmogorov-Smirnov di atas lebih kecil dibandingkan dengan nilai kritisnya, sehingga hipotesis nol diterima dan disimpulkan bahwa data besar klaim tertanggung asuransi kendaraan bermotor di Indonesia kategori 7 berasal dari populasi yang berdistribusi lognormal.

Hasil perhitungan menggunakan metode *Fast Fourier Transform*

Tabel 4. Nilai Invers FFT, Nilai Fungsi Densitas dan Nilai Fungsi Distribusi Kumulatif Kerugian Agregat

j	\tilde{h}_j	h_j	H_j
(1)	(2)	(3)	(4)
0	0,9248	0,9248	0,9248
1	$3,7486 \times 10^{-3}$	$3,8225 \times 10^{-3}$	0,9286
2	$4,2618 \times 10^{-3}$	$4,4315 \times 10^{-3}$	0,9330
3	$3,9600 \times 10^{-3}$	$4,1990 \times 10^{-3}$	0,9372
4	$3,5389 \times 10^{-3}$	$3,8264 \times 10^{-3}$	0,9411
5	$3,1372 \times 10^{-3}$	$3,4591 \times 10^{-3}$	0,9445
⋮	⋮	⋮	⋮
229	$3,33078 \times 10^{-8}$	$2,8972 \times 10^{-6}$	$9,97798 \times 10^{-1}$
⋮	⋮	⋮	⋮
1021	$2,6455 \times 10^{-17}$	$1,2104 \times 10^{-8}$	$9,9781297 \times 10^{-1}$
1022	$12,8406 \times 10^{-17}$	$1,3254 \times 10^{-8}$	$9,9781298 \times 10^{-1}$
1023	$2,7539 \times 10^{-17}$	$1,3102 \times 10^{-8}$	$9,9781299 \times 10^{-1}$

D. Kesimpulan

Untuk pembahasan diatas telah dikemukakan metode *Fast Fourier Transform* yang digunakan untuk menentukan distribusi kerugian agregat tertanggung asuransi. Metode *Fast Fourier Transform* ini bersifat numerik (pendekatan). Berdasarkan hasil aplikasi metode *Fast Fourier Transform* pada data kerugian agregat tertanggung asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia dapat disimpulkan. Distribusi yang cocok untuk data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia adalah distribusi Binomial Negatif. Distribusi yang cocok untuk data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia adalah distribusi Lognormal. Nilai peluang

untuk kerugian agregat bila seseorang tidak mengajukan klaim adalah 0,9248. Dengan demikian nilai fungsi distribusi kumulatif untuk kerugian agregat bila seseorang tidak mengajukan klaim dimulai dari 0,9248.

Daftar pustaka

Kementrian Keuangan Republik Indonesia Badan Pengawasan Pasar Modal Dan Lembaga Keuangan (2011). Peraturan Ketua Badan Pengawasan Pasar Modal Dan Lembaga Keuangan Nomor: PER-04/BL/2011.

Klugman, S. A., dkk (2012) LOSS MODEL From Data Decisions 4th Edition, Wiley.

Republik Indonesia (2007). Peraturan Menteri Keuangan Nomor 74/PMK.010/2007, Pasal 1 Ayat (2) Jakarta.

Shevchenko, P. V. (2010) Calculate of Aggregate Loss Distributions, *The Journal of Operational Risk*, Vol. 5, No. 2, 3-40.

Sunendiari Siti (2010) Statistika Matematika I, Pustaka Ceria Yayasan Pena.

Utami, D. A. (2017) Penentuan distribusi Kerugian Agregat Tertanggung Asuransi Kendaraan Bermotor di Indonesia Menggunakan Metode Rekursif Panjer, Skripsi Program Studi Statistika Fakultas MIPA Universitas Islam Bandung.