

Kombinasi Regresi Tak Bias Ridge dengan Regresi Komponen Utama untuk Mengatasi Masalah Multikolinieritas

The Combining of Unbiased Ridge Regression and Main Component Regression to Overcome The Multicollinearity

¹Fitriana Novitasari, ²Suliadi, ³Anneke Iswani A.

^{1,2,3}Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu pengetahuan alam, Universitas Islam Bandung, Jl. Tamansari No. 1 Bandung 40116

E-mail: ¹fitriananovitasari@gmail.com, ²suliadi@gmail.com, ³annekeiswani11@gmail.com

Abstract. Multicollinearity linear relations among independent variables (X) which will result in a standard error becomes large, causing the confidence interval for the parameter also tend to be wider. one of the methods used to overcome multicollinearity is ridge regression was introduced Hoerl and Kennard, 1970, but the ridge regression method has the disadvantage that ridge regression estimator is biased. Crouse, *et al.*, (1995) improve the performance of ridge regression named *Unbiased Ridge Regression* (URR), the resulting estimator URR is an unbiased estimator for β . Marquardt, 1970 proposing Principal components regression as a tool to handle multicollinearity, Baye and Parker (1984) modify Principal components regression by combining a main component regression with ridge regression called (r, k) class estimator. to minimize the mean square error of Principal components regression, Batah, *et al.* (2009) improved methods of (r, k) class estimator which is proposed by Baye and Parker (1984) is to combine (r, k) class estimator with unbiased estimator regression *Unbiased ridge regression* (URR) where the new estimator is called MCRR. the results of the analysis showed that in the data rate of crude palm oil production (CPO) there is a problem multicollinearity on variable number of oil palm fruit, number of employees, hours of work machinery and water use. values obtained in the analysis of the mean square error generated by regression MCRR and PCR is still at the same time standardize the data. whereas when the data has been transformed into an early form of the mean square error produced MCRR smaller than PCR, but the difference MSE of both just a little, and the coefficients generated by PCR and MCRR also almost the same. These results conclude that the regression MCRR has better performance than Principal components regression in addressing the problem multicollinearity.

Keywords: least squares method, Unbiased ridge regression, principal component regression, estimator class (r, k) , modified (r, k) class ridge regression (MCRR), multicollinearity.

Abstrak Multikolinieritas merupakan hubungan linier antara sesama variabel bebas (X) yang akan berakibat pada galat baku menjadi besar sehingga menyebabkan selang kepercayaan untuk parameter juga cenderung akan lebih lebar. Salah satu metode yang digunakan untuk mengatasi multikolinieritas adalah regresi *ridge* yang dikenalkan Hoerl dan Kennard, 1970. Namun metode regresi *ridge* memiliki kekurangan yaitu sifat penaksir regresi *ridge* adalah bias. Crouse, *et al.*, (1995) meningkatkan kinerja regresi *ridge* yang diberi nama *unbiased ridge regression* (URR), penaksir yang dihasilkan URR merupakan penaksir yang tidak bias bagi β . Marquardt, 1970 mengusulkan regresi komponen utama sebagai alat untuk menangani multikolinieritas, Baye dan Parker (1984) memodifikasi regresi komponen utama dengan menggabungkan regresi komponen utama dengan regresi *ridge* yang dinamakan penaksir (r, k) . untuk meminimumkan nilai *mean square error* dari regresi komponen utama. Batah, *et al.* (2009) meningkatkan metode penaksir (r, k) yang di usulkan oleh Baye dan Parker (1984) yaitu dengan menggabungkan penaksir (r, k) dengan penaksir tak bias regresi *unbiased ridge regression* (URR) dimana penaksir baru ini dinamakan MCRR. Dari hasil analisis yang telah dilakukan. ternyata dalam data tingkat produksi *crude palm oil* terdapat masalah multikolinieritas pada variabel jumlah buah kelapa sawit, jumlah tenaga kerja, jam kerja mesin dan penggunaan air. Dalam analisis diperoleh nilai *mean square error* yang dihasilkan oleh regresi MCRR dan PCR adalah sama saat data masih di standarkan. Sedangkan ketika data telah di transformasi kedalam bentuk awal nilai *mean square error* yang dihasilkan MCRR lebih kecil dari PCR namun perbedaan MSE dari keduanya hanya sedikit, dan koefisien yang dihasilkan oleh MCRR dan PCR juga hampir sama. Dari hasil tersebut dapat disimpulkan bahwa regresi MCRR memiliki kinerja yang lebih baik dibandingkan regresi komponen utama dalam menangani masalah multikolinieritas.

Kata Kunci: Metode kuadrat terkecil, Unbiased Ridge Regression, Regresi Komponen Utama, Penaksir kelas (r, k) , Modified (r, k) Class Ridge Regression (MCRR), Multikolinieritas.

A. Pendahuluan

Analisis regresi merupakan suatu teknik analisis statistik untuk membuat model dan mengetahui hubungan antara dua variabel atau lebih. Salah satu dari model statistika yang sering digunakan dalam pemecahan suatu masalah adalah model regresi linier. Jika variabel terikat (Y) hanya dihubungkan dengan satu variabel bebas (X), maka akan menghasilkan model regresi linier sederhana. Sedangkan jika variabel bebas (X) yang digunakan lebih dari satu, maka akan menghasilkan model regresi linier berganda.

Salah satu cara untuk mendapatkan koefisien regresi linier berganda adalah menggunakan metode kudrat terkecil (MKT). Metode MKT akan menghasilkan penaksir yang tak bias tetapi penaksir tersebut memiliki varians yang besar jika terdapat masalah multikolinieritas pada variabel bebas (Walpole dan Myers, 1995). Akibat adanya pengaruh multikolinieritas, diperlukan solusi untuk mengatasi masalah tersebut salah satunya yaitu dengan regresi *ridge*, namun regresi *ridge* menghasilkan penaksir yang tak bias, oleh karena itu Crouse, et al., (1995) meningkatkan kinerja regresi *ridge* yang diberi nama *Unbiased ridge regression* (URR), dimana penaksir yang dihasilkan URR merupakan penaksir yang tidak bias bagi β . Selain itu untuk mengatasi masalah multikolinieritas Marquardt, 1970 mengusulkan regresi komponen utama sebagai alat untuk menangani multikolinieritas, dan Baye dan Parker (1984) memodifikasi regresi komponen utama dengan menggabungkan regresi komponen utama dengan regresi *ridge* yang dinamakan penaksir (r, k) . Untuk meminimumkan nilai standar error dari regresi komponen utama. Batah, et al. (2009) meningkatkan metode penaksir (r, k) yang di usulkan oleh Baye dan Parker (1984) yaitu dengan menggabungkan penaksir (r, k) dengan penaksir tak bias regresi *ridge* (*unbiased ridge regression* / URR) dimana penaksir baru ini dinamakan *modified (r, k) class ridge regression* (MCRR) metode ini memiliki nilai varian yang lebih kecil dibandingkan dengan menggunakan penaksir MKT, regresi *ridge*, URR, penaksir (r, k) (Batah, et al. 2009). Dalam penelitian ini akan membahas metode MCRR yang akan diterapkan pada data tingkat produksi *Crude Palm Oil* (CPO) yang dipengaruhi oleh jumlah buah kelapa sawit, jumlah tenaga kerja, jam kerja mesin, penggunaan air, penggunaan uap dan suplai listrik di Unit Adolina PT. Perkebunan Nusantara IV Sumatra.

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka perumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut : bagaimana membuat model untuk menaksir koefisien regresi linier berganda dengan menggunakan metode kuadrat terkecil yang diterapkan pada data tingkat produksi *Crude Palm Oil* (CPO), bagaimana prosedur pemeriksaan adanya indikasi masalah multikolinieritas pada model regresi MKT, bagaimana persamaan model regresi *modified (r, k) class ridge regression* (MCRR) untuk mengatasi masalah multikolinieritas, bagaimana perbandingan nilai *mean square error* dari penaksir MKT, MCRR dan regresi komponen utama (PCR).

B. Tinjauan Pustaka

1. Regresi Linier berganda

Analisis regresi merupakan suatu metode statistik yang digunakan untuk memodelkan hubungan antara variabel terikat (Y) dengan variabel bebas (X). Dalam banyak kasus penelitian yang dilakukan melibatkan lebih dari dua variabel bebas (X_1, X_2, \dots, X_p) atau dengan kata lain terdapat banyak faktor yang mempengaruhi variabel terikat (Y) sehingga untuk mengatasi masalah ini digunakan regresi linier berganda, Secara umum model regresi linier berganda dapat di tulis sebagai berikut:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_p X_{ip} + \varepsilon_i$$

2. Penaksir Metode Kuadrat Terkecil

Metode kuadrat terkecil (MKT) merupakan salah satu metode penaksir yang bertujuan untuk meminimumkan jumlah kuadrat kesalahan $\sum e_i^2$ sehingga nilai regresinya akan mendekati nilai yang sesungguhnya. Berdasarkan teorema Gauss-Markov penaksir MKT disebut sebagai penaksir tak bias linier terbaik (*best linier unbiased estimator* (BLUE)).

Koefisien regresi β dapat ditaksir menggunakan metode kuadrat terkecil (MKT) dengan persamaan:

$$\hat{\beta} = (X^t X)^{-1} (X^t Y)$$

3. Multikolinieritas

Istilah multikolinieritas pertama kali ditemukan pada tahun 1934 yang berarti adanya hubungan linier diantara beberapa atau semua variabel bebas dalam model regresi. Model yang baik adalah model yang tidak terdapat multikolinieritas didalamnya. Untuk mendeteksi ada atau tidaknya multikolinieritas dalam model dapat dilihat dengan nilai *Variance Inflation Factors* (VIF), Apabila Nilai VIF lebih besar dari 10 dapat diindikasikan bahwa ada hubungan diantara variabel bebas (X) (Neter, *et.al.*, 1990).

4. Penaksir Regresi Ridge

Multikolinieritas merupakan salah satu masalah utama dalam metode penaksir regresi. Terdapat beberapa teknik dan metode untuk menangani multikolinieritas dalam regresi, salah satunya adalah regresi *ridge* yang diperkenalkan oleh Hoerl dan Kennard (1970). Metode *ridge* dilakukan dengan cara menambahkan konstanta yang bernilai positif λ terhadap elemen diagonal $X^{*t} X^*$.

Penaksir regresi ridge $\hat{\beta}$ untuk MKT adalah :

$$\hat{\beta}_R(\lambda) = (X^{*t} X^* + \lambda I)^{-1} X^{*t} Y^*$$

Dimana I adalah matrik identitas berukuran $(p \times p)$ dan λ adalah sebuah bilangan yang positif atau $\lambda \geq 0$. Salah satu metode penaksir λ diusulkan oleh Hoerl dan Kennard (1970) sebagai berikut:

5. Unbiased Ridge Regression (URR)

$$\lambda = \frac{p S_{MKT}^2}{\hat{\beta}_{MKT}^T \hat{\beta}_{MKT}}$$

Dengan :

$$S_{MKT}^2 = \frac{(Y - X \hat{\beta}_{MKT})^T (Y - X \hat{\beta}_{MKT})}{n - p}$$

Meskipun regresi *ridge* mampu untuk menangani masalah multikolinieritas dengan baik dan nilai MSE yang dihasilkan lebih kecil dari penaksir MKT. regresi *ridge* memiliki kekurangan yaitu sifat penaksir koefisien regresi *ridge* adalah bias $E[\hat{\beta}_R] \neq \beta$.

Karena kekurangan tersebut, banyak perhatian para peneliti untuk mengembangkan atau mengoptimalkan regresi *ridge* yang di berikan oleh Hoerl dan Kennard (1970). Salah satu metode yang digunakan untuk mengoptimalkan regresi *ridge* adalah penaksir *unbiased ridge regression* (URR) yang diusulkan oleh Crouse, *et al.*, 1995.

Metode penaksir URR merupakan salah satu metode untuk menangani masalah multikolinieritas. Penaksir URR ini mampu menghasilkan penaksir yang tak bias untuk β . Penaksir URR dilakukan dengan cara mengkombinasikan nilai informasi sebelumnya (J) dengan λ . Dengan model penaksir yang tak bias untuk β menggunakan penaksir URR sebagai berikut,

$$\hat{\beta}_{URR}(\lambda, J) = (X^{*t}X^* + \lambda I)^{-1}(X^{*t}Y^* + \lambda J); \quad \text{untuk } \lambda \geq 0$$

Dimana I adalah matrik identitas berukuran $(p \times p)$ dan λ adalah sebuah bilangan yang positif atau $\lambda \geq 0$, sedangkan J merupakan sebuah nilai informasi sebelumnya. Dengan nilai J adalah:

$$J = \eta \mathbf{1}_{p \times 1}$$

Dengan:
$$\eta = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p \hat{\beta}_j$$

Metode ini memerlukan sebuah parameter ridge λ yang harus di taksir. Crouse, et al., (1995) menyarankan nilai λ^* melalui persamaan berikut:

Jika σ^2 diketahui maka nilai λ^* adalah :

$$\lambda^* = \frac{p\sigma^2}{(\hat{\beta}_{MKT}-J)^t(\hat{\beta}_{MKT}-J) - \sigma^2 \text{tr}(X^{*t}X^*)^{-1}} \quad \text{Jika } (\hat{\beta}_{MKT}-J)^t(\hat{\beta}_{MKT}-J) - \sigma^2 \text{tr}(X^{*t}X^*)^{-1} > 0$$

Dan $\lambda^* = \frac{p\sigma^2}{(\hat{\beta}_{MKT}-J)^t(\hat{\beta}_{MKT}-J)}$, untuk yang lain.

Jika nilai σ^2 tidak diketahui, maka σ^2 dapat di ganti dengan penaksir yang tak bias dari $\hat{\sigma}^2$ yaitu

$$s^2 = \frac{(Y - X\hat{\beta}_{MKT})^t(Y - X\hat{\beta}_{MKT})}{(n-p)}$$

6. Penaksir Regresi Komponen Utama (PCR)

Regresi komponen utama didasarkan pada analisis komponen utama. Melalui analisis komponen utama akan dihasilkan variabel-variabel baru (komponen utama) yang merupakan kombinasi linier dari variabel-variabel bebas asal, dan antara variabel baru ini bersifat tidak saling berkorelasi. Selanjutnya variabel bebas (komponen utama) akan diregresikan dengan variabel terikat (Y).

Langkah awal sebelum melakukan regresi komponen utama adalah menstandarkan variabel bebas (X), untuk matrik variabel bebas (X) yang telah di bakukan lambangkan X^* . Dari variabel bebas yang telah di bakukan akan di peroleh akar ciri (w) dan vektor ciri (v) dari $X^{*t}X^*$. Untuk menentukan akar ciri (*eigen value*) w_1, w_2, \dots, w_p dapat di peroleh dengan :

$$|X^{*t}X^* - wI| = 0$$

Sedangkan vektor ciri (v) diperoleh dari masing-masing nilai akar ciri w yang dapat di peroleh dari :

$$(X^{*t}X^* - wI)v = 0$$

Untuk penentuan r komponen yang akan digunakan terdapat beberapa kriteria yaitu :

1. Proporsi kumulatif keragaman data asal yang di jelaskan oleh r komponen utama minimal 80% (Johnson, 2007).
2. Dengan menggunakan scree plot, pemilihan nilai r berdasarkan *scree plot* ditentukan dengan melihat letak terjadinya belokan dengan menghapus komponen utama yang menghasilkan beberapa nilai akar ciri yang kecil yang membentuk pola garis lurus (Rancer, 1998).

Nilai komponen utama Z_j untuk masing-masing observasi adalah :

$$Z = XV$$

Dimana Z adalah matrik $(n \times p)$. Kolom dari matrik Z didefinisikan sebagai variabel bebas baru (komponen utama) yang saling orthogonal yaitu $Z = [Z_1, Z_2, \dots, Z_p]$. Sedangkan V merupakan matrik $(p \times p)$ dimana kolom-kolomnya

merupakan vektor ciri dari $X^{*t}X^*$.

Persamaan regresi linier berganda menjadi regresi komponen utama, sebagai berikut:

$$y = Z\alpha + \varepsilon$$

Dimana Z variabel tak bebas baru (komponen utama) matrik ($n \times p$), sedangkan α vektor ($p \times 1$), merupakan parameter regresi komponen utama.

penaksir komponen utama $\hat{\beta}_{PCR}$ utama dapat ditulis :

$$\hat{\beta}_{PCR} = V_r(V_r^t X^t X V_r)^{-1} V_r^t X^t Y$$

Untuk meningkatkan kinerja regresi komponen utama Baye & Parker (1984) melakukan peningkatan kinerja regresi komponen utama dengan menggabungkan penaksir tak bias regresi *ridge* dengan komponen utama.

Penaksir baru ini disebut dengan penaksir kelas (r, k) dengan penaksir sebagai berikut :

$$\hat{\beta}_{(r,k)} = V_r(V_r^t X^t X V_r + \lambda I_r)^{-1} V_r^t X^t Y$$

Batah, et al., (2009) melakukan modifikasi terhadap penaksir kelas (r, k) , yaitu dengan menggabungkan penaksir kelas (r, k) dengan *unbiased ridge regression* (URR) dimana tujuan dari peningkatan ini adalah untuk meminimumkan nilai MSE (*mean square error*) dari penaksir regresi komponen utama.

7. Modified (r, k) Class Ridge Regression (MCRR)

Penaksir MCRR diusulkan oleh Batah, et al., 2009 merupakan sebuah penaksir dengan menggabungkan penaksir (r, k) dengan *unbiased ridge regression* (URR). Dengan mengganti nilai λ dengan λ^* , dimana penaksir Untuk mendapatkan penaksir

$\hat{\beta}_{MCRr}$

$$\hat{\beta}_{MCRr}(\lambda^*, J) = V_r(V_r^t X^t X V_r + \lambda^* I_r)^{-1} V_r^t (X^{*t} Y^* + \lambda^* J)$$

Dengan :

$$\text{Bias}(\hat{\beta}_{MCRr}(\lambda^*, J)) = [V_r V_r^t - I_p] B$$

$$= -V_{p-r} V_{p-r}^t B$$

Dan

$$\text{var}(\hat{\beta}_{MCRr}(\lambda^*, J)) = \sigma^2 V_r (V_r^t X^t X V_r + \lambda^* I_r)^{-1} V_r^t$$

$$= \sigma^2 V_r \Lambda_r^{-1}(\lambda^*) V_r^t$$

Dimana $\Lambda_r(\lambda^*) = \Lambda_r + \lambda^* I_r$ dan $\Lambda_r = V_r^t X^t X V_r$

8. Contoh aplikasi

Analisis yang akan digunakan menggunakan *modified (r,k) class ridge regression* (MCRR) akan diaplikasikan pada data tingkat produksi *Crude Palm Oil* (CPO) Adolina PT. Perkebunan Nusantara IV Sumatra Utara.

Untuk menganalisis data yang harus dilakukan adalah :

1. Mencari model MKT \rightarrow mencari nilai MSE dan R^2 MKT \rightarrow menguji asumsi multikolinieritas \rightarrow jika nilai VIF > 10 maka transformasi data.
2. Menentukan banyaknya komponen yang terpilih
3. Menentukan nilai J dan λ^*
4. Substitusikan nilai J dan λ^* kedalam model untuk menaksir regresi MCRR.
5. Bandingkan nilai MSE dan R^2 dari MCRR, PCR dan MKT

C. Hasil dan pembahasan

1. Pemodelan Regresi MKT

Hasil penaksiran parameter berdasarkan metode kuadrat terkecil untuk regresi linier berganda didapatkan sebagai berikut :

$$\hat{Y} = 57.7267 + 0.2350 X_1 - 0.0508 X_2 + 0.0239 X_3 - 0.0066 X_4 + 0.0096 X_5 + 0.00014 X_6$$

Dengan nilai MSE yang dihasilkan sebesar 2670 dan nilai R^2 sebesar 99.5%.

2. Multikolinieritas

Untuk mengetahui apakah terdapat masalah multikolinieritas dalam data tingkat produksi *Crude Palm Oil* (CPO), dilihat nilai *Variance inflation factors* (VIF), dari hasil yang diperoleh bahwa variabel X_1, X_2, X_3 dan X_4 memiliki nilai VIF lebih dari 10 dengan nilai VIF masing-masing adalah 112.437, 11.303, 12.096 dan 93.446. sehingga dalam hal ini dapat disimpulkan bahwa dalam data tingkat produksi *Crude Palm Oil* (CPO) terdapat masalah multikolinieritas.

3. Regresi MCRR

Sebelum melakukan penaksiran dengan menggunakan MCRR terlebih dahulu dilakukan analisis komponen utama, analisis ini untuk menentukan banyaknya jumlah komponen yang diambil. Untuk menentukan banyaknya jumlah komponen dapat dilihat melalui nilai akar ciri yang mampu menerangkan keragaman cukup tinggi ($> 80\%$). Nilai akar ciri dapat dilihat pada tabel 3.1

Tabel 1. Akar ciri berdasarkan analisis komponen utama

Komponen	Akar ciri	Keragaman (%)	Keragaman kumulatif (%)
PC1	5.1246	85.4%	85.4%
PC2	0.4560	7.6%	93%
PC3	0.2791	4.7%	97.7%
PC4	0.0774	1.3%	99%
PC5	0.0578	1%	99.9%
PC6	0.0050	0.1%	100%

Dari Tabel 1 banyaknya komponen yang akan digunakan adalah komponen dengan prosentase kumulatif dari akar ciri minimal 80 %. Dalam kasus ini peneliti akan mengambil dua komponen utama yaitu komponen PC1 dan komponen PC2, karena kumulatif keragaman dari kedua komponen ini sebesar 93 % $> 80\%$. Komponen PC1 dan PC2 memiliki akar ciri sebesar 5.1246 dan 0.4560 dengan keragaman kumulatif sebesar 93 % , hal ini berarti bahwa komponen PC1 dan komponen PC2 mampu menjelaskan keragaman total sebesar 93 %. Dalam proses penaksiran model regresi MCRR dibutuhkan pemilihan informasi sebelumnya J dan tetapan tak bias λ^* , diperoleh nilai \bar{j} adalah 0.1677 sedangkan nilai λ^* adalah 0.0373 maka diperoleh persamaan regresi MCRR yang telah dikembalikan ke data awal sebagai berikut :

$$\hat{Y} = -315.776 + 0.04341 X_1 + 0.49865 X_2 + 1.09091 X_3 + 0.03315 X_4 + 0.05342 X_5 + 0.00181 X_6$$

Dari penaksir MCRR diperoleh nilai *mean square error* (MSE) sebesar 1374223.59 dan nilai koefisien determinasi (R^2) sebesar 96.3%.

4. Penaksir Komponen Utama (PCR)

Sementara untuk model regresi komponen utama (PCR) dari data yang telah dikembalikan dalam bentuk awal diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$\hat{Y} = -315.776 + 0.04341 X_1 + 0.49865 X_2 + 1.09091 X_3 + 0.03315 X_4 + 0.05342 X_5 + 0.00181 X_6$$

Dari penaksir PCR diperoleh nilai *mean square error* (MSE) sebesar 137447.588 dan nilai koefisien determinasi (R^2) sebesar 96.3%.

D. Kesimpulan

Berdasarkan hasil studi yang dilakukan sebelumnya maka dapat diambil kesimpulan Persamaan regresi linier dugaan dengan menggunakan metode kuadrat terkecil yang di terapkan dalam data tingkat produksi *Crude palm Oil* (CPO), adalah sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 57.7262 + 0.2350 X_1 - 0.0508 X_2 + 0.0239 X_3 - 0.0066 X_4 + 0.0096 X_5 + 0.00014 X_6 .$$

Pada model data tingkat produksi *Crude Palm Oil* (CPO) terdapat masalah multikolinieritas pada variabel jumlah buah kelapa sawit, jumlah tenaga kerja, jam kerja mesin, dan penggunaan air. Persamaan regresi MCRR untuk menangani masalah multikolinieritas pada data tingkat produksi *Crude palm Oil* (CPO), adalah sebagai berikut:

$$\hat{Y} = -315.776 + 0.04341 X_1 + 0.49865 X_2 + 1.09091 X_3 + 0.03315 X_4 + 0.05342 X_5 + 0.00181 X_6$$

Dari hasil analisis yang telah dilakukan untuk perbandingan nilai MSE dari regresi MKT, MCRR dan PCR dari data yang di standarkan, metode MCRR memiliki nilai MSE yang sama dengan regresi komponen utama (PCR). Namun ketika model telah di transformasi kedalam model awal terlihat bahwa MCRR memiliki nilai MSE yang lebih kecil dari PCR, sehingga kinerja regresi MCRR lebih baik dibandingkan penaksir regresi komponen utama (PCR) dalam menangani masalah multikolinieritas.

Daftar Pustaka

- Achmad, A.I., (2008). *Analisis Regresi*. Program Studi Statistika Universitas Islam Bandung.
- Batah, F., Ozkale, M. R., Gore, S.D., (2009) *Combining Unbiased Ridge and Principal Component Regression Estimators*. *Journal of Communications in statististic-Theory and Methods*
- Baye, M and Parker,D. (2007). *Combinng Ridge and Principal Component Regression : a Money Demand Illustration*. *Journal of Communications in statististic- Theory and Methods*
- Crouse, r., Jin, C., Hanumara, R.C., (2007). *Unbiased Ridge Estimation ith Prior Infoermation and Ridge Trace*. *Journal of Communications in statististic-Theory and Methods*
- Hajarisman, N., (2011). *Analisis Regresi Lanjut*. Program Studi Statistika Universitas Islam Bandung.
- Hoerl, A. E. dan R. W. Kennard., (1970). *Ridge Regression: Aplikasi s to Nonorthogonal Problems*. *Technometrics*.
- Jhonson, R and Wichern, W. (2007). *Applied Multivariate Statistical Analysis*. New York: Prentice Hall, Inc.
- Jollife, I.T. (2002). *Principl Component Anaysis*. Springer.
- Kutner, M. H., Nachtsheim, C.J., Netter, J., and Li, W., (2005), *Applied Linear Statistical Models*, 5rd ed., McGraw-Hill : Irwin.
- Myers, R.H. (1990). *Classical and Modern Regression with Applications*. Boston, MA: Duxburry.
- Netter, J. Wasserman, W. And Kutner, M.H. (1990). *Applied Linier Statistical Models*. Tokyo: Richard D. Irwin, Inc.