

Implementasi Diagram Kendali Kombinasi *Individual (X)* dan *Moving Range (MR)* pada Komponen Pesawat

Implementation A Combined Individual (X) and Moving Range (MR) Control Chart in the Components of Airplane

¹Sri Elsa Nuroktavany, ²Suwanda, ³Lisnur Wachidah

^{1,2,3} Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung,
Jl. Taman Sari No.1 Bamdung 40116

e-mail: ¹elsa.oktavany@gmail.com, ²wanda_100358@yahoo.co.id, ³lisnur_w@yahoo.co.id

Abstract. The one of statistical quality control is Shewhart chart. Individual (X) control chart and moving range (MR) is used to controls process mean and dispersion with individual observation each perodes, respectively. In practice, the control limits are computed separately. This way increased error tipe I (α). In this reaserch discussed about computation of control limits that applicable to X and MR control chart which called combination of individual and moving range (X-MR) control chart. Controlling statistics for mean and dispersion are transformed to be an different random variable which distribution of both of them are standard normal distribution. Consequently, control chart limit become equal. This control chart is underlie assumption that correlation between the statistic of mean and dispersion is independent. This control chart will be implemented on the control mean and dispersion process of quality characteristics of KC1A of components Hinge Rib 4 plane A380 using CMM (*Coordinate Measuring Machine*) in February-August 2016 which produced by PT Dirgantara Indonesia. The result showed that for quality characteristic KC1A either process mean shift nor dispersion doesnt happen. In other words, the process is in control. Thus, production process of Hinge Rib 4 plane A380 is still being produced.

Keywords: Control Chart, X Control Chart, MR Control Chart, Combined (X-MR) Control Chart

Abstrak. Salah satu teknik pengendalian kualitas adalah diagram kendali Shewhart. Diagram kendali *individual (X)* dan *Moving Range (MR)* masing-masing digunakan untuk mengendalikan rata-rata proses dan dispersi proses dengan pengamatan tunggal pada setiap periodenya. Pada praktek penentuan batas-batas kendalinya dilakukan secara terpisah. Cara seperti ini akan menyebabkan α atau kekeliruan tipe I meningkat. Dalam penelitian ini akan dibahas penentuan batas-batas kendali yang berlaku untuk diagram kendali X dan MR yang selanjutnya disebut diagram kendali kombinasi *Individual* dan *moving range (X-MR)*. Statistik pengontrol untuk rata-rata dan dispersi ditransformasi menjadi variabel acak lain yang keduanya berdistribusi normal baku sehingga batas kontrolnya menjadi sama, dengan dibawah asumsi keduanya saling bebas. Diagram kendali ini akan diimplementasikan pada pengendalian rata-rata dan dispersi proses sebuah karakteristik kualitas KC1A dari komponen Hinge Rib 4 pesawat A380 menggunakan CMM (*Coordinate Measuring Machine*) periode Februari-Agustus 2016 yang diproduksi oleh PT Dirgantara Indonesia. Hasil menunjukkan bahwa untuk karakteristik kualitas KC1A tidak terjadi pergeseran proses rata-rata maupun dispersi dengan kata lain proses dalam keadaan terkendali (*in control*) sehingga kegiatan proses produksi Hinge Rib 4 pesawat A380 bisa terus berlangsung.

Kata Kunci: Diagram kendali, Diagram Kendali X, Diagram Kendali MR, Diagram kendali kombinasi (X-MR).

A. Pendahuluan

Kebutuhan konsumen terhadap barang dan jasa bukan hanya dari segi kuantitas tetapi juga kualitas. Kualitas hasil produksi menjadi salah satu dasar keputusan konsumen akan kepuasan produk yang mereka beli sesuai dengan keinginan dan harapannya. Pengendalian kualitas sangat diperlukan dalam memproduksi suatu barang untuk menjaga kestabilan mutu (Ariyani, 2004).

Perusahaan harus selalu berusaha melindungi dan menjaga kualitas barang yang dihasilkannya sehingga konsumen mendapat kepuasan atas nilai guna dan produsen mendapat kepuasan atas imbalan yang memberikan keuntungan. Untuk menjaga kualitas barang hasil produksi supaya berada dalam batas-batas kestabilan

tertentu harus diusahakan bahwa mesin, manusia, material dan metode yang digunakan dalam pembuatan barang hasil produksi tidak mengalami perubahan yang cukup berarti (Muchlis, 2010). Akan tetapi walaupun usaha-usaha tersebut telah dilakukan, kualitas produksi selalu bervariasi.

Salah satu cara untuk mengendalikan proses produksi adalah dengan menggunakan ilmu statistika atau lebih dikenal dengan sebutan *statistical process control (SPC)*. *SPC* adalah kumpulan alat-alat yang digunakan untuk mencapai stabilitas proses. Diagram kendali adalah salah satu alat *SPC* yang paling banyak digunakan dalam industri manufaktur dalam pemantauan proses (Montgomery, 2012). Berdasarkan karakteristik data yang diamati, diagram kendali dapat dikelompokkan menjadi dua macam, yaitu diagram kendali variabel dan diagram kendali atribut.

Diagram kendali variabel diantaranya yaitu diagram kendali *individual (X)* dan *moving range (MR)*. Diagram kendali ini digunakan pada kasus pengendalian proses yang mengharuskan jarak pengambilan data yang satu dengan data yang lainnya cukup jauh, dengan hanya memungkinkan satu kali pengukuran per periode sehingga untuk membentuk subgrup sangat tidak mungkin (Crowder, 1987). Maka diagram kendali yang mungkin adalah dengan membuat diagram kendali *individual (X)* dan *moving range (MR)*. Dalam praktek, penentuan batas-batas kendalinya dilakukan secara terpisah atau masing-masing. Cara penentuan batas-batas kendali seperti ini dapat meningkatkan α atau kesalahan tipe I (Rencher, 2012). Upaya untuk penanggulangannya yaitu dengan menentukan batas-batas kendali secara simultan seperti yang dilakukan Crowder (1987). Pada penelitian ini akan dilakukan pendekatan dimana pengendalian dari proses rata-rata dan dispersi dibuat dalam satu diagram kendali seperti yang dikemukakan oleh Khoo dkk (2006).

Berdasarkan uraian diatas, rumusan permasalahan dalam penelitian ini adalah bagaimana prosedur membuat diagram kendali kombinasi *Individual* dan *moving range (X-MR)* dan bagaimana implementasinya pada sebuah karakteristik kualitas KC1A dari komponen Hinge Rib 4 pesawat A380.

Sesuai dengan identifikasi masalah, tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui dan menjelaskan prosedur membuat diagram kendali kombinasi *Individual* dan *moving range (X-MR)* dan melakukan implementasinya pada sebuah karakteristik kualitas KC1A dari komponen Hinge Rib 4 pesawat A380.

B. Landasan Teori

Diagram Kendali *Individual* dan *Moving Range*

Menurut Montgomery (2012) diagram kendali *Individual (X)* dan *Moving Range (MR)* adalah diagram kendali variabel yang digunakan di mana ukuran sampel yang digunakan pada setiap periodenya adalah $n=1$ (sampel terdiri dari unit individu). Beberapa contoh situasi ini adalah sebagai berikut:

1. Proses yang tidak mudah atau tidak mungkin memperoleh lebih dari satu pengukuran per sampel, atau jika mengulangi pengukuran hasilnya akan berbeda.
2. Menggunakan teknologi pengukuran dan inspeksi otomatis, dan setiap unit yang diproduksi dapat dianalisis sehingga tidak ada dasar untuk pengelompokan rasional ke dalam subgrup.
3. Siklus produksi sangat lama, dan menyulitkan jika mengumpulkan sampel sebanyak $n > 1$. Interval yang panjang antar observasi akan menyulitkan pengelompokan rasional ke dalam subgrup.
4. Pengukuran berulang pada proses akan berbeda karena faktor kesalahan (*error*) lab atau analisis, seperti pada proses kimia

5. Beberapa pengukuran diambil pada unit produk yang sama, seperti mengukur ketebalan oksida di beberapa lokasi yang berbeda pada sebuah *wafer* di fabrikasi alat semikonduktor
6. Dalam pabrik-pabrik proses tertentu, seperti pabrik kertas, pengukuran pada beberapa parameter seperti ketebalan lapisan di seluruh gulungan kertas akan berbeda sangat sedikit dan menghasilkan simpangan baku yang jauh terlalu kecil jika tujuannya adalah untuk mengendalikan ketebalan lapisan sepanjang gulungan kertas.
7. Pengukuran individu sangat umum di banyak transaksi bisnis dan proses pelayanan karena tidak ada dasar untuk pengelompokan rasional. Kadang-kadang hal ini terjadi karena ada kesenjangan waktu yang besar antara kegiatan pelayanan.

Diagram Kendali MR

Diagram kendali MR (*Moving Range*) digunakan untuk mengendalikan dispersi. MR (*Moving Range*) yaitu jarak (*range*) antara satu titik data (X_i) dengan titik data sebelumnya (X_{i-1}) MR dapat dihitung sebagai berikut :

$$MR_i = |X_i - X_{i-1}| \quad (1)$$

Untuk banyaknya nilai individu n , terdapat *range* ($n-1$) buah. Selanjutnya, rata-rata dari nilai-nilai MR_i dihitung sebagai berikut:

$$\overline{MR} = \frac{\sum MR_i}{n-1} \quad (2)$$

Kemudian dapat ditentukan batas-batas diagram kendali *moving range* :

$$\begin{aligned} BKA_{MR} &= \overline{MR} \times D_4 \\ GP_{MR} &= \overline{MR} \\ BKB_{MR} &= \overline{MR} \times D_3 \end{aligned} \quad (3)$$

dimana D_4 dan D_3 diperoleh dari tabel faktor untuk membangun diagram kendali variabel. Adapun diagram kendali untuk MR jika simpangan baku diketahui ($\sigma = 1$) batas-batas diagram kendali sebagai berikut :

$$\begin{aligned} BKA_{MR} &= D_2 \times \sigma \\ GP_{MR} &= d_2 \times \sigma \\ BKB_{MR} &= D_1 \times \sigma \end{aligned} \quad (4)$$

dimana D_2 , D_1 dan d_2 diperoleh dari tabel faktor untuk membangun diagram kendali variabel

Diagram Kendali X

Diagram kendali *Individual* atau diagram kendali X menampilkan angka hasil pengukuran yang diasumsikan diambil dari $N(\mu, \sigma^2)$. Andaikan pada kondisi baku dengan rata-rata $\mu = 0$ dan simpangan baku $\sigma = 1$. Untuk mengendalikan rata-rata proses akan digunakan diagram kendali individu X dengan batas-batas kendali adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} BKA_X &= \mu + L\sigma \\ GP_X &= \mu \\ BKB_X &= \mu - L\sigma \end{aligned} \quad (5)$$

dimana L adalah jarak batas kendali dari garis pusat yang dinyatakan dalam unit simpangan baku. Umumnya L bernilai 3 yang berkaitan dengan $\alpha = 0,0027$ (Montgomery, 2012).

Adapun diagram kendali untuk pengukuran X individu jika μ dan σ tidak diketahui maka diganti oleh masing-masing penaksirnya yaitu :

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad (6)$$

dimana m yaitu banyaknya individu sedangkan $i = 1, 2, 3 \dots, n$ dan

$$\hat{\sigma} = \overline{MR}/d_2 \quad (7)$$

dimana \overline{MR} diperoleh dari Persamaan (2) dan d_2 diperoleh dari tabel faktor untuk membangun diagram kendali variabel, sehingga batas-batas diagram kendali X sebagai berikut:

$$\begin{aligned} BKA_X &= \bar{x} + 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} \\ GP_X &= \bar{x} \\ BKB_X &= \bar{x} - 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} \end{aligned} \quad (8)$$

Penentuan batas-batas diagram kendali X dan MR pada Persamaan (5) dan (4) dilakukan secara masing masing. Crowder (1987) menentukan batas-batas kendali secara simultan sehingga mempertahankan kesalahan tipe I, namun pembuatan diagram kendalinya dilakukan secara terpisah. Berikut ini akan dijelaskan pembuatan diagram kendali X dan MR yang dibuat pada satu diagram kendali.

Diagram Kendali Kombinasi X-MR

Menurut Khoo (2006) Diagram kendali kombinasi X-MR yaitu diagram kendali yang dibuat dengan melakukan pendekatan dimana pengendalian dari rata-rata dan dispersi proses dibuat dalam satu diagram kendali. Andaikan X_i dimana $i = 1, 2, 3, \dots, n$ merupakan pengamatan individu dengan asumsi $X_i \sim N(\mu + a\sigma, b^2\sigma^2)$ dimana $a = 0$ dan $b = 1$ menunjukkan proses terkendali (*in-control*) selain dari pada itu proses tidak terkendali (*out-of-control*). Berikut M_i untuk mengendalikan proses rata-rata dan V_i untuk mengendalikan dispersi.

$$M_i = \frac{X_i - \mu}{\sigma} \sim N(0,1) \quad (9)$$

dan

$$V_i = \Phi^{-1} \left\{ H_i \left[\frac{1}{2\sigma^2} (X_i - X_{i-1})^2 \right] \right\} \sim N(0,1) \quad (10)$$

dimana $\Phi^{-1}(\bullet)$ merupakan invers distribusi normal baku dan $H_i(\bullet)$ adalah fungsi distribusi khi-kuadrat dengan derajat kebebasan ($\nu = 1$), karena untuk nilai X_1 tidak tersedia ketika $i = 0$ maka V_1 dapat dihung dengan menggunakan Persamaan 11

$$V_1 = \Phi^{-1} \left\{ H_1 \left[\frac{1}{2\sigma^2} (X_1 - \mu)^2 \right] \right\} \sim N(0,1) \quad (11)$$

Jika parameter tidak diketahui, maka dapat diganti dengan penaksirnya. untuk μ dapat ditaksir dengan menggunakan Persamaan (6) sedangkan untuk σ dapat ditaksir menggunakan Persamaan (7). Setelah mendapatkan nilai M_i dan V_i , kedua persamaan dikombinasikan untuk membentuk persamaan baru.

$$C_i = \max(|M_i|, |V_i|) \quad (12)$$

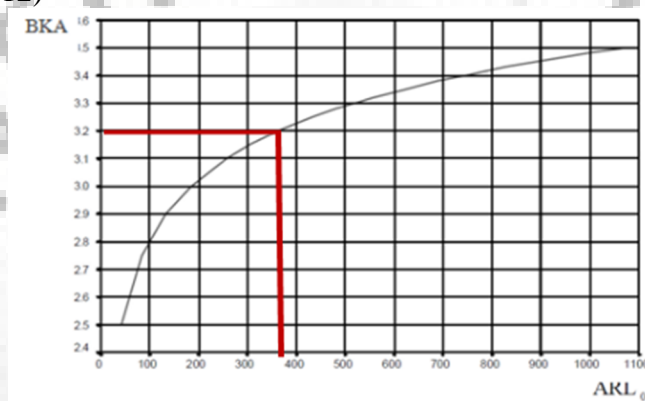
Saat nilai rata-rata dan atau simpangan baku berubah (bertambah atau berkurang) maka nilai C_i semakin meningkat. Dengan asumsi M_i dan V_i saling bebas, dapat ditunjukkan fungsi densitas dari C adalah:

$$f(c) = 4\phi(c)\{2\Phi(c) - 1\}, \quad c \geq 0 \quad (13)$$

Dimana $\phi(\bullet)$ dan $\Phi(\bullet)$ adalah fungsi densitas dan fungsi distribusi dari normal baku. Diagram kendali kombinasi X-MR hanya memerlukan BKA karena nilai C_i adalah positif. Seandainya kesalahan tipe I ditetapkan sebagai α , maka BKA dapat diperoleh dari Persamaan integral sebagai berikut:

$$\int_{BKA}^{\infty} f(c)dc = \alpha \quad (14)$$

Berikut ini akan ditentukan berbagai nilai BKA berdasarkan pada nilai *Average run length*. *Average run length (ARL)* adalah rata-rata panjang periode sampling sebelum diperoleh sinyal *out of control* diberikan. Pada saat proses yang sebenarnya terkendali (*in control*) ARL dinotasikan dengan ARL_0 dan pada saat tidak terkendali (*out of control*) ARL dinotasikan dengan ARL_1 . Pada Gambar 1 berikut disajikan berbagai nilai BKA untuk berbagai nilai ARL_0 yang diperoleh dengan menggunakan aplikasi Mathematica 4.0 (Khoo dkk, 2006). Dikaitkan dengan diagram kendali 3σ , yang memiliki $\alpha = 0,0027$ menghasilkan $ARL_0 = 1/\alpha$ yaitu 370 (Montgomery, 2012)



Gambar 1. Plot BKA vs ARL_0

Diagram kendali kombinasi X-MR akan diimplementasikan pada data hasil pengukuran komponen Hinge Rib 4 pesawat A380 menggunakan CMM (*Coordinate Measuring Machine*) periode Februari-Agustus 2016. Data tersebut merupakan nilai selisih jarak antara *requirement* (ketetapan perusahaan) dan aktualnya. Terdapat 3 karakteristik mutu pada komponen Hinge Rib 4 pesawat A380 yaitu KC1 KC2 dan KC3. KC1 merupakan komponen Hinge Rib 4 yang berbentuk *contour* memiliki 4 buah titik, yaitu KC1A, KC1B, KC1C dan KC1D. Sedangkan KC2 dan KC3 berbentuk *distance* (Alwi, 2016). Akan tetapi data yang digunakan pada penelitian ini adalah data univariat pada variabel KC1A.

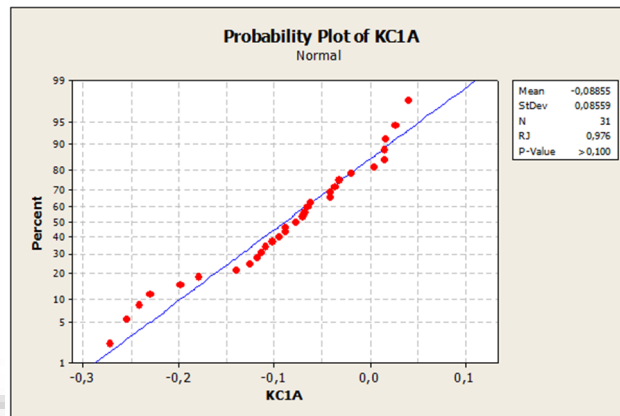
C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Uji normalitas digunakan untuk menguji apakah suatu gugus data berdistribusi normal atau tidak. Uji normalitas dilakukan dengan menggunakan uji *shapiro wilk*. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:

H_0 : Data variabel KC1A berdistribusi normal

H_1 : Data variabel KC1A tidak berdistribusi normal

Taraf nyata yang digunakan yaitu α sebesar 5% atau 0,05. Perhitungan dilakukan dengan menggunakan *Minitab 16.0*. Apabila nilai $p\text{-value} > \alpha$ maka H_0 diterima dan disimpulkan bahwa data berdistribusi normal.



Gambar 2. Uji Normalitas KC1A

Berdasarkan Gambar 2 diketahui bahwa nilai *p-value* > 0,100 berarti lebih dari 0,05. Dengan demikian disimpulkan bahwa variabel KC1A berdistribusi normal.

Pada data observasi yang digunakan dalam skripsi ini, nilai μ dan σ belum diketahui. Oleh sebab itu, μ dan σ dapat dihitung dengan menggunakan Persamaan (6) dan (7).

Penaksir μ untuk variabel KC1A dapat ditunjukkan sebagai berikut:

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{-2,745}{31} = -0,0885$$

dan penaksir untuk σ untuk variabel KC1A dapat ditunjukkan sebagai berikut:

$$\hat{\sigma} = \frac{MR}{d_2} = \frac{0,0829}{1,128} = 0,0735$$

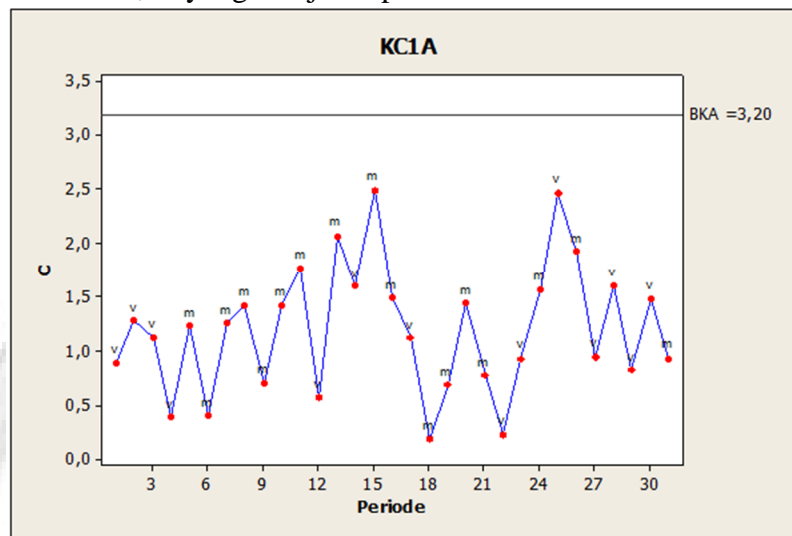
Kemudian menghitung nilai M_i , V_i dan C_i untuk setiap observasi X_i dengan masing-masing menggunakan Persamaan (9), (10), dan (12). Berikut nilai M_i , V_i dan C_i beserta tandanya. Tanda m jika $|M_i| > |V_i|$, dan v jika $|V_i| > |M_i|$ disajikan dalam tabel 1

Tabel 1. Hasil Perhitungan M_i , V_i dan C_i untuk KC1A Beserta Tandanya

PERIODE	KC1A	M_i	V_i	C_i	TANDA	PERIODE	KC1A	M_i	V_i	C_i	TANDA
1	-0,113	-0,333	-0,893	0,893	v	17	-0,041	0,647	1,122	1,122	v
2	-0,126	-0,51	-1,284	1,284	v	18	-0,102	-0,183	-0,144	0,183	m
3	-0,109	-0,278	-1,127	1,127	v	19	-0,139	-0,686	-0,588	0,686	m
4	-0,062	0,361	-0,388	0,388	v	20	0,017	1,436	1,111	1,436	m
5	-0,179	-1,231	0,642	1,231	m	21	-0,032	0,769	-0,351	0,769	m
6	-0,118	-0,401	-0,144	0,401	m	22	-0,088	0,007	-0,228	0,228	v
7	0,004	1,259	0,705	1,259	m	23	-0,065	0,32	-0,934	0,934	v
8	0,016	1,423	-1,329	1,423	m	24	0,027	1,572	0,316	1,572	m
9	-0,037	0,701	-0,28	0,701	m	25	-0,255	-2,265	2,475	2,475	v
10	0,016	1,423	-0,28	1,423	m	26	-0,23	-1,925	-0,878	1,925	m
11	0,041	1,763	-0,878	1,763	m	27	-0,088	0,007	0,947	0,947	v
12	-0,07	0,252	0,566	0,566	v	28	-0,095	-0,088	-1,61	1,61	v
13	-0,241	-2,074	1,282	2,074	m	29	-0,068	0,28	-0,824	0,824	v
14	-0,041	0,647	1,604	1,604	v	30	-0,077	0,157	-1,483	1,483	v
15	-0,272	-2,496	1,939	2,496	m	31	-0,02	0,933	-0,211	0,933	m
16	-0,198	-1,489	0,059	1,489	m						

Dikaitkan dengan diagram kendali 3σ , yang memiliki $\alpha = 0,0027$

menghasilkan $ARL_0 = 1/\alpha$ yaitu 370. Dilihat dari Gambar 1 BKA untuk $ARL_0 = 370$ adalah 3,20 sehingga langkah selanjutnya membuat diagram kendali kombinasi X-MR dengan BKA sebesar 3,20 yang disajikan pada Gambar 3



Gambar 3. Diagram Kendali Kombinasi X-MR untuk KC1A

Dilihat dari diagram kendali kombinasi X-MR pada Gambar 3 diketahui bahwa tidak terjadi pergeseran proses rata-rata maupun dispersi karena semua nilai $C_i < BKA$ dan tersebar secara acak berarti proses terkendali (*in control*).

D. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dalam penelitian ini, peneliti menyimpulkan beberapa hasil penelitian sebagai berikut:

1. Diagram kendali kombinasi X-MR memungkinkan pengendalian secara simultan yaitu dengan cara pengendalian proses rata-rata dan dispersi dibuat dalam satu diagram kendali.
2. Diagram kendali kombinasi individual dan moving range (X-MR) hanya memiliki BKA karena nilai yang dipetakan dalam diagram kendali merupakan maksimum absolut dari statistik yang menggambarkan rata-rata dan dispersi.
3. Hasil dari pengimplementasian diagram kendali kombinasi individual dan moving range (X-MR) diketahui bahwa untuk karakteristik kualitas KC1A semua data dalam keadaan terkendali (*in control*) sehingga kegiatan proses produksi Hinge Rib 4 pesawat A380 bisa dilakukan.

E. Saran

Saran yang dapat dikemukakan dalam penelitian ini adalah:

1. Disarankan kepada PT. Dirgantara Indonesia untuk mempertimbangkan metode diagram kendali kombinasi Individual dan moving range (X-MR) sebagai salah satu metode dalam melakukan pengendalian kualitas.
2. Pada penelitian selanjutnya disarankan untuk meneliti metode diagram kendali kendali kombinasi *individual* dan *moving range* (X-MR) pada kasus parameter tidak diketahui.

Daftar Pustaka

- Alwi, F.M (2016). *Analisis Kemampuan Proses Pada Komponen Hinge Rib 4 Pesawat Airbus A380 Berdasarkan Data CMM Periode Februari-Agustus Tahun 2016*. Laporan kuliah praktek tidak dipublikasikan. Bandung: Jurusan Statistika, Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung.
- Ariyani, D. (2004). *Pengendalian kualitas statistik : pendekatan kuantitatif dalam manajemen kualitas*. Yogyakarta
- Crowder, S. V. (1987). Computation of ARL for Combined Individual Measurement and Moving Range Charts. *Journal of Quality Technology*, 19(2),98-102.
- Khoo, Michael B. C.; Quah, S. H.; and Ch'ng, C. K. (2006) "A Combined Individuals and Moving Range Control Chart," *Journal of Modern Applied Statistical Methods*: Vol. 5: Iss. 1, Article 20.
- Montgomery, D. C. (2012). *Introduction to Statistical Quality Control, sixth Edition*. New York : John Wiley and Sons, inc
- Muchlis, D.R. (2010). *Pengendalian Kualitas Statistika*. Bandung: Pustaka Ceria.
- Rencher, A.C (2012). *Methods of Multivariate Analysis, Third Edition*. New York : John Wiley and Sons, inc.