

Diagram Kendali Exponentially Weighted Moving Average Sign Exponentially Weighted Moving Average Sign Control Chart

¹Debby Alviolinda Nuraviva, ²Anneke Iswani Achmad, ³Suliadi

^{1,2,3}Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung,
Jl. Tamansari No.1 Bandung 40116
email: ¹debbyalviolinda@gmail.com

Abstrak. Salah satu pengembangan dari diagram kendali *Shewhart* adalah diagram kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA). Diagram kendali EWMA digunakan untuk mendeteksi pergeseran yang kecil. Menurut Montgomery (2009) pergeseran dikatakan kecil jika besarnya pergeseran ini kurang dari 1.5σ . Diagram kendali EWMA mengasumsikan datanya berdistribusi normal. Namun pada kenyataannya, banyak data yang berasal dari populasi atau proses yang tidak berdistribusi normal. Dalam penelitian ini, akan dibahas mengenai penerapan diagram kendali EWMA menggunakan pendekatan nonparametrik atau yang dapat disebut dengan *EWMA Sign Control Chart* menggunakan data pengontrolan tegangan maksimum dari lempengan aluminium di PT. Dirgantara Indonesia. Berdasarkan data tersebut, pada skripsi ini juga akan dilakukan perbandingan antara *EWMA Sign Control Chart* dan diagram kendali EWMA standar pada data pengontrolan tegangan maksimum dari lempengan aluminium di PT. Dirgantara Indonesia. Hasil menunjukkan bahwa pada kondisi ARL_0 yang sama, *EWMA Sign Control Chart* lebih cepat dalam mendeteksi sinyal tidak terkendali dibandingkan dengan diagram kendali EWMA standar pada proses produksi lempengan aluminium di PT. Dirgantara Indonesia.

Kata Kunci: Diagram Kendali, EWMA Sign Control Chart, Diagram Kendali Exponentially Weighted Moving Average.

A. Pendahuluan

Diagram kendali adalah salah satu alat statistika yang umum digunakan untuk meningkatkan kualitas proses. Diagram ini memberi gambaran tentang perilaku sebuah proses dan digunakan secara luas untuk menyelidiki secara cepat terjadinya sebab-sebab terduga sehingga penyelidikan terhadap suatu proses dan tindakan perbaikan dapat dilakukan sebelum terlalu banyak produksi yang tidak sesuai. Diagram kendali yang pertama kali dikenal dan cukup populer adalah diagram kendali *Shewhart*, namun diagram tersebut kurang efektif dalam mendeteksi pergeseran rata-rata yang kecil dalam suatu proses produksi. Menurut Montgomery (2009) pergeseran dikatakan kecil jika besarnya pergeseran ini kurang dari 1.5σ . Salah satu metode diagram kendali yang efektif dalam mendeteksi pergeseran kecil dalam proses adalah diagram kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) (Montgomery, 2009).

Diagram kendali EWMA mengasumsikan datanya berdistribusi normal. Namun pada kenyataannya, banyak data yang berasal dari populasi atau proses yang tidak berdistribusi normal. Yang et al. (2011) mengusulkan suatu diagram kendali EWMA dengan pendekatan nonparametrik atau dapat disebut dengan *EWMA sign control chart* untuk memonitor rata-rata proses tanpa mengasumsikan distribusi dari datanya. Berdasarkan uraian diatas, penulis tertarik untuk membahas mengenai penerapan *EWMA sign control chart* menggunakan data pengontrolan tegangan maksimum dari lempengan aluminium di PT. Dirgantara Indonesia.

Sebagai perusahaan industri pesawat terbang, proses produksi di PT. Dirgantara Indonesia membutuhkan ketelitian yang tinggi agar menghasilkan produk yang memenuhi spesifikasi, sehingga pergeseran proses produksi diatur sedemikian ketat agar tidak melebihi batas toleransi yang telah ditetapkan. Maka dibutuhkan metode diagram kendali yang sensitif terhadap adanya pergeseran proses. Diagram kendali yang sensitif adalah diagram kendali yang lebih cepat dalam membangkitkan sinyal tidak terkendali.

Berdasarkan karakteristik produksi tersebut, maka perlu diagram kendali yang dapat mendeteksi perubahan rata-rata proses yang kecil agar sinyal tidak terkendali dapat terdeteksi lebih cepat sebelum lebih banyak produk cacat yang diproduksi (Montgomery, 2009), sehingga dalam penelitian ini metode diagram kendali EWMA sebagai metode yang dapat mendeteksi perubahan rata-rata yang kecil diterapkan pada pengontrolan proses produksi tegangan maksimum dari lempengan aluminium di PT. Dirgantara Indonesia.

Berdasarkan latar belakang diatas, maka dapat dirumuskan beberapa masalah yaitu, bagaimana penerapan EWMA *Sign Control Chart* pada data proses produksi lempengan aluminium di PT. Dirgantara Indonesia dan perbandingan hasil penerapan EWMA *sign control chart* dengan diagram kendali EWMA standar menggunakan data yang sama.

A. Landasan Teori

1. Pengendalian Kualitas Statistik

Menurut Sudjana (2002) pengendalian kualitas statistik merupakan teknik penyelesaian masalah yang digunakan sebagai pemonitor, pengendali, penganalisis, pengelola dan memperbaiki proses dengan menggunakan metode-metode statistik. Pengendalian kualitas secara statistik dapat digunakan untuk menemukan kesalahan produksi yang mengakibatkan produk tidak baik, sehingga dapat diambil tindakan lebih lanjut untuk mengatasinya.

Tujuan utama dari pengendalian kualitas statistik adalah menyidik dengan cepat sebab-sebab terduga atau pergeseran proses sedemikian hingga penyelidikan terhadap proses itu dan tindakan perbaikan dapat dilakukan sebelum terlalu banyak unit yang tidak sesuai diproduksi (Montgomery, 2009)

2. Diagram Kendali

Diagram kendali merupakan salah satu alat statistika untuk melakukan pengendalian kualitas dari proses produksi. Diagram kendali adalah teknik pengendalian proses yang secara luas digunakan untuk menaksir parameter suatu proses produksi serta menentukan kemampuan proses dan memberikan informasi yang berguna dalam meningkatkan proses (Muchlis, 2010). Diagram kendali pertama kali diperkenalkan oleh Dr. Walter Andrew Shewart pada tahun 1924. Diagram ini memberi gambaran tentang perilaku sebuah proses dan digunakan secara luas untuk menyelidiki secara cepat terjadinya sebab-sebab terduga sehingga penyelidikan terhadap suatu proses dan tindakan perbaikan dapat dilakukan sebelum terlalu banyak produksi yang tidak sesuai.

3. Uji Normalitas

Uji normalitas digunakan untuk menentukan apakah data sampel yang telah dikumpulkan berdistribusi normal atau tidak. Data sampel dikatakan berdistribusi normal apabila setelah diplotkan data meyebar disekitar garis diagonal dan mengikuti arah garis diagonal tersebut.

Untuk pengujian normalitas, salah satu uji statistik yang dapat digunakan adalah uji Kolmogorov-Smirnov.

Kriteria pengujian: Jika $D < D_{\alpha,n}$ maka H_0 diterima, yang berarti data sampel berdistribusi normal.

4. Average Run Length (ARL)

Salah satu cara untuk mengukur kinerja diagram kendali adalah dengan menggunakan *Average Run Length* (ARL). Menurut Montgomery (2009), ARL adalah rata-rata jumlah titik sampel yang harus diplot sebelum ditemukannya titik sampel yang menunjukkan keadaan tidak terkendali. Diagram kendali yang lebih sensitif terhadap perubahan proses adalah diagram kendali yang cepat mendeteksi sinyal tidak terkendali. Secara umum persamaan untuk perhitungan nilai ARL adalah:

$$ARL = \frac{1}{p}$$

dimana p = probabilitas suatu titik yang keluar dari batas kendali.

5. Diagram Kendali Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)

Misalkan $0 < \lambda < 1$ menunjukkan sebuah konstanta dan μ_0 menunjukkan target proses. Kemudian sampel berukuran $n \geq 1$ dikumpulkan dan \bar{x}_i adalah rata-rata sampel ke- i yang diperoleh sebanyak m periode. *Exponential Weight Moving Average* (EWMA) didefinisikan sebagai berikut (Montgomery, 2009):

$$Z_i = \lambda \bar{X}_i + (1 - \lambda)Z_{i-1}, i = 1, 2, 3, \dots, m \quad \dots(2.2)$$

λ merupakan faktor pembobot EWMA dimana $0 < \lambda < 1$ dan Z_0 merupakan nilai awal yang diharapkan dalam produksi, dalam hal ini $Z_0 = \mu_0$ merupakan nilai target.

Diagram kendali EWMA menurut konsep *Shewhart* akan dibangun dengan memplot Z_i terhadap garis tengah dan batas kendali sebagai berikut dimana σ adalah proses standar deviasi dan L adalah lebar batas kendali.

$$\begin{aligned} BKA &= \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1-\lambda)^{2i}]} \\ \text{Garis Pusat} &= \mu_0 \\ BKB &= \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1-\lambda)^{2i}]} \end{aligned} \quad \dots(2.3)$$

6. EWMA Sign Control Chart

Asumsikan bahwa karakteristik mutu dinotasikan X , memiliki nilai target T . Misalkan $Y = X - T$ dan $p = P(Y > 0)$ adalah proporsi proses. Jika proses terkendali maka $p = 0.5$, atau prosesnya tidak terkendali, yaitu penyimpangan dari target telah berubah maka $p = p_1 \neq 0.5$.

Untuk memonitor penyimpangan dari target proses pada waktu tertentu, sampel acak berukuran n , X_1, X_2, \dots, X_n diperoleh dari X . Didefinisikan:

$$Y_j = X_j - T \text{ dan } I_j = \begin{cases} 1, & \text{jika } Y_j > 0 \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases} \quad \text{untuk } j = 1, 2, \dots, n$$

Misalkan M menyatakan jumlah total $Y_j > 0$ dengan demikian, $M = \sum_{j=1}^n I_j$ akan mengikuti distribusi binomial dengan parameter $(n, 0.5)$ untuk proses terkendali. Pemantauan pergeseran pada target proses sama dengan pemantauan perubahan pergeseran pada proporsi proses, Misalkan bahwa besarnya pergeseran proporsi proses adalah Prosedur dalam membuat EWMA *sign control chart* sebagai berikut:

Mendefinisikan statistik untuk memonitor EWMA.

$$EWMA_{M_i} = \lambda M_i + (1 - \lambda) EWMA_{M_{i-1}} \quad 0 < \lambda \leq 1, \quad \dots(2.4)$$

dimana M_i menyatakan banyaknya jumlah $Y_i (> 0)$ secara berurutan dari prosesnya. Menggunakan nilai awal, $EWMA_{M_0}$, sebagai mean dari M sehingga $EWMA_{M_0} = n/2$.

Mean dan varians dari $E(EWMA_{M_i}) = n/2$ dan $Var(EWMA_{M_i}) = \frac{\lambda[1-(1-\lambda)^{2i}]}{2-\lambda} (1/4n)$.
Jika waktu tak terbatas maka $Var(EWMA_{M_i}) = \frac{\lambda}{2-\lambda} (1/4n)$

sehingga batas-batas kendali untuk EWMA *sign control chart* adalah:

$$\begin{aligned} BKA_{EWMA} &= n/2 + k \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} \left(\frac{1}{4}n\right)} \\ PUSAT_{EWMA} &= n/2 \\ BKB_{EWMA} &= n/2 - k \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} \left(\frac{1}{4}n\right)} \end{aligned} \quad \dots(2.5)$$

Dua parameter grafik, k dan λ dipilih agar memenuhi persyaratan *Average Run Length* (ARL) tertentu.

7. ARL EWMA Sign Control Chart

Yang et al. (2011) menghitung nilai k yang menghasilkan ARL_0 yang mendekati 370 atau $ARL_0 \approx 370$ untuk berbagai ukuran sampel (n). Nilai tersebut disajikan dalam Tabel 2.2 sebagai berikut:

Tabel 2.2 Nilai k dengan berbagai kombinasi dari (n, λ) dibawah $ARL_0 \approx 370$

ARL ₀ ≈ 370												
n	λ											
	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
9	2.48	2.70	2.77	2.83	2.85	2.85	2.88	2.87	2.86	2.83	2.85	2.94
10	2.49	2.69	2.77	2.84	2.86	2.86	2.89	2.88	2.86	2.85	2.81	2.70
11	2.49	2.70	2.78	2.84	2.88	2.88	2.89	2.89	2.88	2.86	2.85	2.79
12	2.49	2.68	2.79	2.84	2.86	2.89	2.90	2.90	2.90	2.89	2.89	2.91
13	2.50	2.69	2.78	2.84	2.87	2.89	2.90	2.91	2.90	2.90	2.88	2.95
14	2.49	2.69	2.80	2.85	2.86	2.89	2.91	2.92	2.91	2.89	2.88	2.81
15	2.49	2.69	2.78	2.84	2.87	2.90	2.91	2.92	2.91	2.91	2.91	2.89
16	2.49	2.68	2.79	2.84	2.86	2.91	2.92	2.92	2.91	2.91	2.91	2.96
17	2.48	2.70	2.79	2.85	2.87	2.89	2.93	2.92	2.93	2.92	2.91	2.83
18	2.50	2.70	2.79	2.84	2.86	2.90	2.92	2.95	2.92	2.92	2.92	2.89
19	2.48	2.70	2.79	2.86	2.87	2.89	2.92	2.93	2.93	2.93	2.92	2.96
20	2.47	2.71	2.77	2.84	2.89	2.89	2.92	2.93	2.93	2.92	2.92	2.89
21	2.50	2.67	2.79	2.85	2.88	2.90	2.93	2.92	2.93	2.93	2.93	2.90
22	2.49	2.70	2.79	2.84	2.88	2.90	2.93	2.93	2.94	2.93	2.94	2.96
23	2.49	2.70	2.79	2.84	2.88	2.90	2.93	2.94	2.94	2.93	2.93	2.90
24	2.49	2.70	2.78	2.85	2.87	2.91	2.93	2.94	2.94	2.94	2.94	2.92
25	2.49	2.69	2.80	2.85	2.88	2.90	2.93	2.95	2.94	2.94	2.94	2.97

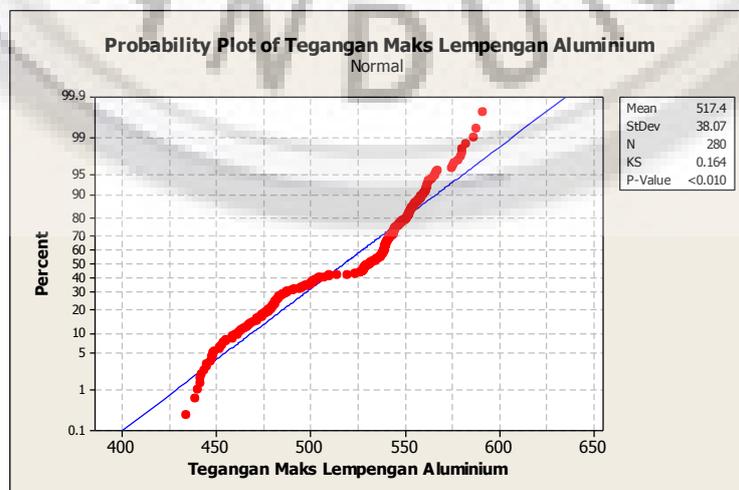
Sumber: Yang et al. (2011)

B. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Uji Normalitas

Uji normalitas digunakan untuk mengidentifikasi apakah data pengamatan tegangan maksimum dari lempengan aluminium di PT. Dirgantara Indonesia berdistribusi normal atau tidak. Uji normalitas dilakukan menggunakan statistik uji Kolmogorov-Smirnov.

Untuk melihat kenormalan data, maka dilakukan uji normalitas dengan menggunakan *software* Minitab 17.0.



Gambar 4.1 Output Uji Normalitas

Berdasarkan Gambar 4.1 uji normalitas dengan menggunakan *software* Minitab 17.0 diperoleh nilai statistik uji Kolmogorov-Smirnov sebesar 0,164 dan *p-value* <0,010. Dengan menggunakan nilai $\alpha = 0.05$, maka diputuskan untuk menolak H_0 karena *p-value* < α sehingga dapat disimpulkan bahwa data tegangan maksimum dari lempengan aluminium tidak berdistribusi normal.

Diagram Kendali EWMA Standar

Diketahui bahwa nilai rata-rata target dan simpangan baku yang ditetapkan untuk tegangan maksimum dari lempengan aluminium di PT. Dirgantara Indonesia adalah $\mu = 530$ Mpa dan $\sigma = 40$ Mpa.

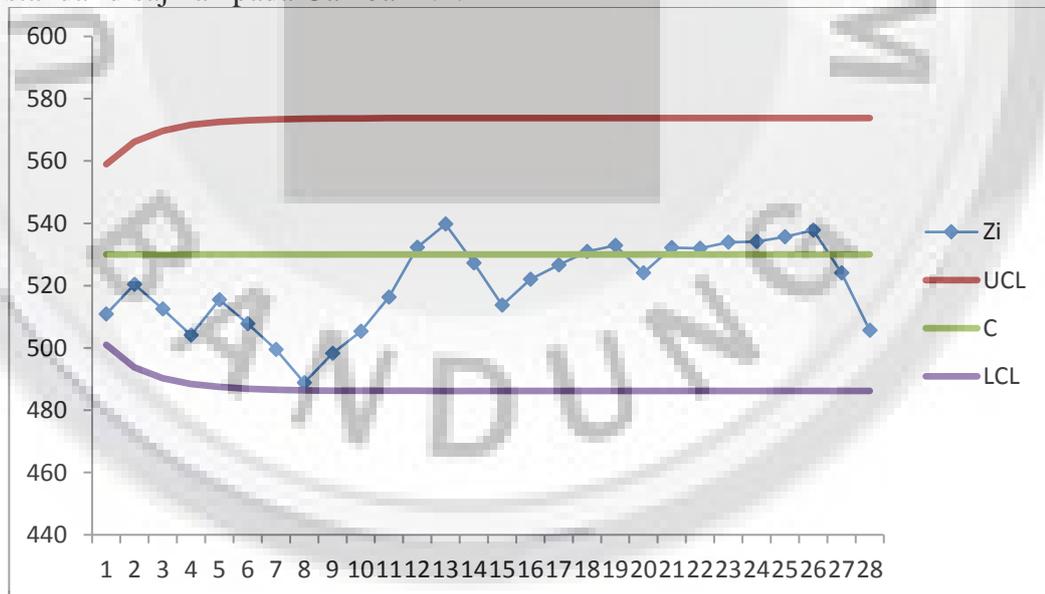
Langkah pertama untuk membentuk diagram kendali EWMA standar adalah menentukan nilai λ dan L . Maravelakis *et al.* (2004) dalam Abbasi (2010) merekomendasikan nilai $\lambda = 0.25$ dan $L = 2.898$ sebagai nilai yang efisien dalam mendeteksi pergeseran kecil dibawah kondisi $ARL_0 \approx 370$, sehingga dalam skripsi ini, nilai λ yang digunakan adalah 0.25 dan $L = 2.898$.

Langkah kedua yaitu menghitung Z_i , untuk $i = 1, 2, 3, \dots, 28$ dengan menggunakan persamaan (2.3) yaitu:

$$Z_i = \lambda \bar{X}_i + (1 - \lambda)Z_{i-1} \text{ dimana } Z_0 = \mu_0 = 530$$

Langkah selanjutnya menghitung nilai batas kendali atas (BKA) dan batas kendali bawah (BKB) dengan menggunakan persamaan (2.3)

Selanjutnya berdasarkan nilai BKA, Pusat, BKB dan nilai Z_i dapat dibuat diagram kendali EWMA standar untuk data pengontrolan tegangan maksimum dari lempengan aluminium di PT. Dirgantara Indonesia. Berikut hasil diagram kendali EWMA standar disajikan pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Diagram Kendali EWMA Standar

Berdasarkan Gambar 4.1, hasil penerapan EWMA standar pada data pengontrolan tegangan maksimum dari lempengan aluminium menunjukkan bahwa semua titik berada dalam batas kendali dan titik-titik pengamatan tidak membentuk trend atau pola-pola tertentu, sehingga dapat disimpulkan bahwa proses produksi lempengan aluminium di PT. Dirgantara Indonesia terkendali.

EWMA Sign Control Chart

Diketahui bahwa nilai rata-rata target dan simpangan baku yang ditetapkan untuk tegangan maksimum dari lempengan aluminium di PT. Dirgantara Indonesia adalah $\mu = 530$ Mpa dan $\sigma = 40$ Mpa.

Langkah pertama untuk membentuk EWMA sign control chart adalah menghitung selisih antara nilai aktual hasil pengukuran dengan nilai target yang diinginkan untuk setiap pengamatan atau $Y = X - T$ dimana T adalah nilai target yaitu sebesar 530.

Langkah kedua adalah menentukan nilai parameter yaitu λ dan k . Montgomery (2009) mengusulkan nilai λ yang dapat bekerja optimal yaitu rentang $0.05 \leq \lambda \leq 0.25$. Dalam skripsi ini, nilai λ yang digunakan adalah sebesar 0.25. Nilai k diperoleh dari Tabel 2.2, dibawah kondisi $ARL_0 \approx 370$ dengan ukuran sampel $n = 10$ dan nilai faktor pembobot $\lambda = 0.25$ maka diperoleh nilai $k = 2.86$.

Langkah selanjutnya yaitu menghitung M_i , untuk $i=1,2,3,\dots,28$ dimana M merupakan banyaknya jumlah tanda positif dari tiap subgroup, kemudian menghitung nilai $EWMA_M$ dengan menggunakan persamaan (2.9) yaitu:

$$EWMA_{M_i} = \lambda M_i + (1 - \lambda) EWMA_{M_{i-1}}$$

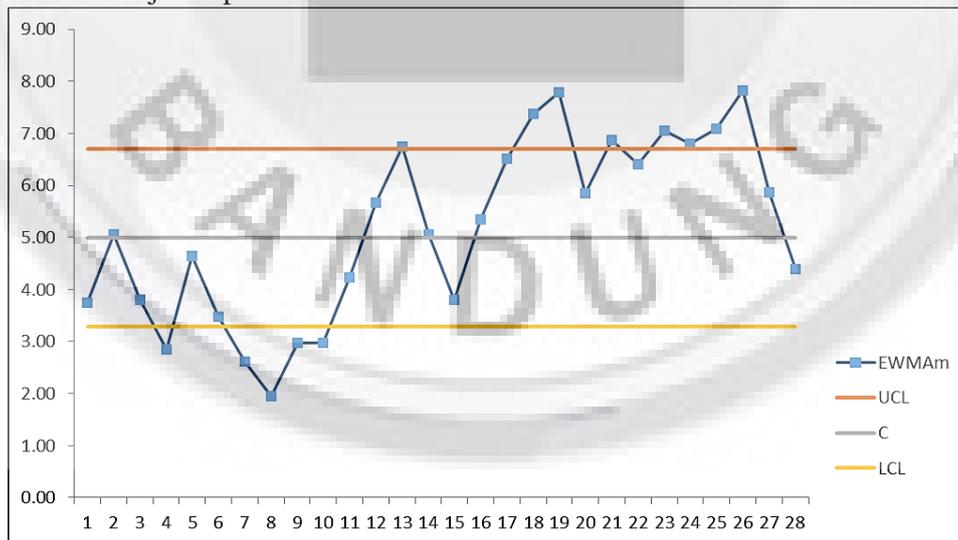
untuk $i = 1,2,3,\dots,m$

dimana $EWMA_{M_0} = \text{Mean}$ sehingga $EWMA_{M_0} = n/2$.

Pada EWMA sign control chart, statistik yang di plot adalah nilai $EWMA_{M_i}$ untuk $i = 1,2,3,\dots,28$.

selanjutnya menghitung nilai batas kendali atas (BKA) dan batas kendali bawah (BKB) dengan menggunakan persamaan (2.5).

selanjutnya berdasarkan nilai BKA, Pusat, BKB dan $EWMA_M$ dapat dibuat EWMA sign control chart untuk data pengontrolan tegangan maksimum dari lempengan aluminium di PT. Dirgantara Indonesia. Berikut hasil output EWMA sign control chart disajikan pada Gambar 4.2.



Gambar 4.2 EWMA Sign Control Chart

Berdasarkan Gambar 4.2, diagram kendali menunjukkan bahwa terdapat titik-titik yang berada di luar batas kendali, yaitu pada titik pengamatan ke 4,7,8,9,10,13,18,19,21,23,25 dan 26. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa proses produksi lempengan aluminium di PT. Dirgantara Indonesia tidak terkendali dengan nilai batas kendali atas sebesar 6,71 dan batas kendali bawah sebesar 3,29.

Perbandingan Hasil EWMA *Sign Control Chart* dengan Diagram Kendali EWMA Standar

Berdasarkan uraian sebelumnya, hasil penerapan diagram kendali EWMA standar pada data pengontrolan tegangan maksimum dari lempengan aluminium menunjukkan bahwa proses terkendali, sedangkan hasil penerapan EWMA *sign control chart* pada data pengontrolan tegangan maksimum dari lempengan aluminium menunjukkan bahwa proses tidak terkendali.

Dengan demikian, untuk data pengontrolan tegangan maksimum dari lempengan aluminium di PT. Dirgantara Indonesia dapat disimpulkan bahwa pada kondisi ARL_0 yang sama yaitu $ARL_0 \approx 370$, EWMA *sign control chart* lebih cepat dalam mendeteksi sinyal tidak terkendali dibandingkan dengan diagram kendali EWMA standar. Artinya asumsi normalitas dalam diagram kendali EWMA berpengaruh secara signifikan terhadap hasil analisis, sehingga penggunaan metode EWMA *sign control chart* disarankan untuk data yang tidak memenuhi asumsi normalitas.

C. Kesimpulan

1. Hasil penerapan EWMA *Sign Control Chart* pada data pengontrolan tegangan maksimum dari lempengan aluminium di PT. Dirgantara Indonesia menunjukkan bahwa proses tidak terkendali dengan nilai batas kendali atas sebesar 6,71 dan batas kendali bawah sebesar 3,29. Hal tersebut disebabkan adanya sebanyak 12 titik pengamatan yang keluar dari batas-batas kendali.
2. Diagram kendali EWMA standar pada data pengontrolan tegangan maksimum dari lempengan aluminium menunjukkan bahwa proses terkendali karena tidak ada titik-titik pengamatan yang keluar dari batas-batas kendali dan titik-titik pengamatan tidak menunjukkan pola-pola tertentu, sedangkan hasil penerapan EWMA *sign control chart* untuk data yang sama menunjukkan bahwa proses tidak terkendali karena adanya 12 titik pengamatan yang keluar dari batas kendali, Maka dapat disimpulkan bahwa pada kondisi ARL_0 yang sama yaitu $ARL_0 \approx 370$, EWMA *sign control chart* lebih cepat dalam mendeteksi sinyal tidak terkendali dibandingkan dengan diagram kendali EWMA standar untuk data proses produksi lempengan aluminium di PT. Dirgantara Indonesia. Artinya asumsi normalitas dalam diagram kendali EWMA berpengaruh secara signifikan terhadap hasil analisis, sehingga penggunaan metode EWMA *Sign Control Chart* disarankan untuk data yang tidak memenuhi asumsi normalitas.

D. Saran

Adapun saran yang dapat dikemukakan dalam penulisan skripsi ini adalah:

1. Disarankan kepada peneliti lain untuk menggunakan metode EWMA *Sign Control Chart* sebagai salah satu metode yang mendeteksi sinyal tidak terkendali lebih cepat apabila data yang digunakan tidak memenuhi asumsi normalitas pada data kategorik.
2. Disarankan kepada PT. Dirgantara Indonesia untuk mempertimbangkan metode EWMA *Sign Control Chart* sebagai salah satu metode dalam melakukan pengendalian kualitas.

Daftar Pustaka

- Abbasi, S. A. (2010) On The Performance of EWMA Chart in the Presence of Two-Component Measurement Error. *Quality Engineering*, 22:199-123
- Montgomery, D.C. (2009), *Introduction to Statistical Quality Control, six edition*. New York, John Wiley&Sons,Inc.
- Montgomery, D.C., Runger, G.C. (2011), *Applied Statistics and Probability for Engineers, 5th ed.*, John Wiley & Sons, Inc.
- Muchlis, D.R (2010). *Pengendalian Kualitas Statistika*, Bandung. Pustaka Ceria.
- Sudjana. (2002). *Metode Statistika*. Bandung. Tarsito.
- Yang, S.F et al. (2011). A New Nonparametric EWMA Sign Control Chart. *Expert System with Applications*, 6239-6243

