

## Diagram Kontrol Cumulative Sum untuk Pengontrolan Proses dengan Model Autoregresif Orde Pertama (AR(1))

<sup>1</sup>Arvi Fitriani, <sup>2</sup>Suwanda, <sup>3</sup>Lisnur Wachidah

*Prodi Statistika, Universitas Islam Bandung,  
Jl. Tamansari No. 1 Bandung 401166*

email: arvi.fitriani@yahoo.com, wanda\_100358@yahoo.co.id

**Abstrak.** Diagram kontrol *Cumulative Sum* (CUSUM) secara luas digunakan untuk memantau perubahan cukup kecil dalam proses. Sifat statistik CUSUM dievaluasi berdasarkan asumsi bahwa pengamatan dari proses tersebut saling bebas. Namun, bagi beberapa proses, pengamatan dengan waktu yang berdekatan, dimungkinkan terjadi korelasi. Hasil telaahan menunjukkan bahwa jika nilai mutlak parameter *autoregressive*  $1(|\phi|)$  membesar maka simpangan baku proses membesar pula. Akibatnya, apabila dipaksakan menggunakan diagram kontrol CUSUM tradisional pada fase II (parameter diketahui),  $ARL_1$  akan membesar, sedangkan pada fase I, akan menyebabkan *over estimate*  $ARL_1$  untuk  $\phi < 0$  dan *underestimate*  $ARL_1$  untuk  $\phi > 0$ . Oleh karena itu batas kontrol diagram kontrol CUSUM untuk proses yang berautokorelasi dengan model AR (1) perlu dimodifikasi. Penerapan pada pengontrolan proses produk elektronik menunjukkan hasil bahwa model AR(1) signifikan dengan  $\hat{\phi} > 0$ , proses dalam keadaan *out of control*. Menurut diagram control CUSUM yang dimodifikasi, dipikirkan pergeseran terjadi pada periode ke 59 dan ke 60, sedangkan menurut diagram control CUSUM tradisional, pergeseran terjadi pada periode ke 8 dan 9 (akibat dari *underestimate*  $ARL_1$ ).

**Kata Kunci :** Diagram kontrol CUSUM, Autokorelasi, *autoregressive* orde 1, *Average Run Length*.

### A. Pendahuluan

Diagram kontrol merupakan teknologi statistika yang banyak digunakan pada monitoring proses, bertujuan untuk mengetahui penyebab variasi karakteristik yang tidak wajar. Teori umum diagram kontrol, pertama kali diperkenalkan oleh Dr. Walter Andrew Shewhart pada tahun 1942 dan diagram kontrol yang dikembangkan menurut asas-asas ini kerap kali disebut dengan diagram kontrol Shewhart (Kosthi, 2011).

Diagram kontrol Shewhart menggunakan informasi tentang proses yang terkandung dalam titik yang terakhir dan mengabaikan setiap informasi yang diberikan oleh seluruh barisan titik itu. Hal ini membuat diagram pengendali Shewhart tidak sensitif untuk mendeteksi pergeseran yang kecil dalam suatu proses. Pergeseran dikatakan kecil jika besarnya pergeseran ini kurang dari  $1.5\sigma$  (Montgomery, 2009). Alat yang mampu mendeteksi pergeseran kecil dari parameter proses adalah diagram kontrol CUSUM (Page, 1945) atau EWMA (Roberts, 1959) dalam Montgomery (2009).

Diagram kontrol biasanya dibangun berdasarkan asumsi bahwa pengamatan dari satu periode ke periode lainnya saling bebas, selanjutnya disebut diagram kontrol "tradisional" (Timmer et al, 1998). Namun, dalam praktek dimungkinkan terjadi proses yang berautokorelasi. Keadaan ini akan berdampak pada performa diagram kontrol tersebut. Kajian dampak autokorelasi pada diagram kontrol Shewhart ini telah dibahas oleh Handayani (2012). Pada penelitian ini akan dibahas dampak adanya autokorelasi terhadap performa diagram kontrol CUSUM untuk proses dengan model autoregresif orde pertama (AR (1)).

Sebagai bahasan pertama dari artikel ini adalah tentang pemodelan AR(1). Diagram control CUSUM “tradisional” merupakan uraian selanjutnya. Dampak adanya autokorelasi dengan model AR(1) ditunjukkan pula melalui ukuran *average run length* (ARL) pendekatan Sigmund. Pada bagian akhir diuraikan tentang modifikasi diagram control CUSUM untuk model AR(1) yang diturunkan melalui rasio kemungkinan maksimum beserta contoh aplikasinya.

**B. Kajian Pustaka**

**1. Diagram Kontrol CUSUM Individu**

Misalkan  $X_1, X_2, \dots, X_m$  merupakan data individu yang dikumpulkan selama  $m$  periode dari proses yang berdistribusi normal, dengan mean *in control*  $\mu_0$  dan varians  $\sigma^2$ . Nilai parameter  $\mu_0$  akan dikontrol oleh statistik CUSUM yang di definisikan sebagai berikut:

$$C_i = \sum_{j=1}^i (x_j - \mu_0) \tag{1}$$

Definisikan pula statistik  $C_i^+$  dan  $C_i^-$  sebagai berikut: (Koshti, 2011)

$$C_i^+ = \max[0, x_i - (\mu_0 + K) + C_{i-1}^+] \tag{2}$$

dan

$$C_i^- = \max[0, (\mu_0 - K) - x_i + C_{i-1}^-] \tag{3}$$

dimana  $C_0^+ = C_0^- = 0$ .

Selanjutnya  $C_i^+$  dan  $C_i^-$  disebut batas atas dan batas bawah CUSUM satu ujung. Dalam hal ini K merupakan nilai referensi. K dipilih setengah  $\delta$  dan jika pergeseran dinyatakan dalam bentuk standar deviasi, maka:  $K = \frac{\delta}{2} \sigma = \frac{|\mu_1 - \mu_0|}{2}$ .

Jika salah satu dari  $C_i^+$  atau  $C_i^- > H$ , maka proses dikatakan *out of control*. Untuk nilai  $H$ , Montgomery (2009) merekomendasikan sebesar  $5\sigma$  atau 5 kali dari nilai standar deviasi prosesnya. Batas-batas kontrol CUSUM tabular untuk fase II adalah:

$$\begin{aligned} \text{BKA} &= H \\ \text{BKB} &= 0 \end{aligned} \tag{4}$$

Performa dari diagram control CUSUM diukur berdasarkan *Average Run Length* (ARL). Hasil perhitungan ARL CUSUM dua ujung dengan pendekatan Siegmund untuk  $k=1/2$  dan  $h=4, 4.37235, \text{ dan } 5$  disajikan pada Tabel 1.

**Tabel 1** ARL CUSUM Dua Ujung dengan  $k=1/2$  dan  $h=4, 4.37235, \text{ dan } 5$

Shift	$h=4$	$h=4.37235$	$h=5$
0.00	169	247.72	469.11
0.25	74.43	94.841	139.78
0.50	26.69	30.673	38.02
0.75	13.27	14.654	17.03
1.00	8.343	9.0845	10.336
1.50	4.666	5.0384	5.666
2.00	3.222	3.47	3.8884

2.50	2.458	2.6442	2.958
3.00	1.986	2.1353	2.3864
4.00	1.435	1.5416	1.7209

Untuk fase I, dimana parameter tidak diketahui, parameter ditaksir dengan penaksir tak biasnya. Penaksir tak bias bagi  $\mu$  adalah:  $\bar{X} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m x_j$ , dan penaksir tak bias bagi  $\sigma$  adalah  $\frac{\overline{MR}}{d_2}$ , dimana:

$$\overline{MR} = \sum_{j=2}^m MR_j, MR_j = |X_j - X_{j-1}|, j = 2, 3, \dots \tag{4}$$

dan

$$d_2 = \frac{2}{\sqrt{\pi}}, \pi = 3,14 \tag{5}$$

Batas atas dan bawah diagram kontrol CUSUM tabular untuk fase I adalah:

$$C_i^+ = \max[0, x_i - (\bar{x} + K) + C_{i-1}^+] \tag{6}$$

$$C_i^- = \max[0, (\bar{x} - K) - x_i + C_{i-1}^-] \tag{7}$$

dimana  $K = \frac{\delta}{2} \left( \frac{\overline{MR}}{d_2} \right) = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_0|}{2}$ .

Secara ringkas, langkah- langkah dari diagram kontrol CUSUM tabular adalah sebagai berikut: (Suwanda, 2013)

1. Hitung  $C^+$  dan  $C^-$ , dimana  $C_0^+ = C_0^- = 0$
2. Tentukan nilai referens  $K=k\sigma$
3. Tentukan nilai kritis  $H=h\sigma$
4.  $k$  dan  $h$  ditentukan sedemikian sehingga  $ARL_0$  sesuai dengan yang diinginkan, biasanya  $k=1/2$  dan  $h= 4$  atau  $5$
5. Tentukan bilangan yang menjelaskan nomor kumulatif  $n^-$  pada saat dimulainya  $C_i^- > 0$  dan  $n^+$  pada saat  $C_i^+ > 0$
6. Andaikan bahwa pada periode ke- $p$  terjadi *out of control*, yaitu  $C^+$  atau  $C > H$  dan pada saat itu  $n^- = n$  atau  $n^+ = n$
7. Hitung  $P = p - n$  bilangan ini mengandung makna bahwa pergeseran terjadi pada periode  $P$  dan  $P+1$

## 2. Diagram Kontrol CUSUM untuk Model AR(1)

Untuk proses AR(1) karakteristik mutu dimodelkan oleh :

$$X_t = c + \phi X_{t-1} + \varepsilon_t \tag{8}$$

dimana,  $c$  = parameter konstanta,  $\phi$  = parameter koefisien arah (*slope*), pada proses stasioner :  $|\phi| < 1$ , dan  $\varepsilon_t$  = white noise berdistribusi  $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ .

Ekspektasi dan Varians dari  $X_t$  berturut-turut adalah sebagai berikut:

$$E(X_t) = \frac{c}{(1-\phi)} \tag{9}$$

$$Var(X_t) = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{(1-\phi^2)} \tag{10}$$

Nilai-nilai variansi karakteristik mutu untuk berbagai  $\phi$  dan  $\sigma_\varepsilon^2 = 1$  pada proses AR(1) disajikan pada Tabel 2.

**Tabel 2** Simpangan Baku  $X_t$  untuk  $\sigma_\varepsilon^2 = 1$  dan Berbagai Nilai  $\phi$

$\phi$	$\sigma_{x_t}^2$	$\sigma_{x_t}$
<b>-0.9</b>	5.26	2.29
<b>-0.6</b>	1.56	1.25
<b>-0.3</b>	1.10	1.05
<b>0</b>	1	1
<b>0.3</b>	1.10	1.05
<b>0.6</b>	1.56	1.25
<b>0.9</b>	5.26	2.29

Pada Tabel 2 tampak bahwa, jika tidak terjadi autokorelasi, simpangan baku  $X_t = \sigma_{x_t} = 1$ . Jika ada autokorelasi, ketika ( $|\phi|$ ) membesar maka  $\sigma_{x_t}$  akan membesar juga. Untuk melihat pengaruh autokorelasi terhadap ARL diagram kontrol CUSUM tradisional, dihitung nilai ARL dengan berbagai  $\phi$ . Tabel 3 menunjukkan hasil perhitungan ARL ketika terjadi autokorelasi yang dihitung dengan menggunakan ARL diagram kontrol CUSUM tradisional.

**Tabel 3** ARL Diagram Kontrol CUSUM Ketika Berautokorelasi untuk  $\sigma_{x_t}$  Diketahui yang Dihitung dengan Diagram Kontrol CUSUM Tradisional

Shift	$\phi$				
	<b>-0.6</b>	<b>-0.3</b>	<b>0</b>	<b>0.3</b>	<b>0.6</b>
<b>0</b>	247.72	247.72	247.72	247.72	247.72
<b>0.25</b>	123.34	100.95	94.84	100.95	123.34
<b>0.5</b>	45.82	33.51	30.67	33.51	45.82
<b>0.75</b>	21.89	15.97	14.65	15.97	21.89
<b>1</b>	13.11	9.82	9.08	9.82	13.11
<b>1.5</b>	6.89	5.38	5.04	5.38	6.89
<b>2</b>	4.62	3.69	3.47	3.69	4.62
<b>2.5</b>	3.47	2.80	2.64	2.80	3.47
<b>3</b>	2.78	2.26	2.14	2.26	2.78
<b>4</b>	1.98	1.63	1.54	1.63	1.98

Tabel diatas menunjukkan adanya perubahan nilai ARL diagram kontrol CUSUM tradisional jika terjadi autokorelasi. Ketika ( $|\phi|$ ) membesar maka ARL nya akan membesar juga.

Untuk fase I, efek autokorelasi pada  $E\left(\frac{\overline{MR}}{d_2}\right)$  tersebut dijelaskan pada Tabel 4.

**Tabel 4** Nilai  $E\left(\frac{\overline{MR}}{d_2}\right)$  untuk berbagai nilai  $\phi$

$\phi$	$\sigma_{x_t}^2$	$\sqrt{\sigma_{x_t}^2}$	$E\left(\frac{\overline{MR}}{d_2}\right) = \sigma_\varepsilon \sqrt{(1-\phi)}$
<b>-0.9</b>	5.26	2.29	3.16
<b>-0.6</b>	1.56	1.25	1.58
<b>-0.3</b>	1.10	1.05	1.20
<b>0</b>	1	1	1
<b>0.3</b>	1.10	1.05	0.88
<b>0.6</b>	1.56	1.25	0.79
<b>0.9</b>	5.26	2.29	0.73

Dari tabel diatas, dapat dilihat jika simpangan baku tidak diketahui, maka  $E\left(\frac{\overline{MR}}{d_2}\right)$  akan semakin meningkat jika  $\phi$  mendekati -1 dan akan mengecil jika  $\phi$  mendekati 1. Tabel 5 menunjukkan hasil perhitungan ARL ketika terjadi autokorelasi yang dihitung dengan menggunakan ARL diagram kontrol CUSUM tradisional, dan nilai  $h=4.3$ .

**Tabel 5** ARL Diagram Kontrol CUSUM Ketika Berautokorelasi untuk  $\sigma_{x_t}$  Tidak Diketahui yang Dihitung dengan Diagram Kontrol CUSUM Tradisional

Shift	$\phi$				
	<b>-0.6</b>	<b>-0.3</b>	<b>0</b>	<b>0.3</b>	<b>0.6</b>
<b>0</b>	247.72	247.72	247.72	247.72	247.72
<b>0.25</b>	152.87	118.06	94.84	79.52	30.67
<b>0.5</b>	67.61	42.64	30.67	24.20	19.86
<b>0.75</b>	33.71	20.32	14.65	11.77	9.87
<b>1</b>	30.67	12.23	9.08	7.47	6.38
<b>1.5</b>	9.87	6.50	5.04	4.25	3.70
<b>2</b>	6.38	4.38	3.47	2.97	2.60
<b>2.5</b>	4.69	3.30	2.64	2.27	2.01
<b>3</b>	3.70	2.64	2.14	1.84	1.63
<b>4</b>	2.60	1.89	1.54	1.34	1.19

Tabel diatas memberikan informasi bahwa jika dipaksakan menggunakan diagram kontrol CUSUM tradisional pada fase I, maka akibatnya  $ARL_1$  akan membesar ketika  $\phi < 0$  dan akan mengecil ketika  $\phi > 0$ . Oleh karena itu mempertimbangkan nilai pada diagram control CUSUM proses AR(1) menjadi penting.

Berikut dijelaskan pembentukan bagan control CUSUM proses AR(1).

Diagram kontrol CUSUM untuk proses dengan model AR(1) akan dibuat berdasarkan rasio fungsi kemungkinan dibawah proses *in control* ( $\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_m = \mu_0$ ) dan dibawah proses *out of control* ( $\mu_j = \mu_{j+1} = \dots = \mu_m = \mu_A$ ) pada *change point* tertentu, seperti yg

dikemukakan oleh Timmer dkk (1998). Berdasarkan rasio kemungkinan tersebut, nilai satu ujung atas CUSUM pada Persamaan (2) menjadi:

$$U_t = \max[0, U_{t-1} + (w_t - m_{wt}) - K'_t \sigma_{wt}] \tag{14}$$

dan nilai satu ujung bawah pada Persamaan (2.8) menjadi:

$$L_t = \min[0, L_{t-1} + (w_t - m_{wt}) - K'_t \sigma_{wt}] \tag{15}$$

dimana:

$$\sigma_{wt} = \begin{cases} \sqrt{[(1+\phi)/(1-\phi)]\sigma_\varepsilon}, t=1 \\ \sigma_\varepsilon, t>1 \end{cases} \tag{16}$$

$$w_t = \begin{cases} (1+\phi)X_1, t=1 \\ X_t - \phi X_{t-1}, t>1 \end{cases}, \quad K'_t = \begin{cases} [(1+\phi)/(1-\phi)]k, t>1 \\ k, t=1 \end{cases} \tag{17}$$

$$k = \frac{\mu_0 + \mu_A}{2} \quad \text{da} \quad m_{wt} = \begin{cases} [(1+\phi)/(1-\phi)]\mu_0, t=1 \\ \mu_0, t>1 \end{cases} \tag{18}$$

dengan  $U_0 = u$  untuk  $u \in [0, h\sigma_{w_1})$ , dan  $L_0 = l$  untuk  $l \in [-h\sigma_{w_1}, 0)$ .

Tabel berikut nilai ARL untuk CUSUM berautokorelasi.

**Tabel 6** ARL CUSUM Dua Ujung dengan Model AR(1)

Shift	$\phi$								
	-0.8	-0.6	-0.4	-0.2	0	0.2	0.4	0.6	0.8
<b>0</b>	247.72	247.72	247.72	247.72	247.72	247.72	247.72	247.72	247.72
<b>0.25</b>	41.55	67.66	82.94	90.96	93.41	90.79	82.50	66.54	4.38
<b>0.50</b>	11.83	19.56	25.14	28.43	29.43	28.12	24.35	17.49	1.12
<b>0.75</b>	6.48	9.74	12.08	13.44	13.79	13.04	11.06	7.25	1.00
<b>1.00</b>	4.59	6.43	7.68	8.37	8.47	7.91	6.53	3.88	1.00
<b>1.25</b>	3.64	4.87	5.66	6.05	6.04	5.56	4.46	2.15	1.00
<b>1.50</b>	3.08	3.98	4.53	4.77	4.70	4.26	3.32	1.64	1.00
<b>1.75</b>	2.71	3.41	3.81	3.97	3.87	3.45	2.62	1.24	1.00
<b>2.00</b>	2.45	3.01	3.32	3.42	3.30	2.91	2.15	1.06	1.00
<b>2.25</b>	2.25	2.72	2.96	3.02	2.89	2.51	1.81	1.01	1.00
<b>2.50</b>	2.10	2.49	2.69	2.72	2.58	2.22	1.56	1.00	1.00
<b>2.75</b>	2.00	2.32	2.48	2.49	2.34	2.00	1.36	1.00	1.00
<b>3.00</b>	1.93	2.18	2.31	2.30	2.15	1.82	1.21	1.00	1.00
<b>3.25</b>	1.88	2.07	2.17	2.15	2.00	1.67	1.11	1.00	1.00
<b>3.50</b>	1.84	1.98	2.06	2.03	1.88	1.53	1.05	1.00	1.00
<b>3.75</b>	1.79	1.92	1.97	1.94	1.78	1.41	1.02	1.00	1.00
<b>4.00</b>	1.74	1.87	1.90	1.85	1.68	1.30	1.01	1.00	1.00

Sumber: Timmer dkk (1998)

Tampak bahwa pada *shift* (pergeseran) rata-rata sebesar 0.25 dan  $\phi=0.6$ , nilai ARL *out of control* yang sebenarnya adalah  $ARL_1=66.54$ , sedangkan menurut CUSUM tradisional  $ARL_1=30.67$ , jadi diagram kontrol CUSUM tradisional *under estimate*  $ARL_1$  pada  $\phi>0$  dan *over estimate*  $ARL_1$  pada  $\phi<0$ .

## D. Data dan Hasil

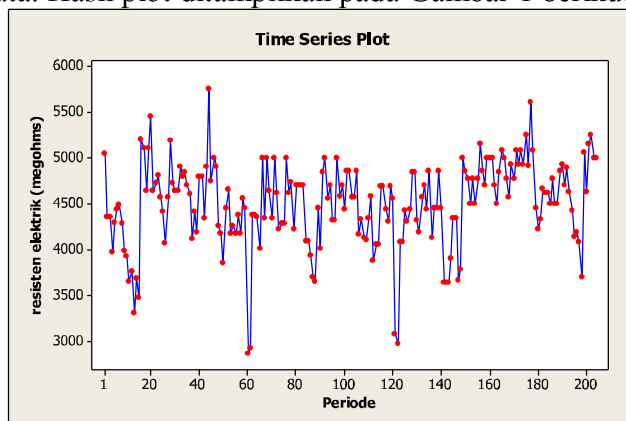
Data yang akan digunakan merupakan data sekunder hasil penelitian Shewhart (1931) dalam Wieringa (1999). Karakteristik mutu yang dikontrol adalah resisten elektrik dari suatu komponen insulasi ( $X$ ) satuan dalam megOhm, pada sebuah perusahaan elektronik. Banyaknya periode pengamatan adalah 204 dalam periode satuan menit. Setiap periode diambil sampel berukuran 1. Pengontrolan ini dilakukan pada saat *start up*, oleh karena itu nilai-nilai parameternya belum diketahui. Dalam menganalisis data pertama-tama melakukan identifikasi model dengan plot ACF dan PACF, penaksiran parameter-parameter, pengujian signifikansi parameter, dan kesesuaian model AR(1). Berikutnya adalah menentukan statistik CUSUM dan batas kontrol CUSUM baik untuk tradisional maupun berautokorelasi. Ringkasan dari data disajikan pada Tabel 7 berikut

**Tabel 7** Statistik Deskriptif

Mean	StDev	Variance	Sum	Minimum	Maximum	M
4497.735	466.8174	217918.5	917538	2855	5750	204

Berdasarkan output pada Tabel 7 di atas, dapat diketahui bahwa terdapat sebanyak 204 jumlah pengamatan. *Mean* atau nilai rata-rata resisten elektrik adalah sebesar 4497.735 megOhm dengan *standart deviasi* sebesar 466.8174 megOhm. Nilai minimumnya 2855 megOhm sedangkan nilai maksimumnya 5750 megOhm. Kedua nilai ini dicurigai sebagai data yang keluar dari batas-batas kontrol, yang kepastiannya akan diplotkan pada diagram kontrol CUSUM yang akan diuraikan selanjutnya.

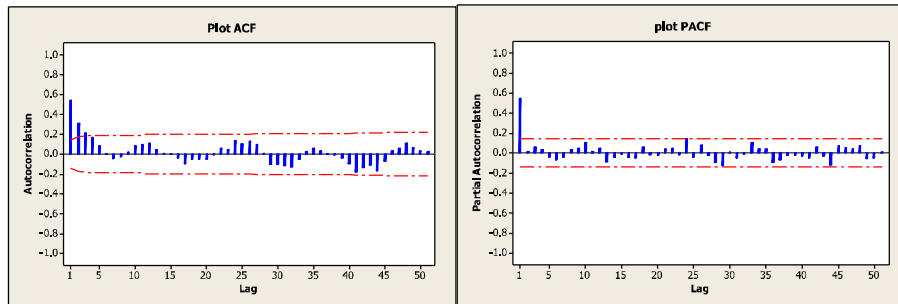
Untuk melihat fluktuasi data resisten listrik, dilakukan dengan melihat plot antara periode dan data. Hasil plot ditampilkan pada Gambar 1 berikut:



**Gambar 1** Plot Data Deret Waktu untuk Resistensi Elektrik

Dari plot di atas, pada periode ke 60 dan 61 data mengalami penurunan, namun kembali stabil pada periode ke 62 dan sempat turun lagi pada periode ke 122. Data tertinggi berada pada periode ke 45 dan terendah pada periode ke 60. Plot di atas juga menunjukkan bahwa fluktuasi data berada di sekitar rata-rata. Data tidak cenderung meningkat atau menurun, ini menunjukkan bahwa tidak terdapat trend atau musiman pada data resisten elektrik. Dari hasil tersebut, dapat dikatakan bahwa data resisten elektrik ini memberikan kecenderungan bahwa data stasioner. Kestasioneran penting untuk menentukan model deret waktu khususnya model autoregresif orde- $p$ .

Berdasarkan plot ACF dan PACF Gambar 2 menunjukkan gejala model AR(1) dari proses.



Gambar 2 Plot ACF dan PACF

Hasil perhitungan diperoleh model taksiran AR(1) sebagai berikut:

$$\hat{X}_t = 2023.44 + 0.5507X_{t-1}$$

Nilai statistik pengujian secara parsial untuk keberartian adalah  $t=9.34$  dengan  $p\text{-value} < 0.01$ , jadi model sangat signifikan. Pengujian keacakan dan kenormalan error juga menunjukkan hasil bahwa asumsi error dipenuhi.

Dari nilai MR (*Moving Range*), diperoleh nilai  $\overline{MR} = 319.70$ . Dengan menggunakan  $h=4.37235$ ,  $k=0.5$ , dan  $u=l=0$ , dan  $d_2=1.13$  diperoleh nilai ujung atas dan ujung bawah CUSUM dari Persamaan (14) dan (15) dan dihitung pula batas-batas diagram kontrol CUSUM AR(1) dengan nilai simpangan baku menggunakan Persamaan (16). Hasil perhitungan memberikan batas-batas control sebagai berikut:

Untuk  $t=1$  :

$$\text{BKA} = 3178.334$$

$$\text{BKB} = 0$$

$$t > 1 : \text{BKA} = 1710.818$$

$$\text{BKB} = 0$$

untuk ujung atas, sedangkan untuk ujung bawah

untuk  $t=1$  :

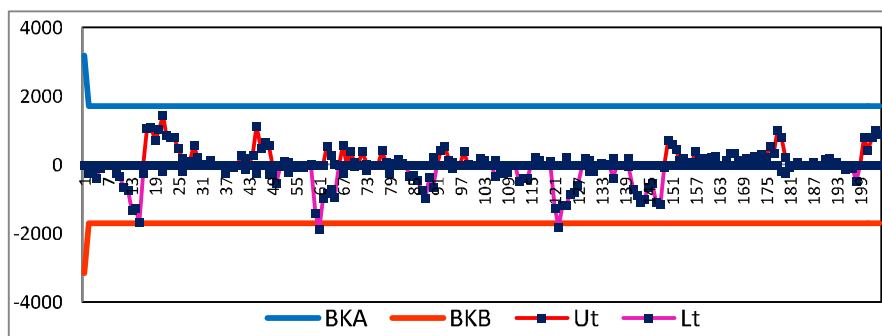
$$\text{BKA} = 0$$

$$\text{BKB} = -3178.334$$

$$t > 1 : \text{BKA} = 0$$

$$\text{BKB} = -1710.818$$

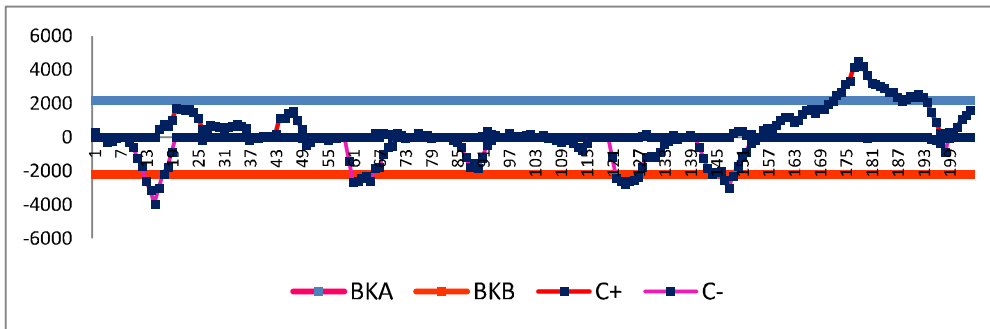
Dari hasil perhitungan tersebut, maka dapat dibuat diagram kontrol CUSUM tabular untuk data resisten elektik, yang digambarkan pada Gambar 3 berikut:



Gambar 3 Diagram Kontrol CUSUM untuk Proses AR(1)



Berdasarkan gambar diagram kontrol diatas, terlihat 2 buah titik yang berada di luar batas kendali, yaitu titik ke 61 dan 122. Dari hasil tersebut, dapat dikatakan bahwa proses tidak terkendali. Menurut nilai  $n^+$  dan  $n^-$  dengan  $n=2$  dan  $t=61$ , maka pergeseran diperkirakan terjadi pada periode ke 59 dan 60. Untuk membandingkan hasil diagram kontrol CUSUM proses AR(1) dengan diagram kontrol CUSUM tradisional, dihitung diagram kontrol untuk data resisten elektrik dengan menggunakan rumus batas kontrol pada Persamaan (4). Hasilnya disajikan pada Gambar 4 berikut:



Gambar 4 Diagram Kontrol CUSUM Tradisional

Dari diagram kontrol diatas, terlihat bahwa *out of control* pertama terjadi pada titik ke 13. Dari hasil tersebut, dapat dikatakan bahwa proses tidak terkendali. Untuk melihat perkiraan periode yang mengalami pergeseran, dihitung statistik  $z^+$  dan  $z^-$ . Dengan  $t=13$  dan  $z=5$ , maka pergeseran diperkirakan terjadi pada periode ke 8 dan 9. Jika dipaksakan menggunakan diagram kontrol CUSUM tradisional, *out of control* akan terlalu cepat terdeteksi. Akibatnya CUSUM tradisional *under estimate* untuk  $ARL_1$  ( $ARL$  *out of control*) jika proses membentuk model AR(1)

### E. Kesimpulan

Bersarkan hasil kajian pada bagian sebelumnya menunjukkan bahwa pengaruh dari autokorelasi terhadap diagram kontrol CUSUM tradisional adalah pada pengontrolan fase II, ketika  $(|\phi|)$  membesar maka  $\sigma_{x_t}$  akan membesar juga, akibatnya, apabila dipaksakan menggunakan diagram kontrol CUSUM tradisional, ketika  $(|\phi|)$  membesar maka  $ARL$  nya akan membesar juga. Pada pengontrolan fase I,  $E\left(\frac{\overline{MR}}{d_2}\right)$  akan semakin meningkat jika  $\phi$  mendekati -1 dan akan mengecil jika  $\phi$  mendekati, akibatnya, jika dipaksakan menggunakan diagram kontrol CUSUM tradisional, maka  $ARL_1$  akan membesar ketika  $\phi < 0$  dan akan mengecil ketika  $\phi > 0$ .

Modifikasi diagram kontrol CUSUM untuk pengontrolan rata-rata proses AR(1) didasarkan padai rasio likelihood fungsi densitas bersama dari sekumpulan pengamatan atau proses.

Hasil implementasi pada karakteristik mutu resisten elektrik pada proses produksi elektronik dengan menggunakan diagram kontrol CUSUM untuk proses dengan model AR(1) menunjukkan bahwa proses *out of control* atau tidak terkendali. Pergeseran diperkirakan terjadi pada periode ke 59 dan ke 60. Jika menggunakan diagram kontrol CUSUM tradisional, pergeseran diperkirakan terjadi pada periode ke 8

dan 9. Dengan demikian, jika dipaksakan menggunakan diagram control CUSUM tradisional, *out of control* akan terlalu cepat terdeteksi karena *underestimate*.

### **Daftar Pustaka**

- Bungin, Burhan. 2006. *Metodologi Penelitian Kuantitatif*. Jakarta: Kencana Prenada Media Group.
- Rakhmat, Jalaluddin. 2007. *Metode Penelitian Komunikasi*. Bandung: PT Remajarosdakarya.
- Sugiono. 2011. *Metode Penelitian Kuantitatif Kualitatif Dan R & D*. Bandung: Alfabeta.
- Syadam, Gouzali. 2000. *Manajemen Sumber Daya Manusia*. Yogyakarta: Gaya Media.
- Wiksana, Wiki, 2007. *Modul Dasar Fotografi*. Bandung : Universitas Islam Bandung.
- Yulianita, Neni. 2007. *Dasar-Dasr Public Relations*. Pusat Penerbitan Universitas (P2U) Lembaga Penelitian dan Pengabdian.