Uji Homogenitas Rata-Rata Kasus Anova Dua Arah dengan Metode Cochran

Cochran Test for Homogeneity Means in Two Ways ANOVA

[1]Susan Susanti, [2]Siti Sunendiari, [3]Abdul Kudus
[1,2,3]*Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Jl. Tamansari No.1 Bandung 40116*
email: [1]susansusanti6@gmail.com, [2]Siti_Sunendiari@yahoo.com, [3]Akudus@gmail.com

Abstract. The design of the experiment is all the processes required in the study, starting from the discovery of the idea to the hypothesis test and conclusion of the test result. Factorial design is used to look at the effects of two or more factors. The average homogeneity test of two-way ANOVA cases using Cochran method is one of the methods that can be used to see whether the data set has average homogeneity or not. When compared with homogeneity test results using Cochran method. The application of homogeneity test using Cochran method will be used for the purpose of homogeneity of Solid Surface Surface toughness. The results of this test show that gasification 13.44 is smaller than χ^2_{n-1} of 23.7 then H_0 received the mean word of the homogeneous group. This can be used as a basis for further analysis.

Keywords : Experiment Design, Homogeneity Test of Cochran Average Method.

Abstrak. Desain eksperimen adalah semua proses yang dibutuhkan dalam penelitian, dimulai dari penemuan ide sampai dengan pengujian hipotesis dan pengambilan kesimpulan atas hasil pengujian tersebut. Desain faktorial digunakan untuk melihat efek dua atau lebih faktor. Uji homogenitas rata-rata kasus ANOVA dua arah dengan menggunakan metode Cochran ini adalah salah satu metode yang dapat digunakan untuk melihat apakah sekumpulan data tersebut mempunyai homogenitas rata-rata atau tidak. Jika efek utama signifikan dan interaksi signifikan maka selanjutnya akan dilihat uji perbandingan berganda dengan menggunakan uji homogenitas dengan menggunakan metode Cochran. Penerapan uji homogenitas dengan menggunakan metode Cochran akan digunakan untuk memeriksa kehomogenan rata-rata ketangguhan material *Solid Surface*. Hasil pengujian ini menunjukan bahwa perolehan Statistik G sebesar 13,44 lebih kecil daripada χ^2_{n-1} sebesar 23,7 maka H_0 diterima artinya rata-rata kelompok homogen. Sehingga uji ini dapat dijadikan dasar untuk melakukan analisis selanjutnya.

Kata Kunci : Desain Eksperimen, Uji Homogenitas Rata-Rata metode Cochran.

A. Pendahuluan

Uji homogenitas rata-rata dalam suatu desain eksperimen telah digunakan untuk penelitian dibanyak bidang seperti industri, kesehatan dan lain-lain. Dalam suatu penelitian desain eksperimen, kehomogenan rata-rata dalam kasus ANOVA dua arah sangat diperlukan karena dapat membantu kita untuk menyimpulkan bahwa data tersebut mempunyai kesamaan rata-rata atau tidak, dan memudahkan kita agar mengetahui apakah data tersebut layak untuk kita gunakan kedalam langkah selanjutnya setelah ANOVA atau tidak.

Dalam analisis statistika khususnya dalam desain eksperimen, terdapat bermacam-macam metode untuk menganalisis kehomogenan rata-rata dalam ANOVA dua arah seperti uji Levene, dan uji Barlet. Uji homogenitas dilakukan untuk menunjukkan bahwa perbedaan yang terjadi pada uji statistik parametrik (misalnya uji t, ANAVA, MANCOVA maupun MANOVA) benar-benar terjadi akibat adanya perbedaan antar kelompok, bukan sebagai akibat perbedaan dalam kelompok.

Uji homogenitas data dilakukan dengan dua cara, yaitu uji F dari Havley dan uji Bartlett. Uji F dari Havley biasanya digunakan untuk menguji homogenitas sebaran dua kelompok data, sedangkan uji Bartlett biasanya digunakan untuk menguji homogenitas lebih dari dua kelompok data, namun ada alternatif dari uji barlet ini yaitu uji Levene, Uji levene digunakan untuk menguji kesamaan varians dari beberapa populasi. Dalam skripsi ini penulis menemukan sebuah metode untuk menguji homogenitas rata-rata dari desain dua arah yaitu dengan menggunakan metode Cochran, dimana metode ini adalah suatu metode alternatif yang dirancang P-Meuzui Mbeng untuk uji homogenitas rata-rata dalam kasus ANOVA dua arah.

Berdasarkan uraian dari latar belakang yang telah diuraikan diatas, maka masalah yang dapat diidentifikasi adalah “Bagaimana uji homogenitas rata-rata untuk kasus ANOVA dua arah dengan menggunakan metode Cochran? dan bagaimana penerapan metode Cochran dalam menguji homogenitas rata-rata untuk kasus ANOVA dua arah menggunakan data hasil pengujian ketangguhan material (J/m^2)?” Selanjutnya, tujuan dalam penelitian ini diuraikan dalam pokok-pokok adalah a) Untuk mengetahui uji homogenitas rata-rata untuk kasus ANOVA dua arah dengan menggunakan metode Cochran. b) Untuk mengetahui penerapan metode Cochran dalam menguji homogenitas rata-rata untuk kasus ANOVA dua arah menggunakan data hasil pengujian ketangguhan material (J/m^2).

B. Landasan Teori

Desain eksperimen adalah semua proses yang dibutuhkan dalam penelitian, dimulai dari penemuan ide sampai dengan pengujian hipotesis dan pengambilan kesimpulan atas hasil pengujian tersebut (Suwanda,2011). Ada tiga istilah dalam melakukan desain eksperimen ini, yaitu: a) Merancang b) Rancangan. c) Perancangan. Langkah yang harus dilakukan yaitu: Pengulangan, Pengacakan, dan pengendalian lokal.

Desain faktorial adalah suatu percobaan yang perlakuannya terdiri dari semua kemungkinan kombinasi taraf dari beberapa faktor. Desain ini disimbolkan dengan f^t dimana f adalah faktor dan t adalah taraf. Desain faktorial adalah desain yang paling efesien untuk menyelidiki efek dua atau lebih faktor. Tujuan dari desain faktorial adalah mengukur pengaruh variabel, menentukan variabel yang paling berpengaruh, dan mengukur interaksi antar variabel.

Unit eksperimen yang dibutuhkan dalam desain faktorial hanya 4 unit, replikasi harus mengandung semua kombinasi perlakuan. Efek suatu faktor dengan indikator adanya perubahan respon sebagai akibat adanya perubahan faktor disebut efek utama. Akan terjadi interaksi antara faktor A dan B, jika selisih respon diantara taraf-taraf suatu faktor tidak sama pada semua taraf faktor-faktor lainnya.

Kekeliruan kesimpulan yang serius akan terjadi jika suatu efek interaksi cukup besar. Didalam desain faktorial terdapat beberapa macam jenis faktorial, pada skripsi ini akan dibahas mengenai desain faktorial dua faktor.

Desain faktorial dua faktor adalah desain yang hanya mempunyai 2 faktor, desain ini merupakan salah satu desain yang paling sederhana. Desain ini mempunyai r replikasi susunan data, untuk desain faktorial dua faktor disajikan dalam Tabel 1.

Tabel 1. Susunan Data Untuk Desain Faktorial 2 Faktor

B	**1**				**2**				**...**	**b**			
A	**1**	**2**	**...**	**a**	**1**	**2**	**...**	**a**	**...**	**1**	**2**	**...**	**a**
	y_{111}	y_{211}	...	y_{a11}	y_{121}	y_{221}	...	y_{a21}	...	y_{111}	y_{211}	...	y_{a11}
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	y_{11r}	y_{21r}	...	y_{a1r}	y_{12r}	y_{22r}	...	y_{a2r}	...	y_{11r}	y_{21r}	...	y_{a1r}

Keterangan : a = Banyaknya level dari faktor A, b = Banyaknya level faktor B, r = replikasi.

Dalam suatu desain dua faktor $a \times b$, dengan faktor 1 mempunyai a buah level dan faktor 2 mempunyai b buah level. Dalam pengujian desain faktorial dua faktor, terdapat beberapa rumus yang digunakan untuk menghitung efek tiap faktor dan interaksinya. Rumus-rumus tersebut dapat dilihat pada Tabel 1. Dimana a merupakan jumlah level faktor A dan b merupakan jumlah level faktor B dan r merupakan banyaknya replikasi yang dilakukan.

Selain pengaruh faktor utama, ada suatu hal yang penting yang harus diperiksa yaitu pengaruh interaksi antar faktor terhadap hasil percobaan yang disebabkan oleh pengaruh suatu faktor terhadap hasil terkadang juga sangat dipengaruhi oleh jumlah atau ada tidaknya faktor lain.

Analisis variansi atau ANOVA merupakan suatu metode statistika yang digunakan untuk membandingkan rata-rata populasi. Uji dalam anova menggunakan uji F karena dipakai untuk pengujian lebih dari 2 sampel. Adapun asumsi dasar yang harus terpenuhi dalam ANOVA yaitu kenormalan dari eror, kesamaan variansi, dan pengamatan bebas. ANOVA satu arah adalah analisis varian yang didasarkan pada pengamatan 1 kriteria atau 1 faktor yang menimbulkan variansi. Analisis ini digunakan apabila data yang akan dianalisis terdiri dari satu variabel terikat dan satu variabel bebas. ANOVA dua arah adalah analisis yang digunakan untuk melihat perbandingan rata-rata beberapa kelompok yang biasanya digunakan pada kelompok yang berasal dari sampel yang sama pada tiap kelompoknya. Analisis ini didasarkan pada pengamatan 2 kriteria atau 2 faktor yang menimbulkan variasi.

Model *mean* sel dapat menjelaskan pengamatan respon dari eksperimen faktorial dua faktor, A dengan a taraf dan faktor B dengan b taraf. Model *mean* sel untuk faktorial $a \times b$ dengan n ulangan dalam suatu desain acak lengkap adalah:

1. Model Efek

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_{ij} + \tau\beta_{ij} + \varepsilon_{ijk} \begin{cases} i = 1,2,\dots,a \\ j = 1,2,\dots,b \\ k = 1,2\dots,r \end{cases} \quad \text{...(1)}$$

dimana: Y_{ijk} = Nilai respon untuk taraf i faktor A, taraf j faktor B pada ulangan ke k; μ = efek rata-rata keseluruhan; τ_i= Efek faktor A level ke-i; βj = Efek faktor B level ke-j; $\tau\beta$i j = Efek interaksi faktor A dan B; ε_{ijk} = Error; r= Ulangan.

Kedua faktor diasumsikan tetap, sehingga:

$$\sum \tau_i = 0, \sum \beta_j = 0, \sum_{i=1}^{a} (\tau\beta)_{ij} = 0, dan \ \sum_{j=1}^{a} (\tau\beta)_{ij} = 0$$

Dan diasumsikan juga bahwa kekeliruan berdistribusi normal dengan mean nol dan variansi σ^2 atau $\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$.

2. Model efek rata-rata

$$Y_{ijk} = \mu_{ij} + \varepsilon_{ijk} \begin{cases} i = 1,2,\dots,a \\ j = 1,2,\dots,b \\ k = 1,2\dots,n \end{cases} \quad \text{...(2)}$$

Dengan rata-rata dari sel ke-ij adalah:

$$\mu_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + \tau\beta_{ij} \quad \text{...(3)}$$

3. Model regresi

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_{12} X_1 X_2 + e \quad \text{...(4)}$$

dimana: b_0 = Parameter Keseluruhan;b_1= Parameter Faktor A;b_2 = Parameter Faktor B; X_1=Variabel Faktor A; X_2 = Variabel Faktor B; b_{12} = Parameter Interaksi A Dan B;e = Eror.

Rumusan hipotesis untuk interaksi dua faktor adalah:

$H_0 : (\tau\beta)_{ij} = 0$, untuk semua i,j. Dan $H_1 : (\tau\beta)_{ij} \neq 0$, untuk beberapa i,j.

Rumusan hipotesis untuk efek utama faktor A dan faktor B masing-masing adalah:

$H_0 : \tau_i = 0$, untuk semua i.; $H_1 : \tau_i \neq 0$, untuk beberapa i.; $H_0 : \beta_j = 0$, untuk semua j.; H_1: $\beta_j \neq 0$, untuk beberapa j.

Tabel 2. Total respon dalam sel dan total respon keseluruhan.

	Total	**Mean**
Baris	$y_{i..} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk},$	$\bar{y}_{i.} = \frac{y_{i..}}{bn}. i = 1,2,\dots,a$
Kolom	$y_{.j.} = \sum_{j=1}^{a}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk},$	$\bar{y}_{.j} = \frac{y_{.j.}}{an}. i = 1,2,\dots,b$
Sel	$y_{ij.} = \sum_{k=1}^{n} y_{ijk},$	$\bar{y}_{ij.} = \frac{y_{ij.}}{an}.$ $i = 1,2,\dots,a;$ $j = 1,2,\dots,b$
Keseluruhan	$y_{...} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}$	$\bar{y}_{...} = \frac{y\ ...}{abn}$

Tabel 3. Anova untuk Eksperimen Faktorial Dua Faktor.

Source Of Variation	***Sum Of Square***	***Degrees Of Freedom***	***Mean Square***	***Fo***	F_{tab}
Perlakuan A	$\mathrm{JK}_A = \frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a} y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$	a-1	$KT_A = \frac{JK_A}{a-1}$	$F_{0A} = \frac{MS_A}{MS_E}$	$F_{(a-1:ab(n-1)}$
Perlakuan B	$\mathrm{JK}_B = \frac{1}{an}\sum_{j=1}^{b} y_{.j.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$	b-1	$KT = \frac{JK_B}{b-1}$	$F_{0B} = \frac{MS_B}{MS_E}$	$F_{(b-1:ab(n-1)}$
Interaksi	$JK_{AB} = JK_{Subtotal} - JK_A - JK_B$	(a-1)(b-1)	$KT_{AB} = \frac{JK_{AB}}{(\mathrm{a}-1)(\mathrm{b}-1)}$	$F_{0AB} = \frac{MS_{AB}}{MS_E}$	$F_{((a-1)(b-1):ab(n-1)}$
Kekeliruan	$\mathrm{JK}_E = JK_T - JK_A - JK_B JK_{AB}$	ab(n-1)	$KT_E = \frac{JK}{ab(n-1)}$		
Total	$JK_T = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}^2 - \frac{y\ ...^2}{abn}$	abn-1			

Uji Homogenitas Rata-Rata Dengan Metode Cochran digunakan untuk menilai pengaruh macam-macam perlakuan proses atau untuk mengetahui adanya perbedaan atau persamaan antara dua variabel dari populasi yang sama. rumusan hipotesis sebagai berikut:

H_0: $\mu_{B1} = \mu_{B2} = \cdots = \mu_{BA}$; Masing-masing kelompok memiliki rata-rata yang sama

H_1 : Minimal ada satu tanda = tidak berlaku.

Dalam ”*journal of the royal statisticalsociety”* Cochran W(1937), menyebutkan bahwa untuk menguji homogenitas 2 arah harus dilakukan perhitungan parameter utama terlebih dahulu yaitu sebagai berikut:

$\bar{y}_{ab} = \frac{\sum_{a=1}^{A} y_{ab}}{n_{ab}}$;$S_{ab} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{K}(y_{ab}-\bar{y}_{ab})^2}{n-1}}$;$S_{ab} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{K}(y_{ab}-\bar{y}_{ab})^2}{n-1}}$;$S_{ab}^2 = \frac{n\sum_{a=1}^{A} y_{ab}^2-(\sum_{a=1}^{A} y_{ab})^2}{n(n-1)}$; $\omega_{ab} = \frac{n_{ab}}{S_{ab}^2}$;$h_{ab} = \frac{\omega_{ab}}{\omega}$;$h_{ab} = \frac{\omega_{ab}}{\omega}$;$\omega = \sum_{a=1}^{A}\sum_{b=1}^{B}\omega_{ab}$.; AB= Jumlah kelompok dan persamaan 1 berlaku jika $S_{ab}^2 > 0, \forall(1,b)\epsilon\{1,\dots,a\}\times\{1,\dots,b\}$.

P.Mezui-Mbeng (2015) membangun uji statistik homogen terhadap rata-rata (atau median dan persentil) dari berbagai kelompok umumnya didasarkan pada tiga langkah yaitu : Langkah 1. Mencari rata-rata keseluruhan yang diestimasi oleh kombinasi linear dari rata-rata individu.$\bar{y} = \sum_{a=1}^{A}\sum_{b=1}^{B} h_{ab}\bar{y}_{ab}$,dimana $\bar{y}_{ab}$ masing-masing mewakili rata-rata dan bobot non-negativ dari kelompok (a,b), dan $\sum_{a=1}^{A}\sum_{b=1}^{B} h_{ab} = 1$. Langkah 2: Mengasumsikan bahwa varians populasi masing-masing kelompok tidak diketahui dan diperkirakan oleh varians dari sampel yang sesuai.Misalkan vektor q sebagai berikut :$q = (q_1, q_2, \dots, q_a)'$.Dimana $q_a = (\bar{y}_{a1}-\bar{y}, \bar{y}_{a2}-\bar{y}, \dots, \bar{y}_{aB}-\bar{y},)'$Dimana$Q = I_{AB\times AB} - P;\ P = \begin{pmatrix} h_{11} & \dots & h_{A.B} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{11} & \cdots & h_{A.B} \end{pmatrix}$ Matriks kovarian di estimasi oleh $Var(q) = Q\ var\ (y)Q' = Q\Sigma Q'$, dengan

$\Sigma = \begin{pmatrix} \frac{1}{\omega_{11}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\omega_{12}} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \frac{1}{\omega_{AB}} \end{pmatrix}$ Setelah mencari Σ langkah selanjutnya mencari Ψ dengan rumus sebagai berikut:$\Psi = [Q'\Sigma Q]$ mendekomposisikan matriks Ψ yang akan menghasilkan tiga matriks baru yaitu U,S, dan V. Setelah kita mendapatkan ketiga matriks tersebut kita bisa Menghitung Ψ^+ menggunakan persamaan: $\Psi^+ = US^+V'$ Dimana S^+ merupakan *reverse* dari elemen diagonal S.**Langkah 3:** Membangun sebuah statistik uji $G = q'\Psi^+q$. Kriteria uji dalam uji kehomogenan rata-rata dengan menggunakan metode Cochran ini adalah terima Ho jika : $G > C_{tabel}$. Dimana $C \sim \chi_{AB-1}^2$. Dalam kriteria uji ini $C \sim \chi_{(AB-1)}^2$ didapat dari tabel χ_{AB-1}^2 dengan α 5%.

Koefisien determinasi adalah suatu ukuran besarnya persentase kontribusi faktor-faktor dan interaksinya terhadap varibilitas respon. $R^2 = \frac{JK_{model}}{JK_{Total}} = \frac{JK_A+JK_B+JK_{interaksi}}{JK_{Total}}$. Pemeriksaan keberlakuan model dilakukan untuk menunjukan nilai prediksi respon $(\bar{y}_{ij.})$, sisaan $(e_{ijk} = y_{ijk} - \hat{y}_{ijk} = y_{ijk} - \bar{y}_{ij.})$ dan sisaan terstandarkan.

Dalam statistika distribusi Normal merupakan distribusi probabilitas kontinu. Distribusi ini juga dikenal sebagai distribusi Gauss. Fungsi densitas dari variabel acak X yang berdistribusi normal dengan rata-rata μ dan varians σ^2. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$.Uji Normalitas bertujuan untuk menguji apakah variabel mempunyai distribusi normal atau tidak.

Invers semu Moore Penrose yang dinotasikan dengan A^+ merupakan salah satu jenis invers dari suatu matriks berukuran $m \times n$,dimana invers semu Moore Penrose dapat diterapkan pada matriks persegi *(singular dan non-singular)* maupun yang bukan persegi. Invers ini dapat ditentukan melalui beberapa cara salah satunya adalah dengan menggunakan Dekomposisi Nilai Singular atau *Singular Value Decomposition* (SVD).

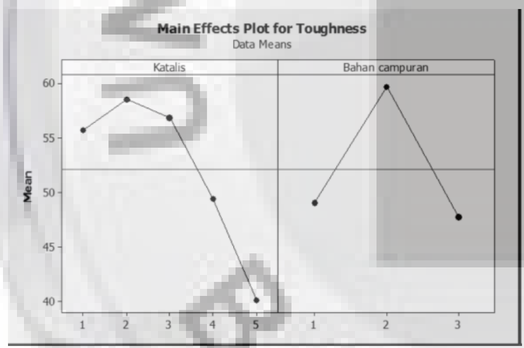
Dekomposisi nilai singular dari A dinyatakan sebagai $A = USV^T$. Jadi, sebelum mencari invers semu Moore Penrose suatu matriks terlebih dahulu diteliti nilai matriks U,V, dan S melalui nilai eigennya Kemudian, untuk mencari invers semu Moore Penrose dari suatu matriks berukuran $m \times n$ digunakan rumus: $A^{+} = US^{+}V^{T}$. Dimana: S^{+} adalah matriks $m \times n$ yang berubah menjadi matriks yang berukuran $n \times m$, V adalah matriks yang berukuran $n \times n$, dan U adalah matriks yang berukuran $m \times m$.

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

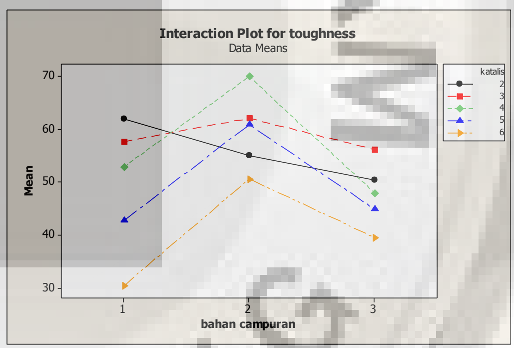
Tabel 4. Hasil Uji Anova

Source Of Variation	***Sum Of Square***	***Degrees Of Freedom***	***Mean Square***	***Fo***	***p-value***
Katalis	2045,03	4	511,26	79,05	0.000^{*}
Bahan Campuran	1280,45	2	640,22	98,99	0.000^{*}
Katalis*Bahan campuran	979,31	8	122,41	18,93	0.000^{**}
Kekeliruan	194,03	30	6,47		
Total	4498,82	44			

Dari tabel diatas, bisa diamati bahwa hasil uji ANOVA tersebut diperoleh *p-value* yang diperoleh sangat kecil untuk setiap faktor yang diteliti, sehingga dapat diperoleh kesimpulan untuk menolak H_{01}, H_{02}, dan H_{03}. Signifikansi efek dari setiap faktor yang diteliti dapat dilihat didalam grafik yang menunjukan rata-rata efek dari setiap faktor utama dan faktor interaksi yang disajikan pada Gambar 1 dibawah ini.



Gambar 1. Grafik efek faktor utama



Gambar 2. Grafik efek faktor interaksi

Dapat dilihat dari perolehan Gambar 4.1 terlihat bahwa efek dari faktor katalis mempunyai kecenderungan naik pada level 2 dan selanjutnya turun untuk penambahan jumlah katalis hingga paling rendah pada level 5. Faktor bahan campuran mempunyai kecenderungan untuk meningkatkan ketangguhan material pada level 2.

Dapat dilihat dari perolehan Gambar 4.2 terlihat bahwa pengaruh faktor interaksi dari faktor katalis dan bahan campuran terhadap ketangguhan material mempunyai kecenderungan yang sama sama yaitu kenaikan pada faktor bahan campuran level 2. Kelainan terlihat pada faktor bahan katalis level 1 dimana nilai ketangguhan justru turun pada faktor bahan campuran level 2. Pada grafik dapat dilihat bahwa nilai maksimum ketangguhan material dicapai pada penggunaan bahan campuran level 2 dan katalis level 3, walaupun demikian nilai ketangguhan untuk penggunaan katalis pada level 3 dengan berbagai macam jenis bahan campuran berfluktuasi sangat tinggi. Untuk mengukur apakah hasil regresi linier yang dibuat sesuai dengan data yang analisa, maka dilakukanlah analisa residual terhadap data tersebut.

Pengujian kehomogenan rata-rata dengan menggunakan metode cochran. Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui apakah data tentang penelitian ini mempunyai rata-rata yang homogen atau tidak. Statistik uji untuk hipotesis diatas adalah sebagai berikut :

H_o : $\mu_{1,2} = \mu_{1,3} = \cdots = \mu_{1,6} = \mu_{2,2} = \mu_{2,3} = \cdots = \mu_{2,6} = \mu_{3,2} = \mu_{3,3} = \cdots = \mu_{3,6}$

H_1 : Minimal ada satu tanda $\neq$

Tabel 5. Hasil perhitungan estimasi parameter

Bahan	Ca					HWF50					HWF100				
Katalis	2	3	4	5	6	2	3	4	5	6	2	3	4	5	6
	65.99	55.88	52.8	44.89	33.44	55.14	59.67	67.04	63.3	51.61	50.77	53.84	48.11	44.61	39.31
	57.07	59.55	54.19	42.56	29.45	51.83	62.3	74.41	58.71	52.65	47.94	56.94	49.03	47.42	40.18
	62.71	57.25	51.51	40.65	28.4	58.1	64.05	68.23	60.52	47.42	52.03	57.66	46.63	42.63	38.99
$Size(N_{ab})$	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
Mean($\bar{y}_{ab}$)	61.92	57.56	52.83	42.70	30.43	55.02	62.01	69.89	60.84	50.56	50.25	56.15	47.92	44.89	39.49
Stddev(S_{ab})	3.68	1.51	1.09	1.73	2.17	2.56	1.80	3.23	1.89	2.26	1.71	1.66	0.99	1.97	0.50
Variance ($S^2{}_{ab}$)	13.57	2.29	1.20	3.01	4.71	6.56	3.24	10.44	3.56	5.11	2.92	2.75	0.98	3.86	0.25
ω_{ab}	0.22	1.31	2.50	1.00	0.64	0.46	0.93	0.29	0.84	0.59	1.03	1.09	3.07	0.78	11.87
h_{ab}	0.01	0.05	0.09	0.04	0.02	0.02	0.03	0.01	0.03	0.02	0.04	0.04	0.12	0.03	0.45
Q_{ab}	15.67	11.30	6.58	-3.56	-15.83	8.77	15.75	23.64	14.59	4.30	3.99	9.89	1.67	-1.37	-6.76

Diperoleh matriks Q Sebagai berikut :

$$Q = \left(\begin{array}{ccccccccccccccc}
0,99 & -0,05 & -0,09 & -0,04 & -0,02 & -0,02 & -0,03 & -0,01 & -0,03 & -0,02 & -0,04 & -0,04 & -0,12 & -0,03 & -0,45 \\
-0,01 & 1,05 & -0,09 & -0,04 & -0,02 & -0,02 & -0,03 & -0,01 & -0,03 & -0,02 & -0,04 & -0,04 & -0,12 & -0,03 & -0,45 \\
-0,01 & -0,05 & 0,91 & -0,04 & -0,02 & -0,02 & -0,03 & -0,01 & -0,03 & -0,02 & -0,04 & -0,04 & -0,12 & -0,03 & -0,45 \\
-0,01 & -0,05 & -0,09 & 0,96 & -0,02 & -0,02 & -0,03 & -0,01 & -0,03 & -0,02 & -0,04 & -0,04 & -0,12 & -0,03 & -0,45 \\
-0,01 & -0,05 & -0,09 & -0,04 & 0,98 & -0,02 & -0,03 & -0,01 & -0,03 & -0,02 & -0,04 & -0,04 & -0,12 & -0,03 & -0,45 \\
-0,01 & -0,05 & -0,09 & -0,04 & -0,02 & 0,98 & -0,03 & -0,01 & -0,03 & -0,02 & -0,04 & -0,04 & -0,12 & -0,03 & -0,45 \\
-0,01 & -0,05 & -0,09 & -0,04 & -0,02 & -0,02 & 0,97 & -0,01 & -0,03 & -0,02 & -0,04 & -0,04 & -0,12 & -0,03 & -0,45 \\
-0,01 & -0,05 & -0,09 & -0,04 & -0,02 & -0,02 & -0,03 & 0,99 & -0,03 & -0,02 & -0,04 & -0,04 & -0,12 & -0,03 & -0,45 \\
-0,01 & -0,05 & -0,09 & -0,04 & -0,02 & -0,02 & -0,03 & -0,01 & 0,97 & -0,02 & -0,04 & -0,04 & -0,12 & -0,03 & -0,45 \\
-0,01 & -0,05 & -0,09 & -0,04 & -0,02 & -0,02 & -0,03 & -0,01 & -0,03 & 0,98 & -0,04 & -0,04 & -0,12 & -0,03 & -0,45 \\
-0,01 & -0,05 & -0,09 & -0,04 & -0,02 & -0,02 & -0,03 & -0,01 & -0,03 & -0,02 & 0,96 & -0,04 & -0,12 & -0,03 & -0,45 \\
-0,01 & -0,05 & -0,09 & -0,04 & -0,02 & -0,02 & -0,03 & -0,01 & -0,03 & -0,02 & -0,04 & 0,96 & -0,12 & -0,03 & -0,45 \\
-0,01 & -0,05 & -0,09 & -0,04 & -0,02 & -0,02 & -0,03 & -0,01 & -0,03 & -0,02 & -0,04 & -0,04 & 0,88 & -0,03 & -0,45 \\
-0,01 & -0,05 & -0,09 & -0,04 & -0,02 & -0,02 & -0,03 & -0,01 & -0,03 & -0,02 & -0,04 & -0,04 & -0,12 & 0,97 & -0,45 \\
-0,01 & -0,05 & -0,09 & -0,04 & -0,02 & -0,02 & -0,03 & -0,01 & -0,03 & -0,02 & -0,04 & -0,04 & -0,12 & -0,03 & 0,55
\end{array}\right)$$

$$\sum = \left(\begin{array}{ccccccccccccccc}
4,52 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0,76 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0,40 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1,00 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1,57 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,19 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,08 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3,48 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,19 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,97 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,92 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,33 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,29 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,08
\end{array}\right)$$

Hasil dari mendekomposisi matriks Ψ adalah sebagai berikut:

$$\Psi = \begin{matrix}
4,02 & -0,26 & -0,23 & -0,27 & -0,31 & -0,35 & -0,28 & -0,44 & -0,29 & -0,32 & -0,27 & -0,27 & -0,23 & -0,29 & -0,21 \\
-0,26 & 0,76 & 0,02 & -0,02 & -0,06 & -0,10 & -0,03 & -0,19 & -0,03 & -0,07 & -0,02 & -0,02 & 0,02 & -0,04 & 0,04 \\
-0,23 & 0,02 & 0,44 & 0,00 & -0,04 & -0,08 & 0,00 & -0,16 & -0,01 & -0,04 & 0,00 & 0,01 & 0,05 & -0,02 & 0,06 \\
-0,27 & -0,02 & 0,00 & 0,96 & -0,08 & -0,12 & -0,04 & -0,20 & -0,05 & -0,08 & -0,04 & -0,03 & 0,01 & -0,06 & 0,02 \\
-0,31 & -0,06 & -0,04 & -0,08 & 1,46 & -0,16 & -0,08 & -0,24 & -0,09 & -0,12 & -0,07 & -0,07 & -0,03 & -0,10 & -0,01 \\
-0,35 & -0,10 & -0,08 & -0,12 & -0,16 & 1,99 & -0,12 & -0,28 & -0,13 & -0,16 & -0,12 & -0,11 & -0,07 & -0,14 & -0,06 \\
-0,28 & -0,03 & 0,00 & -0,04 & -0,08 & -0,12 & 1,03 & -0,21 & -0,06 & -0,09 & -0,04 & -0,04 & 0,00 & -0,06 & 0,02 \\
-0,44 & -0,19 & -0,16 & -0,20 & -0,24 & -0,28 & -0,21 & 3,11 & -0,22 & -0,25 & -0,20 & -0,20 & -0,16 & -0,22 & -0,14 \\
-0,29 & -0,03 & -0,01 & -0,05 & -0,09 & -0,13 & -0,06 & -0,22 & 1,12 & -0,10 & -0,05 & -0,04 & -0,01 & -0,07 & 0,01 \\
-0,32 & -0,07 & -0,04 & -0,08 & -0,12 & -0,16 & -0,09 & -0,25 & -0,10 & 1,57 & -0,08 & -0,08 & -0,04 & -0,10 & -0,02 \\
-0,27 & -0,02 & 0,00 & -0,04 & -0,07 & -0,12 & -0,04 & -0,20 & -0,05 & -0,08 & 0,94 & -0,03 & 0,01 & -0,06 & 0,02 \\
-0,27 & -0,02 & 0,01 & -0,03 & -0,07 & -0,11 & -0,04 & -0,20 & -0,04 & -0,08 & -0,03 & 0,89 & 0,01 & -0,05 & 0,03 \\
-0,23 & 0,02 & 0,05 & 0,01 & -0,03 & -0,07 & 0,00 & -0,16 & -0,01 & -0,04 & 0,01 & 0,01 & 0,38 & -0,01 & 0,07 \\
-0,29 & -0,04 & -0,02 & -0,06 & -0,10 & -0,14 & -0,06 & -0,22 & -0,07 & -0,10 & -0,06 & -0,05 & -0,01 & 1,21 & 0,00 \\
-0,21 & 0,04 & 0,06 & 0,02 & -0,01 & -0,06 & 0,02 & -0,14 & 0,01 & -0,02 & 0,02 & 0,03 & 0,07 & 0,00 & 0,17
\end{matrix}$$

$$S = \begin{matrix}
4,3 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\
0,0 & 3,3 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\
0,0 & 0,0 & 2,1 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\
0,0 & 0,0 & 0,0 & 1,7 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\
0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1,5 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\
0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1,3 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\
0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1,1 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\
0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\
0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\
0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,9 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\
0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,8 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\
0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,5 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\
0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,4 & 0,0 & 0,0 \\
0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,1 & 0,0 \\
0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0
\end{matrix}$$

$$V = \begin{matrix}
-0,57 & -0,67 & -0,33 & 0,15 & -0,05 & -0,09 & -0,04 & -0,04 & -0,04 & 0,01 & -0,02 & 0,04 & 0,05 & 0,05 & 0,26 \\
0,05 & -0,01 & 0,01 & -0,01 & 0,01 & 0,04 & 0,02 & 0,04 & 0,03 & -0,02 & 0,07 & -0,96 & 0,06 & 0,06 & 0,26 \\
0,14 & -0,04 & -0,06 & 0,03 & -0,02 & -0,02 & -0,02 & -0,02 & -0,01 & 0,01 & -0,01 & 0,01 & -0,95 & 0,06 & 0,25 \\
0,01 & 0,01 & 0,04 & -0,06 & 0,04 & 0,12 & 0,09 & 0,21 & 0,68 & 0,59 & -0,20 & 0,09 & 0,06 & 0,06 & 0,25 \\
-0,05 & 0,05 & 0,16 & -0,31 & 0,70 & -0,52 & -0,14 & -0,10 & -0,08 & 0,03 & -0,03 & 0,05 & 0,05 & 0,05 & 0,26 \\
-0,11 & 0,10 & 0,62 & 0,68 & -0,12 & -0,16 & -0,07 & -0,07 & -0,05 & 0,02 & -0,03 & 0,05 & 0,05 & 0,05 & 0,26 \\
0,00 & 0,01 & 0,05 & -0,07 & 0,05 & 0,17 & 0,16 & 0,76 & -0,51 & 0,09 & -0,09 & 0,10 & 0,05 & 0,05 & 0,26 \\
-0,30 & 0,70 & -0,54 & 0,19 & -0,06 & -0,11 & -0,05 & -0,05 & -0,04 & 0,02 & -0,03 & 0,04 & 0,05 & 0,05 & 0,26 \\
-0,01 & 0,02 & 0,07 & -0,10 & 0,07 & 0,28 & 0,72 & -0,50 & -0,21 & 0,06 & -0,07 & 0,07 & 0,06 & 0,05 & 0,26 \\
-0,06 & 0,05 & 0,21 & -0,54 & -0,68 & -0,32 & -0,09 & -0,08 & -0,07 & 0,03 & -0,04 & 0,05 & 0,05 & 0,05 & 0,26 \\
0,02 & 0,01 & 0,04 & -0,06 & 0,04 & 0,11 & 0,08 & 0,15 & 0,38 & -0,79 & -0,33 & 0,10 & 0,06 & 0,05 & 0,26 \\
0,02 & 0,01 & 0,03 & -0,04 & 0,02 & 0,09 & 0,06 & 0,09 & 0,19 & -0,13 & 0,91 & 0,16 & 0,06 & 0,05 & 0,26 \\
0,18 & -0,05 & -0,08 & 0,05 & -0,02 & -0,04 & -0,02 & -0,02 & -0,01 & 0,01 & -0,02 & 0,02 & 0,05 & -0,94 & 0,26 \\
-0,02 & 0,03 & 0,09 & -0,14 & 0,09 & 0,63 & -0,63 & -0,25 & -0,15 & 0,05 & -0,06 & 0,07 & 0,06 & 0,05 & 0,26 \\
0,71 & -0,21 & -0,33 & 0,22 & -0,09 & -0,19 & -0,09 & -0,10 & -0,10 & 0,04 & -0,06 & 0,11 & 0,24 & 0,29 & 0,26
\end{matrix}$$

Kemudian dicari matriks S^+ dengan cara membalikkan unsur-unsur diagonal utama dari matriks S dengan hasil sebagai berikut:

$$S^+ = \begin{pmatrix}
21,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -26 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 25,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -3,2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -8,7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5,93 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -14 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1,3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 53,8 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 17,3 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3,5 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}$$

Setelah diperoleh S^+ maka selanjutnya kita cari $\Psi^+ = US^+V^T$. Untuk mendapatkan Ψ^+ ini bisa menggunakan rumus pada persamaan (2.30) hasilnya sebagai berikut:

$$\Psi^+ = \begin{pmatrix}
0,24 & -0,04 & -0,09 & -0,02 & -0,01 & 0,00 & -0,02 & 0,02 & -0,02 & 0,00 & -0,03 & -0,03 & -0,11 & -0,01 & 0,14 \\
-0,04 & 1,21 & -0,16 & -0,08 & -0,07 & -0,06 & -0,09 & -0,05 & -0,08 & -0,06 & -0,09 & -0,10 & -0,19 & -0,08 & -0,06 \\
-0,09 & -0,16 & 2,32 & -0,14 & -0,11 & -0,11 & -0,12 & -0,10 & -0,13 & -0,12 & -0,14 & -0,15 & -0,28 & -0,13 & -0,49 \\
-0,02 & -0,08 & -0,14 & 0,93 & -0,05 & -0,04 & -0,06 & -0,03 & -0,06 & -0,05 & -0,08 & -0,08 & -0,17 & -0,06 & 0,02 \\
-0,01 & -0,07 & -0,11 & -0,05 & 0,61 & -0,02 & -0,05 & -0,01 & -0,05 & -0,03 & -0,06 & -0,05 & -0,14 & -0,04 & 0,08 \\
0,00 & -0,06 & -0,11 & -0,04 & -0,02 & 0,45 & -0,04 & 0,00 & -0,03 & -0,02 & -0,04 & -0,05 & -0,12 & -0,03 & 0,10 \\
-0,02 & -0,09 & -0,12 & -0,06 & -0,05 & -0,04 & 0,86 & -0,03 & -0,06 & -0,04 & -0,07 & -0,07 & -0,16 & -0,06 & 0,02 \\
0,02 & -0,05 & -0,10 & -0,03 & -0,01 & 0,00 & -0,03 & 0,30 & -0,02 & -0,01 & -0,03 & -0,04 & -0,11 & -0,02 & 0,13 \\
-0,02 & -0,08 & -0,13 & -0,06 & -0,05 & -0,03 & -0,06 & -0,02 & 0,79 & -0,04 & -0,07 & -0,07 & -0,15 & -0,05 & 0,04 \\
0,00 & -0,06 & -0,12 & -0,05 & -0,03 & -0,02 & -0,04 & -0,01 & -0,04 & 0,56 & -0,05 & -0,05 & -0,13 & -0,04 & 0,09 \\
-0,03 & -0,09 & -0,14 & -0,08 & -0,06 & -0,04 & -0,07 & -0,03 & -0,07 & -0,05 & 0,95 & -0,08 & -0,17 & -0,07 & 0,01 \\
-0,03 & -0,10 & -0,15 & -0,08 & -0,05 & -0,05 & -0,07 & -0,04 & -0,07 & -0,05 & -0,08 & 1,00 & -0,16 & -0,07 & -0,01 \\
-0,11 & -0,19 & -0,28 & -0,17 & -0,14 & -0,12 & -0,16 & -0,11 & -0,15 & -0,13 & -0,17 & -0,16 & 2,74 & -0,14 & -0,75 \\
-0,01 & -0,08 & -0,13 & -0,06 & -0,04 & -0,03 & -0,06 & -0,02 & -0,05 & -0,04 & -0,07 & -0,07 & -0,14 & 0,73 & 0,06 \\
0,14 & -0,06 & -0,49 & 0,02 & 0,08 & 0,10 & 0,02 & 0,13 & 0,04 & 0,09 & 0,01 & -0,01 & -0,75 & 0,06 & 0,62
\end{pmatrix}$$

Setelah diperoleh Ψ^{+} diatas, maka kita bisa menghitung statistik G dengan menggunakan rumus persamaan (2.31). Dalam perhitungan sebelumnya telah diperoleh q dengan hasil sebagai berikut :

$$q = (15{,}67\quad 11{,}30\quad 6{,}58\quad -3{,}56\quad -15{,}83\quad 8{,}77\quad 15{,}75\quad 23{,}64\quad 14{,}59\quad 4{,}30\quad 3{,}99\quad 9{,}89\quad 1{,}67\quad -1{,}37\quad -6{,}76)$$

Sehingga diperoleh statistik G $= q\Psi^{+}q'$ = 16,94.

Selanjutnya kita melakukan perhitungan yang sama seperti sebelumnya untuk mencari statistik G yang diboboti, dimana dalam perhitungan ini h_{ab} diasumsikan dalam kasus pembobotan ini identik dengan semua grup (a,b) . artinya **$\forall$(a, b) $\in$ {1,2,3} × {1,2,3,4,5}, h_{ab}= 1/15.** Berikut hasil akhirnya :

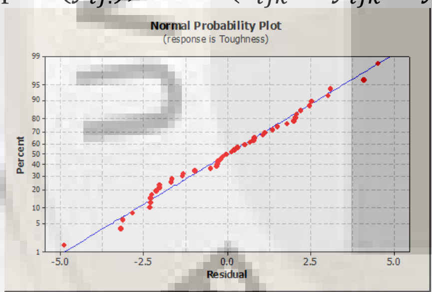
Sehingga diperoleh statistik G_w $= q_w \Psi_w^{+} q_w'$ = 13,44. Setelah diperoleh dua statistik G dan G_w dengan hasil yang sama, maka setelah diamati akhirnya, hipotesis null (H_0) diasumsikan bahwa semua kelompok (a,b) mempunyai rata-rata yang sama dan dapat diuji berdasarkan statistik $\chi^2_{n-1} = \chi^2_{15-1}$. Dengan $\alpha = 5\%$ didapat 23,7. Maka H_0 dierima karena G_w (13,44) < G_{tabel} (23,7), artinya bahwa semua kelompok mempunyai rata-rata yang sama.

Perhitungan koefisien determinasi

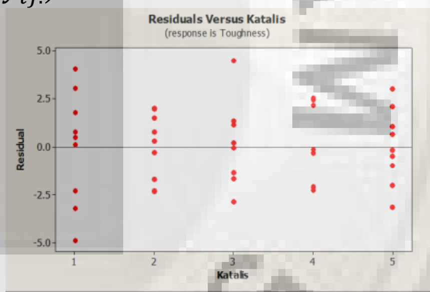
$$R^2 = \frac{JK_{model}}{JK_{Total}} = \frac{JK_{katalis} + JK_{bahan\ campuran} + JK_{interaksi}}{JK_{Total}} = \frac{2045{,}03 + 1280{,}45 + 979{,}31}{4498{,}82} = 0{,}9569 \approx 95{,}69\%$$

Hal ini berarti sekitar 95,69% ≈ 96% variabilitas ketangguhan material dijelaskan oleh katalis, bahan campuran dan interaksi katalis – bahan campuran.

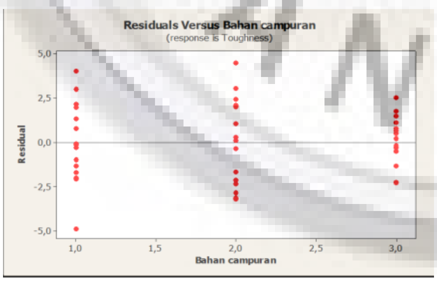
Pemeriksaan keberlakuan model dilakukan untuk menunjukan nilai prediksi respon ($\bar{y}_{ij.}$), sisaan ($e_{ijk} = y_{ijk} - \hat{y}_{ijk} = y_{ijk} - \bar{y}_{ij.}$) dan sisaan terstandarkan



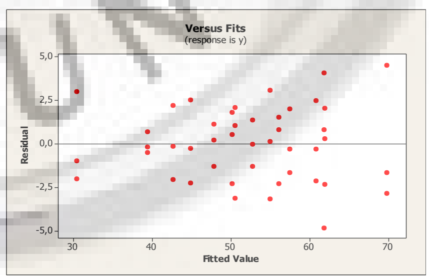
Gambar 3. Plot Normal dari Sisaan



Gambar 4. Diagram pencar residual-katalis



Gambar 5. Diagram pencar residual-bahan campuran



Gambar 6. Diagram pencar residual-bahan campuran

Pada Gambar 3 terlihat bahwa variansi residual tidak ada yang berada terlalu jauh dari garis regresi sehingga persebaran variansi residualnya dapat dikatakan terdistribusi normal. Walaupun demikian, penyimpangan nilai residual tersebut tidaklah terlalu besar sehingga tidak terlalu mempengaruhi hasil analisa dan kesimpulan. Pada Gambar 4 dan 5 terdapat perbedaan variansi residual yang nampak. Untuk faktor katalis terdapat variansi residual yang cukup tinggi pada level 1 dan 3 sedangkan untuk faktor bahan campuran terdapat variansi yang cukup tinggi pada level 1 dan 2. Pada Gambar 6 terlihat bahwa residual cenderung naik seiring dengan kenaikan nilai ketangguhan material.

C. Kesimpulan dan Saran

Kesimpulan

Dalam penelitian ini telah dibahas uji homogenitas rata-rata untuk kasus anova dua arah dengan metode Cochran. Berdasarkan hasil dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa:

1. Uji homogenitas rata-rata untuk kasus ANOVA dua arah dengan menggunakan metode Cochran didasarkan pada 3 langkah yaitu, yang pertama mengestimasi rata-rata keseluruhan dari rata-rata individu, kedua mengasumsikan bahwa varians populasi masing-masing kelompok tidak diketahui dan diperkirakan oleh varians dari sampel yang sesuai, dan ketiga membangun statistik uji G.
2. Penerapan data hasil pengujian ketangguhan material *Solid Surface* (Joule/m^2) menghasilkan rata-rata yang homogen. Sehingga metode ini bisa dijadikan dasar untuk melakukan analisis selanjutnya.

Saran

Adapun saran yang dapat dikemukakan dalam penulisan skripsi ini adalah Untuk penelitian selanjutnya jika ingin melakukan pengujian kehomogenan rata-rata sebaiknya mencoba metode lain selain metode Cochran.

Daftar Pustaka

Anton, H. (1987). Aljabar Linear Elementer Edisi Kelima. Jakarta: Erlangga.

Cochran, W. (1937). Problems Arising in the Analysis of a Series of Similar Experiments. Journal of the Royal Statistical Society, **4**, 102-118. http://dx.doi.org/10.2307/2984123

Ghozali, Imam. (2001). Aplikasi Analisis Multivariate Dengan Program SPSS. Semarang: Badan Penerbit Universitas Dipenogoro.

Mezui-Mbeng, P. (2015). A Note on Cochran Test for Homogeneity in Two Ways ANOVA and Meta-Analysis. Open Journal of Statistics, **5**, 787-796. http://dx.doi.org/10.4236/ojs.2015.57078

Montgomery, D.C.(2001). “Design and analysis of experiment”. JohnWiley&Sons,Inc,NewYork.

Nasution, A.H, dan Musa, M.S. (1989). Perancangan dan Analisis Percobaan Ilmiah. UPT IPB Bogor.

Salomon, L.L, Kosasih, W, dkk. (2015). Jurnal Rekayasa Sistem Industri Vol.4, No.1, Jakarta.

Siegel, S. (1985). Statistika Non-Parametrik untuk ilmu-ilmu Sosial. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama.

Sunendiari, S. (2010). Statistika Matematika-1. Bandung : Pustaka Ceria.

Suwanda. (2011). Desain Eksperimen untuk Penelitian Ilmiah. Bandung: Alfabeta.

Yusri. (2013). Statistika Sosial, Yogyakarta: Graha Ilmu, hal. 139.