

Penerapan Diagram Kendali Sintetik untuk mendeteksi Pergeseran Rata-rata

(Kasus pada PT. World Yamater Spinning Milis II)

The Synthetic Control Chart Implementation for Detecting The Average Run Length
(Case on PT. World Yamater Spinning Milis II)

¹Rina Widiyanti Permana, ²Dr. Suwanda, MS, ³Siti Sunendiari, Dra., MS

^{1,2,3}Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung,
Jl. Tamansari No.1 Bandung 40116

email: ¹rina.widiyantipermana@ymail.com, ²wanda_100358@yahoo.co.id ³sunen_diari@yahoo.com

Abstract. Shewhart \bar{X} chart is very effective to detects process mean shift which more than 2σ . However, if mean process shift is less than 2σ , then this control chart is less sensitive. Detecting process mean shift which less than 1σ , suggested to use CUSUM (*Cumulative Sum*) and EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*) chart. This paper discussed about synthetic control chart which is combination of Xbar control chart and CRL control chart as alternative of CUSUM and EWMA control chart. ARL (Average Run Length) of synthetic chart is compared with Xbar and EWMA control chart. Synthetic chart is used to strength thread in PT. World Yamater Spinning Milis II Karawang regency. The results show that the process out of control.

Keywords: Shewhart \bar{X} chart, Synthetic control chart, Conforming Run Length (CRL), Average Run Length (ARL)

Abstrak Diagram kendali \bar{X} sangat efektif untuk mendeteksi pergeseran rata-rata proses diatas 2σ . Untuk pergeseran rata – rata proses dibawah 2σ diagram kendali ini kurang sensitive. Untuk mendeteksi pergeseran rata – rata kecil dibawah 1σ dapat menggunakan diagram CUSUM (*Cumulative Sum*) dan EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*). Dalam penelitian ini akan dibahas tentang diagram kendali sintetik yang merupakan gabungan dari diagram kendali \bar{X} dan diagram kendali CRL (*Conforming Run Length*) sebagai alternatif dari diagram Kendali CUSUM dan EWMA. Average Run Length (ARL) dari diagram sintetik akan dibandingkan dengan diagram kendali \bar{X} dan diagram kendali EWMA. Implementasi dari diagram sintetik akan digunakan untuk mengontrol data kekuatan benang di PT. World Yamater Spinning Milis II Kabupaten Karawang.. Hasil penelitian menunjukkan bahwa proses tidak terkendali atau *out of control*.

Kata kunci: Diagram Kendali \bar{X} , Diagram Kendali Sintetik, Conforming Run Length (CRL), Average Run Length (ARL).

A. Pendahuluan

Pengendalian proses secara statistika merupakan suatu cara yang digunakan untuk mengendalikan suatu proses produksi yang sedang berlangsung. Tujuan utama dilakukan pengendalian proses secara statistik adalah untuk mendeteksi adanya perubahan atau pergeseran rata-rata proses yang disebabkan oleh penyebab-penyebab khusus sedini mungkin, sehingga dapat segera dilakukan tindakan perbaikan. Tindakan ini dilakukan terhadap proses yang sedang berlangsung agar tidak menghasilkan banyak produk yang cacat.

Salah satu alat statistik untuk pengendalian proses adalah diagram kendali. Berbagai jenis diagram kendali telah diusulkan untuk memantau rata-rata proses dan variabilitas. Salah satunya adalah diagram kendali \bar{X} Shewhart. Diagram kendali \bar{X} Shewhart merupakan diagram kendali yang paling umum diterapkan dalam praktik untuk memantau rata-rata dari sebuah karakteristik mutu. Selanjutnya diagram kendali \bar{X} Shewhart akan ditulis sebagai diagram kendali \bar{X} .

Diagram kendali \bar{X} sering digunakan dalam bidang industri untuk memantau rata-rata proses. Diagram kendali ini sangat efektif untuk mendeteksi pergeseran besar

dalam rata-rata proses. Sedangkan untuk pergeseran rata-rata proses yang kecil, diagram kendali \bar{X} kurang sensitif. Diagram kendali \bar{X} hanya menggunakan informasi tentang proses yang terkandung dalam sampel pengamatan terakhir dan mengabaikan informasi yang diberikan oleh seluruh sampel tersebut. Hal ini merupakan salah satu kelemahan dari diagram kendali \bar{X} . Oleh karena itu, munculah diagram kendali CUSUM (*Cumulative Sum*) dan EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*) yang dapat mendeteksi dengan baik untuk pergeseran rata-rata kecil sebesar $0,5\sigma$ sampai 2σ (Montgomery, 1990). Namun demikian, diagram kendali CUSUM dan EWMA kinerjanya masih di bawah diagram kendali \bar{X} untuk mendeteksi pergeseran rata-rata proses yang besar.

Dalam praktik, besarnya pergeseran rata-rata tidak diketahui. Albin dkk. (1997) mengusulkan penggunaan diagram kendali \bar{X} dan EWMA secara bersama-sama. Diagram kendali gabungan \bar{X} -EWMA dapat meningkatkan kemampuan diagram EWMA dalam mendeteksi pergeseran rata-rata yang besar. Dengan kata lain, Diagram kendali gabungan \bar{X} -EWMA dapat mendeteksi pergeseran rata-rata yang kecil dan pergeseran rata-rata yang besar. Wu dan Spedding (2000) membangun suatu diagram kendali sintetik. Suatu diagram kendali yang mengintegrasikan diagram kendali \bar{X} dan diagram kendali CRL (*Conforming Run Length*). Diagram kendali sintetik memiliki kinerja yang bagus dibandingkan dengan diagram kendali EWMA dan gabungan \bar{X} -EWMA untuk mendeteksi pergeseran rata-rata proses yang moderat (pergeseran rata-rata proses yang tidak besar juga tidak kecil). Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka perumusan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Bagaimana batas-batas kendali untuk diagram kendali sintetik?
2. Bagaimana penerapan dari diagram kendali sintetik pada data riil?

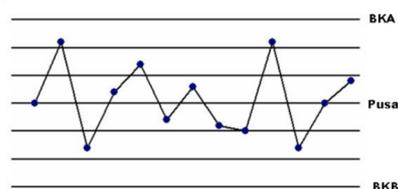
Selanjutnya, tujuan dalam penelitian ini diuraikan dalam pokok-pokok sbb.

1. Untuk mengetahui batas-batas kendali untuk diagram kendali sintetik.
2. Untuk menerapkan diagram kendali sintetik pada data riil.

B. Landasan Teori

Diagram Kendali Shewhart

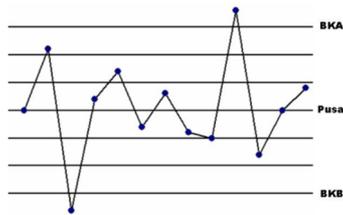
Teknik yang paling umum dilakukan dalam pengontrolan kualitas secara statistik ialah menggunakan diagram kontrol Shewhart. Diagram ini diperkenalkan oleh W.A Shewhart dari *Bell Telephone Laboratories*, Amerika Serikat, pada tahun 1920 (Grant, 1994). Diagram kendali terdiri dari garis pusat (GP), sepasang batas-batas kendali, masing-masing berada di atas atau batas kendali atas (BKA) dan di bawah garis pusat atau batas kendali bawah (BKB). Nilai karakteristik mutu diplotkan pada diagram yang menjelaskan keadaan proses. Dalam hal semua titik berada dalam batas-batas kendali dan tidak menunjukkan kecenderungan tertentu, dikatakan proses berada dalam batas kendali. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada Gambar 1..



Gambar 1. Contoh Diagram Kendali Proses *in Control*

Jika terdapat titik yang berada di luar batas kendali atau titik-titik membuat kecenderungan tertentu, maka dikatakan proses berada di luar batas kendali. Contoh

diagram kendali untuk proses berada di luar batas kendali disajikan dalam Gambar 2.



Gambar 2. Contoh Diagram Kendali Proses *Out of Control*

Kriteria proses terkendali adalah apabila pencarian masih dalam batas kontrol, titik-titik tidak membuat kecenderungan tertentu, dan tren dalam batas kontrol tidak membuat kecenderungan tertentu. Untuk membentuk diagram kendali Shewhart, harus menetapkan karakteristik mutu X , Rata-rata proses *in control* ($\mu = \mu_0$), Simpangan baku *in control* ($\sigma^2 = \sigma_0$) dan Ukuran sampel n . Adapun perhitungan batas-batas diagram kendali Shewhart adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} BKA &= \mu_0 + k\sigma_0 \\ GP &= \mu_0 \\ BKB &= \mu_0 - k\sigma_0 \end{aligned} \quad \dots(1)$$

Dengan k merupakan konstanta yang menentukan besarnya probabilitas menyatakan proses *out of control* padahal proses *in control*. Umumnya nilai $k = 3$, bersesuaian dengan level signifikan $\alpha = 0.0027$.

Misalkan X_1, X_2, \dots, X_n merupakan sampel acak dari suatu proses yang berdistribusi normal dengan ekspektasi μ dan variansi σ^2 . Rata-rata sampel \bar{X} juga merupakan variabel acak yang berdistribusi normal dengan ekspektasi μ dan variansi σ^2/n . Batas-batas diagram kendali \bar{X} di bawah *in control* adalah:

$$\begin{aligned} BKA_{\bar{X}} &= \mu_{0\bar{X}} + 3\sigma_{\bar{X}} = \mu_0 + 3\sigma/\sqrt{n} \\ GP_{\bar{X}} &= \mu_{0\bar{X}} = \mu_0 \\ BKB_{\bar{X}} &= \mu_{0\bar{X}} - 3\sigma_{\bar{X}} = \mu_0 - \frac{3\sigma}{\sqrt{n}} \end{aligned} \quad \dots(2)$$

Diagram kontrol dengan batas-batas kontrol seperti pada Persamaan (2) digunakan jika μ dan σ diketahui. Sedangkan untuk μ dan σ tidak diketahui dapat dicari dengan cara mengambil beberapa sampel selama m periode.

Diagram Kendali CRL (Conforming Run Length)

Diagram Kendali CRL bermula dirancang untuk pengendalian kualitas atribut. Diagram kendali ini bertujuan untuk mendeteksi pergeseran proporsi dari kerusakan (θ) pada saat pemeriksaan 100% dilakukan. *Run Length* dari item-item yang baik diantara item yang rusak berturut-turut diambil sebagai dasar untuk diagram kendali.

CRL didefinisikan sebagai banyaknya unit yang diperiksa diantara dua unit yang rusak berturut-turut termasuk unit terakhir yang cacat. Untuk periode pengamatan cukup panjang CRL berdistribusi geometrik.

Fungsi densitas dari CRL adalah:

$$P(\text{CRL} = L) = (1 - \theta)^{L-1} \theta \quad \dots(3)$$

Proses dikatakan *out of control* atau θ bergeser jika nilai CRL cukup kecil atau CRL lebih kecil dari batas kendali bawah. Penentuan BKB didasarkan pada distribusi CRL sebagai berikut:

$$F_{\theta}(\text{CRL} = L) = 1 - (1 - \theta)^L, \quad L = 1, 2, 3, \dots \quad \dots(4)$$

Untuk mendeteksi peningkatan θ , BKB_{CRL} ditentukan sehingga

$$F_{\theta}(BKB) = 1 - (1 - \theta_0)^{BKB} = \alpha_{CRL} \quad \dots(5)$$

Jika diselesaikan maka akan diperoleh:

$$BKB_{CRL} = \frac{\ln(1-\alpha_{CRL})}{\ln(1-\theta_0)} \quad \dots(6)$$

Dengan α_{CRL} merupakan kekeliruan tipe I dari diagram CRL. Kemudian θ_0 merupakan proporsi kerusakan dalam control. BKB harus bilangan bulat.

Average Run Length (ARL)

Kriteria yang digunakan untuk dapat membandingkan kinerja diagram kontrol adalah dengan mengukur seberapa cepat diagram kontrol tersebut membangkitkan sinyal *out of control*. Salah satu cara untuk mengukur kinerja diagram kontrol adalah dengan menggunakan *Average Run Length* (ARL). *Average Run Length* (ARL) adalah rata-rata jumlah titik sampel yang harus diplot sebelum satu titik sampel menunjukkan keadaan tidak terkendali.

ARL Diagram Kendali \bar{X}

Jika X adalah variabel acak yang menyatakan banyaknya sampel sampai ditemukannya *out of control* yang pertama, maka $P(X = x) = \beta^{x-1}(1 - \beta)$ sehingga ekspektasi banyak sampel yang harus diamati sampai ditemukan *out of control* yang pertama adalah:

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{x=1}^{\infty} x\beta^{x-1} (1 - \beta) \\ &= (1 - \beta) \sum_{x=1}^{\infty} x\beta^{x-1} = (1 - \beta) \frac{1}{(1-\beta)^2} = \frac{1}{(1-\beta)} \end{aligned} \quad \dots(7)$$

Oleh karena itu, ARL pada kondisi *out of control* adalah:

$$ARL_1 = \frac{1}{(1-\beta)} \quad \dots(8)$$

dimana,

$$\begin{aligned} \beta &= \Phi \left[\frac{BKA - (\mu_0 + d\sigma)}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \right] - \Phi \left[\frac{BKB - (\mu_0 + d\sigma)}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \right] \\ &= \Phi \left[\frac{\mu_0 + \frac{k\sigma}{\sqrt{n}} - (\mu_0 + d\sigma)}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \right] - \Phi \left[\frac{\mu_0 - \frac{k\sigma}{\sqrt{n}} - (\mu_0 + d\sigma)}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \right] \\ \beta &= \Phi(L - d\sqrt{n}) - \Phi(-L - d\sqrt{n}) \end{aligned} \quad \dots(9)$$

Pada kondisi *in control* yaitu $d=0$, bentuk Persamaan (9) menjadi $\alpha = 2\Phi(-k)$, sehingga,

$$ARL_0 = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{2\Phi(-k)} \quad \dots(10)$$

Untuk diagram kontrol *Shewhart* 3σ , $\alpha = 0.0027$, maka:

$$ARL_0 = \frac{1}{0.0027} = 370.37037 \approx 370 \quad \dots(11)$$

Artinya bahwa pada pengamatan ke 370 diagram kendali akan memberikan sinyal proses *out of control* padahal proses yang sebenarnya dalam keadaan *in control*. Secara umum performa baik dari sebuah diagram kendali jika mempunyai ARL_0 sebesar mungkin dan ARL_1 sekecil mungkin.

ARL Diagram Kendali CRL

Jika CRL sampel lebih kecil atau sama dengan BKB dapat disimpulkan bahwa proporsi kerusakan meningkat dan signal *out of control* dapat diberikan. ARL dari CRL adalah:

$$ARL_{CRL} = \frac{1}{F_0(BKB)} = \frac{1}{1-(1-\theta)^L} \quad \dots(12)$$

Diagram Kendali Sintetik \bar{X}

Diagram kendali ini dibentuk dengan cara menggabungkan dua buah diagram kendali \bar{X} dan diagram kendali CRL. Untuk batas-batas kontrol \bar{X} adalah:

$$\begin{aligned} BKA_{\frac{\bar{X}}{S}} &= \mu_{\bar{X}} + k\sigma_{\bar{X}} \\ GP_{\bar{X}} &= \mu_{\bar{X}} \\ BKB_{\frac{\bar{X}}{S}} &= \mu_{\bar{X}} - k\sigma_{\bar{X}} \end{aligned} \quad \dots(13)$$

dengan,

$$ARL_0 = \frac{1}{2\Phi(-k)} \quad \dots(14)$$

Sedangkan,

$$ARL_1 = \frac{1}{1-[1-2\Phi(-k)]^L} \quad \dots(15)$$

Bentuk pada Persamaan (12), dapat dipandang sebagai proporsi kerusakan pada diagram kendali CRL, sehingga $\theta_0=2\Phi(-k)$ dan ARL *in control* untuk diagram CRL menjadi:

$$ARL_0CRL = \frac{1}{1-[1-2\Phi(-k)]^L} \quad \dots(16)$$

Dengan demikian ARL *in control* terjadi apabila keadaan *in control* menurut diagram kendali shewart dan diagram CRL adalah:

$$ARL_{S_0} = \frac{1}{2\Phi(-k)} \times \frac{1}{1-[1-2\Phi(-k)]^L} \quad \dots(17)$$

Dengan cara yang sama akan diperoleh ARL *out of control* yaitu:

$$ARL_S = \frac{1}{P} \times \frac{1}{1-(1-P)^L} \quad \dots(18)$$

dimana,

$$\begin{aligned} P &= 1 - \beta \\ &= 1 - [\Phi(k - \delta_d\sqrt{n}) - \Phi(-k - \delta_d\sqrt{n})] \end{aligned}$$

Dalam hal ini, jika $\alpha = 0.0027$ akan diperoleh $ARL_0 = 370$, sedangkan untuk $\alpha = 0.004$ maka ARL_0 adalah 250. Kemudian cari k dengan menyelesaikan Persamaan (17) mulai $L=1,2,\dots$ dst. Karena ARL_0 membentuk persamaan non linier, maka penentuan nilai $\Phi - k$ harus dilakukan secara numerik. Nilai L dipilih sehingga ARL_1 minimum.

Adapun langkah-langkah untuk menghitung diagram kendali Sintetik adalah:

1. Lakukan pemeriksaan kenormalan data dengan boxplot.
2. Tentukan $\mu, \sigma, n, \delta_d, ARL(0)$.
3. Gunakan nilai awal $L=1$.
4. Tentukan k dengan menyelesaikan Persamaan (17).
5. Hitung $ARL_S(\delta_d)$ dengan mensubstitusi nilai k dan L , ke Persamaan (18).
6. Apabila ARL_{S_0} nilainya berkurang dengan L meningkat, maka kembali ke langkah 3, dengan nilai $L=L+1$. Selain itu lanjutkan ke langkah berikutnya.
7. Ambil nilai L dan k dari nilai akhir diagram kendali sintetik.
8. Gunakan nilai k akhir, hitung $BKB_{\frac{X}{S}}$ dan $BKA_{\frac{X}{S}}$, dengan perhitungan sebagai

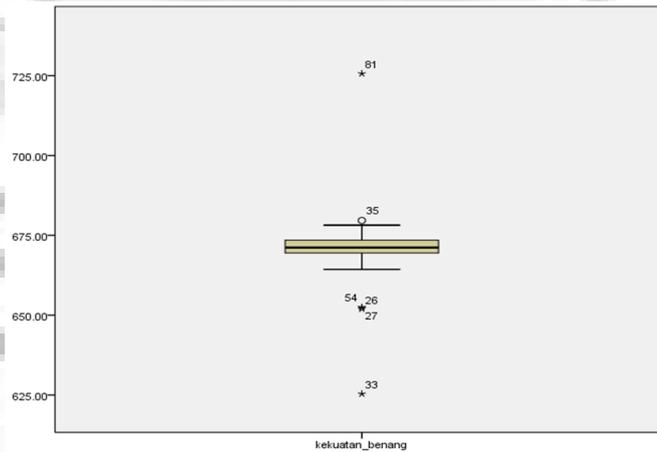
berikut:

$$\begin{aligned} BKA_{\frac{X}{S}} &= \mu + k\sigma_{\bar{X}} \\ BKB_{\frac{X}{S}} &= \mu - k\sigma_{\bar{X}} \end{aligned}$$

1. Berdasarkan hasil perhitungan, gambarkan diagram kendali.
2. Berdasarkan hasil plot titik, dapat diketahui apakah proses terkendali atau tidak.

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Tahap pertama dilakukan uji normalitas pada data. Kemudian identifikasi apakah terdapat outlier dalam data. Setelah dilakukan uji normalitas, hasil menunjukkan bahwa nilai statistik uji nya 0.288 dan p-value 0.010 sehingga dapat disimpulkan bahwa data kekuatan benang bukan berasal dari distribusi normal. Ketidaknormalan ini diindikasikan karena adanya outlier sehingga perlu dilakukan pemeriksaan asumsi distribusi normal melalui boxplot. Hasil boxplot nya seperti terlihat pada Gambar 3.



Gambar 3. boxplot data kekuatan benang

Berdasarkan hasil boxplot diatas, dapat dilihat bahwa data diatas terdapat 6 pengamatan yang tergolong sebagai data outlier. Jika pengamatan data tersebut dibuang dan dilakukan uji kenormalan lagi maka diperoleh nilai statistik uji 0.081 dan p-value nya sebesar 0.129. Maka dengan $\alpha = 0.01$ kita putuskan untuk menerima H_0 karena $p\text{-value} > \alpha$. Yang artinya data kekuatan benang berasal dari distribusi normal.

Menentukan nilai batas-batas kendali

Berdasarkan hasil perhitungan dengan menggunakan Persamaan (17) dan (18) maka diperoleh nilai L dan k untuk $\delta = 0.5$. Hasil perhitungan dapat dilihat pada Tabel 1. berikut.

Tabel 1. Hasil perhitungan ARL_s untuk $\delta = 0.5$

L	k	ARL-S
1	1.943237	23.62675
2	2.08459	19.43613
3	2.163819	17.63355
4	2.218555	16.61277
5	2.260186	15.96082
6	2.293674	15.51651
7	2.32162	15.2022
8	2.345558	14.9753
9	2.366463	14.81027
10	2.384999	14.69074

11	2.401632	14.6057
12	2.416705	14.54745
13	2.430476	14.51039
14	2.443145	14.49039
15	2.45487	14.48428
16	2.465776	14.48963
17	2.475967	14.50453
18	2.485526	14.52743

Pada tabel diatas, diketahui bahwa terdapat nilai L , k , dan ARL_s untuk $\delta = 0.5$ dengan $ARL_0 = 370$. Berdasarkan hasil perhitungan pada Persamaan (17) dan (18), untuk nilai $L=1$ sampai $L=18$ dapat dijelaskan bahwa semakin besar nilai L , maka nilai ARL_s mengalami penurunan. Akan tetapi ketika nilai $L=16$ dan $k=2.465776$, nilai ARL_s mengalami peningkatan dari sebelumnya. Hal ini menunjukkan bahwa nilai $L=15$ dan $k=2.45487$ merupakan nilai akhir yang dapat digunakan untuk menentukan diagram kendali Sintetik. Diketahui $\hat{\mu} = 671.2645$ dan $\hat{\sigma} = 2.289271$. Dari hasil Tabel 1 diperoleh batas-batas diagram kendali \bar{X} Sintetik adalah:

$$BKB_{CRL} = L = 15,$$

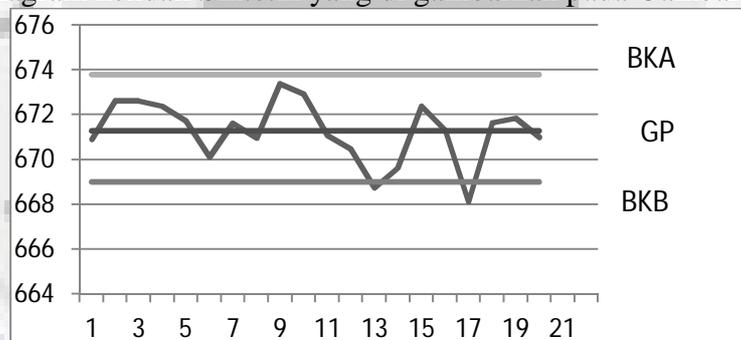
dan

$$BKA_{\frac{\bar{X}}{s}} = \hat{\mu} + k \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = 673.77776$$

$$GP = \hat{\mu} = 671.2645$$

$$BKB_{\frac{\bar{X}}{s}} = \hat{\mu} - k \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = 668.99314$$

Dari hasil perhitungan tersebut, maka nilai \bar{X} pada masing-masing periode dapat dibuat diagram kendali Sintetik yang di gambarkan pada Gambar 4. berikut:



Gambar 4. Diagram Kendali Sintetik

Dari diagram kendali diatas, terlihat bahwa *out of control* pertama terjadi pada titik ke 13 yang juga merupakan $CRL_1=13$ dan titik 17 yang merupakan $CRL_2=4$. Dikarenakan nilai $CRL < L$, maka dapat dikatakan bahwa proses tidak terkendali atau *out of control*.

D. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dalam penelitian ini, dapat dikatakan bahwa diagram kendali Sintetik merupakan gabungan dari diagram kendali \bar{X} dan diagram kendali CRL. Pada *ARL in control* terdapat tiga diagram kendali yang menentukan $ARL(0)$. Ketika terjadi perubahan kurang dari 1.25, maka pergeseran pada diagram EWMA lebih kecil dibandingkan diagram Shewart \bar{X} . kemudian ketika terjadi perubahan lebih dari 1.50, maka pergeseran pada diagram EWMA

unggul lebih besar dari diagram Shewart \bar{X} . Namun, pada saat terjadi pergeseran pada diagram Sintetik lebih dari 1.00 maka diagram Sintetik lebih baik dibandingkan diagram Shewart \bar{X} dan EWMA.

1. Dari hasil perhitungan diatas, batas-batas diagram kendali \bar{X} Sintetik adalah:

$$BKB_{CRL} = L = 15,$$

dan

$$BKA_{\frac{\bar{X}}{S}} = \hat{\mu} + k \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = 673.77776$$

$$GP = \hat{\mu} = 671.2645$$

$$BKB_{\frac{\bar{X}}{S}} = \hat{\mu} - k \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = 668.99314$$

2. Kemudian pada pengamatan data kekuatan benang di PT. World Yamater Spinning Milis II kabupaten Karawang terdapat titik-titik yang keluar dari batas kendali Sintetik, yaitu titik ke-13 yang merupakan $CRL_1=13$ dan titik 17 yang merupakan $CRL_2=4$. Hal ini menunjukkan bahwa proses tidak terkendali atau *out of control*.

E. Saran

Pada penelitian ini, parameter yang digunakan diketahui. Hendaknya untuk penelitian selanjutnya perlu dikaji lagi mengenai parameter yang belum diketahui untuk menentukan batas-batas kendali Sintetik.

Daftar Pustaka

- Calzada, M.E. and Scariano, S.M. (2001). The Robustness of the synthetic control chart to non-normality. *Journal of commun, statist.-simula*, 30:2, 311-326.
- Dwidaman, Restu. (2012). *Menentukan Batas –batas Bagan Kontrol Dispersi Multivariat Pada Proses Produksi Benang Dengan Metode Variasi Vektor Yang Direduksi (Pada kasus PT. World Yamater Spinning Milis II)*. Bandung : Thesis S2 Terapan Universitas Padjadjaran
- Fu, J.C, Spiring F.A, and Xie,H. (2002). *On the average run lengths of quality control schemes using a Markov chain approach*. *Statistics & Probability Letters* 56 , 369–380.
- Grant, E. L. and Leavenworth, R. S., 1994. *Pengendalian Mutu Statistis*. Penerbit Erlangga: Jakarta.
- Handayani, F.R. (2012), *Diagram Kontrol Shewhart Rata-Rata Untuk Proses Yang Berautokorelasi* , Bandung : Skripsi Universitas Islam Bandung.
- Montgomery, D. C. (2009). *Introduction to Statistical Quality Control, Sixth Edition*. John Wiley & Sons, New York.
- Muchlis, R. Dachlan. (2009), *Buku Ajar Pengendalian Kualitas*. Program Studi F-MIPA UNISBA, Bandung.
- Wu, Z. and Spedding, T. A. (2000). *Implementing Synthetic Control Charts*. *Journal of Quality Technology* 32, 75-78.