

## Pemodelan Angka Kematian Bayi di Kabupaten Kuningan Tahun 2014 dengan Regresi Generalized Poisson dan Regresi Binomial Negatif

### Modelled Number Of Birth Mortality In Kuningan Residence In 2014 By Generalized Poisson Regression And Negative Binomial Regression

<sup>1</sup>Fiona Harva Fatima, <sup>2</sup>Anneke Iswani Ahmad, <sup>3</sup>Nusar Hajarisman

<sup>1,2,3</sup> Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung,  
Jl. Tamansari No. 1 Bandung 40116

e-mail: <sup>1</sup>fionaharva@gmail.com, <sup>2</sup>annekeiswani11@gmail.com, <sup>3</sup>nusarhajarisman@yahoo.com

**Abstract.** This research discusses data modeling for infant mortality rate in Kuningan regency in 2014 using Poisson regression, Generalized Poisson regression, and Binomial Negative regression. Generally Poisson regression Model is used for analysing discrete data which is assumed scattered poisson in which its mean and variation are equivalent (equidispersion). But on the other hand, it frequently reveals a problem that variation figures exceed its mean figures which is commonly known as overdispersion. Poisson regression applied on data having overdispersion will result in standard error figures which will become underestimate. The models frequently used for handling overdispersion problem are Generalized Poisson regression and Binomial Negative regression. Both of them can be used for equidispersion or overdispersion. Parameter estimation can be gained by using maximum likelihood method. Some comparative measurements can be used to compare Poisson regression, Generalized Poisson regression, and Binomial Negative regression methods. The modelling of Generalized regression Poisson and Binomial Negative regression will be applied for identifying factors giving influences to infant mortality rate in Kuningan Regency at district level in 2014.

**Keywords:** Poisson Regression, overdispersion, Generalized Poisson Regression, Binomial Negative Regression, Infant Mortality Rate.

**Abstrak.** Dalam skripsi ini dijelaskan mengenai pemodelan data angka kematian bayi di Kabupaten Kuningan tahun 2014 menggunakan regresi Poisson, regresi Generalized Poisson dan regresi Binomial Negatif. Model regresi Poisson secara umum digunakan untuk menganalisis data diskrit yang diasumsikan menyebar Poisson dimana nilai rata-rata dan variansinya sama (equidispersi). Namun seringkali terjadi masalah nilai variansi melebihi nilai rata-ratanya atau lebih dikenal dengan overdispersi. Regresi Poisson yang diterapkan pada data yang mengandung overdispersi akan menghasilkan nilai *standard error* yang menjadi *underestimate*. Model yang sering digunakan untuk mengatasi masalah overdispersi adalah regresi *Generalized Poisson* dan regresi Binomial Negatif. Regresi *Generalized Poisson* dan regresi Binomial Negatif dapat digunakan baik dalam keadaan equidispersi maupun overdispersi. Penaksiran parameter dapat diperoleh dengan menggunakan metode *maximum likelihood*. Beberapa ukuran perbandingan dapat digunakan untuk membandingkan model regresi Poisson, regresi *Generalized Poisson*, dan regresi Binomial Negatif. Pemodelan dari regresi *Generalized Poisson* dan regresi Binomial Negatif akan diaplikasikan untuk mengetahui faktor – faktor yang mempengaruhi angka kematian bayi di Kabupaten Kuningan tahun 2014 pada level kecamatan.

**Kata Kunci:** Regresi Poisson, Overdispersi, Regresi Generalized Poisson, Regresi Binomial Negatif, Angka Kematian Bayi.

## A. Pendahuluan

Analisis regresi adalah suatu metode yang digunakan untuk menganalisis hubungan antara variabel respon (Y) dengan beberapa variabel prediktor (X). Analisis regresi digunakan untuk menganalisis data variabel respon yang berupa data kontinu dan data diskrit. Model regresi yang dapat digunakan untuk menjelaskan hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor yang berupa data biner adalah regresi logistik, dimana variabel respon bersifat biner. Sedangkan Model regresi yang dapat digunakan untuk menjelaskan hubungan antara peubah respon dengan peubah prediktor yang berupa data cacahan adalah regresi Poisson.

Asumsi yang harus dipenuhi dari regresi Poisson adalah asumsi equidispersi, dimana asumsi equidispersi adalah nilai varians harus sama dengan nilai rata-rata pada data. Pemenuhan asumsi equidispersi pada regresi Poisson mengakibatkan model regresi yang terbentuk hanya menyertakan parameter regresi, namun dalam analisis data diskrit dengan menggunakan model regresi Poisson terkadang terjadi pelanggaran asumsi tersebut, dimana nilai variansinya lebih besar dari nilai rata-rata yang disebut overdispersi. Munculnya masalah overdispersi dalam pengamatan data diskrit dapat dijelaskan oleh dua hal, yaitu adanya variansi dalam peluang respon dan adanya korelasi antar variabel respon. Kedua kejadian tersebut merupakan kejadian yang saling berhubungan, artinya jika terdapat variansi dalam peluang respon, maka terdapat korelasi antar variabel respon. Begitu juga sebaliknya, jika terdapat korelasi antara variabel respon, maka terdapat variansi dalam peluang respon. McCullagh dan Nelder (1989) menyatakan bahwa kedua kejadian tersebut dapat terjadi karena adanya pengelompokan (*clustering*) dalam populasi. Sedangkan Cameron dan Trivedi (1998) menjelaskan bahwa fenomena overdispersi dapat terjadi karena adanya sumber varians yang tidak teramati. Overdispersi dapat pula terjadi karena adanya pengamatan missing pada variabel prediktor, adanya pencilan data, perlunya interaksi dalam model, variabel prediktor perlu ditransformasi atau kesalahan spesifikasi *link function*.

Overdispersi dapat mengakibatkan galat baku dari taksiran parameter regresi yang dihasilkan yang memiliki kecenderungan untuk menjadi lebih rendah dari seharusnya sehingga jika model regresi Poisson tetap digunakan dalam kondisi overdispersi maka taksiran parameter-parameter yang seharusnya belum tentu signifikan akan menjadi dianggap signifikan (Ismail dan Jemain, 2007). Ketika model Poisson diaplikasikan untuk data overdispersi, menyebabkan standar *error underestimate*.

Apabila data dengan kondisi overdispersi tetap dianalisis menggunakan analisis regresi Poisson, maka akan ada informasi yang hilang akibat tidak termodelkannya parameter dispersi dalam model regresi yang terbentuk serta adanya kegagalan dalam mengidentifikasi variabel-variabel yang sebenarnya penting dalam model. Terdapat banyak metode regresi yang dapat digunakan untuk menangani masalah overdispersi, dua diantaranya dapat dilakukan pemodelan dengan *Generalized Poisson Regression (GPR)* dan regresi Binomial negatif. Model - model ini dapat mengatasi masalah overdispersi karena tidak mengharuskan nilai rata-rata yang sama dengan nilai varians seperti pada model regresi Poisson.

Angka kematian bayi (AKB) adalah indikator yang sensitif terhadap ketersediaan pemanfaatan dan kualitas pelayanan kesehatan terlebih-lebih terhadap pelayanan perinatal (Anonim, 2009). Salah satu alat untuk menilai keberhasilan program pembangunan kesehatan yang telah dilaksanakan selama ini adalah dengan

melihat perkembangan angka kematian dari tahun ke tahun, baik angka kematian bayi, balita, ibu maternal, kecacatan maupun kesakitan. Jumlah kasus AKB merupakan data diskrit yang mengikuti distribusi Poisson sehingga untuk mengetahui faktor-faktor yang berpotensi dalam jumlah kasus AKB, dilakukan pemodelan jumlah kasus AKB dengan menggunakan analisis regresi Poisson.

Berdasarkan uraian diatas, maka dilakukan penelitian mengenai pemodelan faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah kematian bayi di Kabupaten Kuningan tahun 2015 dengan menggunakan regresi *generalized* Poisson dan regresi Binomial Negatif.

**B. TinjauanPustaka**

**Model Regresi Poisson**

Regresi Poisson adalah regresi yang dapat digunakan untuk data yang variabel responnya berdistribusi tidak normal dan berjenis diskrit. Syarat utama pada model regresi Poisson yaitu data variabel respon berdistribusi Poisson. Model regresi Poisson dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y_i = E(Y_i) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad \dots (2.1)$$

Pada model regresi Poisson terdapat dua *link function* yang biasa digunakan, yaitu *identity link*  $g(\mu_i) = \mu_i = x_i^T \beta$  dan *ln link*  $g(\mu_i) = \ln \mu_i = x_i^T \beta = \beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ji}$ . Jika *identity link* yang digunakan, maka model regresi Poisson dituliskan sebagai berikut:

$$Y_i = \mu_i + \varepsilon_i = x_i^T \beta + \varepsilon_i \quad \dots (2.2)$$

Karena  $\mu_i = g^{-1}(x_i^T \beta) = x_i^T \beta$ . Sedangkan jika *ln link* yang digunakan, maka model regresi Poisson dituliskan sebagai berikut:

$$Y_i = \mu_i + \varepsilon_i = \exp(x_i^T \beta) + \varepsilon_i \quad \dots (2.3)$$

karena  $\mu_i = g^{-1}(\ln x_i^T \beta) = \exp(x_i^T \beta)$ . *Ln link* lebih baik digunakan untuk model regresi Poisson, karena rata-rata dari variabel responnya akan berbentuk fungsi eksponensial dan menjamin nilainya bernilai positif. Oleh karena itu, regresi Poisson sering juga disebut model ln-linear. Parameter  $\beta$  dalam model regresi Poisson dapat ditaksir dengan menggunakan metode kemungkinan maksimum. Karena *ln link* yang digunakan, maka fungsi peluang dari variabel respon menjadi:

$$f(y; \beta) = \frac{e^{-\exp(x_i^T \beta)} \exp(x_i^T \beta)^y}{y!}$$

$$= \frac{e^{-\exp(\beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j x_j)} \exp(\beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j x_j)^y}{y!}$$

**Penaksir Parameter Model Regresi Poisson**

Metode yang digunakan untuk menaksir parameter pada regresi Poisson adalah metode kemungkinan maksimum. Langkah-langkah penaksiran parameter menggunakan metode kemungkinan maksimum adalah:

1. Membentuk fungsi likelihood.

$$L(\beta; y) = \prod_{i=1}^n f(y_i | X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{pi}, \beta)$$

$$L(\beta; y) = \prod_{i=1}^n \left\{ \frac{e^{-\exp(\beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ji})} \exp(\beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ji})^{y_i}}{y_i!} \right\}$$

2. Membentuk fungsi log dari fungsi likelihood yang telah diperoleh.

$$\ln L(\beta) = \sum_{i=1}^n \left\{ \left( -\exp \left( \beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ji} \right) \right) \right\} + y_i \left( \beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ji} \right) - \sum_{i=1}^n \ln(y_i!)$$

3. Untuk menentukan penaksir kemungkinan maksimumnya, digunakan teknik iteratif yang cukup rumit. Metode iteratif atau numerik yang digunakan untuk memperoleh penaksir dalam model regresi Poisson adalah metode Newton-Rhapson.

### Overdispersi pada Model Regresi Poisson

Pada model regresi Poisson terdapat asumsi yang harus dipenuhi. Salah satunya adalah asumsi kesamaan antara rata – rata dan variansi dari variabel respon , yang disebut equidispersi. Namun, dalam analisis data diskrit seringkali dijumpai data yang variansinya lebih besar dari rataannya (overdispersi). Jika pada data diskrit terjadi overdispersi namun tetap digunakan regresi Poisson, akan berpengaruh pada nilai *standarderror* yang menjadi turun atau *underestimate*, sehingga kesimpulannya menjadi tidak *valid*.

Fenomena overdispersi dapat dituliskan :

$$\text{Var}(Y) > E(Y)$$

Overdispersi dapat diindikasikan dengan nilai *deviance* dan *pearson chi-squares* yang dibagi dengan derajat bebasnya. Jika kedua nilai tersebut lebih dari 1, maka dikatakan terjadi overdispersi pada data. Terdapat dua cara yang dapat digunakan untuk mendeteksi overdispersi, yaitu melalui statistik *deviance* dan Pearson Chi – Square.

### Model Generalized Poisson Regression

Regresi Generalized Poisson dapat digunakan untuk data diskrit yang mempunyai distribusi Poisson tanpa adanya asumsi equidispersi. Distribusi *generalized* Poisson adalah perluasan dari distribusi Poisson. Sebuah sebaran data dikatakan berdistribusi *generalized* Poisson jika fungsi peluangnya berbentuk:

$$f(y) = \left( \frac{\mu_i}{(1+k\mu_i)} \right)^y \left( \frac{1+k\mu_i}{y_i!} \right)^{y_i-1} \exp \left( -\frac{\mu_i(1+k\mu_i)}{1+k\mu_i} \right); y_i = 0,1,2,3... \quad \dots(2.4)$$

Dengan rata-rata dan variansinya adalah  $\mu_i$  dan  $\mu_i(1+\mu_i)^2$ . Untuk mencari rata-rata dan varians dari distribusi *generalized* Poisson, akan dibuktikan terlebih dahulu

bahwa distribusi *generalizedPoisson* termasuk dalam distribusi keluarga eksponensial.

**Penaksiran Parameter Model *Generalized Poisson Regression***

Penaksiran parameter untuk *Generalized Poisson Regression* menggunakan iterasi Newton-Raphson. Langkah penaksiran parameter dalam regresi *generalizedPoisson* sama dengan langkah penaksiran parameter dalam model regresi Poisson, yaitu:

1. Membentuk fungsi likelihood.

$$L(\beta, k; y) = \prod_{i=1}^n f(y; \beta, k)$$

$$L(\beta, k; y) = \prod_{i=1}^n \left\{ \left( \frac{\exp(\beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ji})}{1 + k \exp(\beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ji})} \right)^{y_i} \frac{(1 + ky_i)^{y_i-1}}{y_i!} \right\} \exp \left( - \frac{\exp(\beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ji})(1 + ky_i)}{(1 + k \exp(\beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ji}))} \right)$$

2. Persamaan diatas dapat disederhanakan dengan mencari fungsi log likelihood seperti pada persamaan berikut :

$$\ln L(\beta, k) = \sum_{i=1}^n \left\{ y_i \left( \beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ji} \right) - y_i \ln \left( 1 + k \exp \left( \beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ji} \right) \right) + (y_i - 1) \ln(1 + ky_i) - \frac{\exp(\beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ji})(1 + ky_i)}{(1 + k \exp(\beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ji}))} - \ln(y_i!) \right\}$$

3. Memaksimumkan fungsi  $\ln L(\beta, k)$  dapat dilakukan dengan mencari turunan terhadap masing-masing parameter  $\beta$  dan  $k$  kemudian disamakan dengan nol. Sehingga akan dilakukan pendekatan numerik dengan menggunakan metode Newton-Rhapon untuk mencari solusi dari persamaan tersebut. Setelah penaksiran parameter selesai, taksiran model regresi *generalized Poisson*nya adalah:

$$\hat{y}_i = \exp(x_i^T \beta) = \exp(\beta_0 + \sum_{k=1}^k \beta_k X_k) \dots (2.5)$$

**Model Regresi Binomial Negatif**

Regresi Binomial Negatif mengasumsikan bahwa variabel responke- i mengikuti distribusi binomial negatif dengan parameter  $\mu_i$  dan k, yang dinotasikan oleh  $Y_i \sim BN(\mu_i, k)$  untuk memodelkan data diskrit yang mengalami overdispersi. Regresi binomial negatif mengasumsikan suatu model berbentuk:

$$Y = \log \hat{\mu}_i = \eta_i = x_i^T \beta$$

$$Y = \log \hat{\mu}_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki}$$

Pada regresi Binomial negatif variabel respon  $y_i$  diasumsikan berdistribusi Binomial negatif yang dihasilkan dari distribusi campuran Poisson-Gamma. Fungsi distribusi Binomial negatif adalah :

$$f(y_i; \mu_i, k) = \exp \left\{ y \ln \left( \frac{k\mu}{1+k\mu} \right) + \frac{1}{k} \ln \left( \frac{1}{1+k\mu} \right) + \ln \left( \frac{\Gamma(y+1/k)}{\Gamma(1/k)y!} \right) \right\} \dots (2.6)$$

### Penaksiran Parameter Model Regresi Binomial Negatif

Parameter-parameter dalam model regresi Binomial negatif yang tidak diketahui nilainya, yaitu  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p$  perlu ditaksir. Penaksiran parameter dilakukan dengan menggunakan metode maksimum *likelihood*. Langkah-langkah penaksiran parameter menggunakan metode kemungkinan maksimum adalah :

1. Membentuk fungsi likelihood.

$$L(\beta, k) = \prod_{i=1}^n f(y_i; \beta, k) = \prod_{i=1}^n \left\{ \prod_{r=0}^{y_i-1} (1+kr) \left( \frac{1}{y_i!} \right) \left( \frac{\mu_i}{1+k\mu_i} \right)^{y_i} \left( \frac{1}{1+k\mu_i} \right)^{1/k} \right\}$$

2. Membentuk fungsi log dari fungsi likelihood yang telah diperoleh.

$$\ln L(\beta, k) = \sum_{i=1}^n \left\{ \sum_{r=0}^{y_i-1} \ln(1+kr) - \ln(y_i!) + y_i(x_i^T) - (y_i + 1/k) \ln(1+k\mu_i) \right\}$$

3. Memaksimumkan fungsi  $\ln L(\beta, k)$  dapat dilakukan dengan mencari turunan terhadap masing-masing parameter  $\beta$  dan  $k$  kemudian disamakan nol. Untuk menentukan penaksir kemungkinan maksimumnya, digunakan teknik iteratif yang cukup rumit. Metode iteratif atau numerik yang digunakan untuk memperoleh penaksir dalam model regresi Poisson adalah metode Newton-Rhapson.

### Peguajian Signifikansi Model dan Parameter

Uji Signifikansi model diperlukan untuk melihat pengaruh dari peubah prediktor yang disertakan dalam model. Uji signifikansi model dibedakan atas uji simultan dan uji parsial masing-masing variabel prediktor.

#### 1. Pengujian Signifikansi Model Secara Simultan

Uji simultan terhadap signifikansi parameter regresi dilakukan dengan menggunakan statistik uji rasio *likelihood*. Hipotesis ujinya sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0$$

$$H_1 : \text{paling tidak ada salah satu } \beta_j \neq 0, j=1, 2, 3, \dots, p$$

Statistik uji yang dilakukan adalah:

$$G = 2(\hat{\ell}_1 - \hat{\ell}_0) \dots (2.7)$$

Dengan  $\hat{\ell}_1$  adalah log *likelihood* untuk model yang mengandung seluruh variabel prediktor dan  $\hat{\ell}_0$  adalah log *likelihood* untuk model yang tidak mengandung variabel prediktor. Aturan keputusannya adalah  $H_0$  ditolak pada tingkat signifikansi 0.05 jika  $G > \chi_{0.05; p}^2$ . Apabila tolak  $H_0$  berarti minimal ada satu parameter yang

signifikan pada model yang terbentuk.

**2. Pengujian Signifikansi Parameter Secara Parsial**

Setelah dilakukan pengujian signifikansi model, selanjutnya dilakukan pengujian signifikansi masing-masing parameter dari model. Pengujian yang dilakukan adalah uji *Wald*, dengan hipotesis:

$$H_0: \beta_j = 0; \text{ untuk suatu } j=1,2,\dots,p$$

$$H_1: \beta_j \neq 0; \text{ untuk suatu } j=1,2,\dots,p$$

Statistik uji *Wald*

$$W_j = \left[ \frac{\hat{\beta}_j}{SE(\hat{\beta}_j)} \right]^2 \dots (2.8)$$

Dengan  $\hat{\beta}_j$  adalah taksiran parameter  $\beta_j$  dan  $SE(\hat{\beta}_j)$  adalah taksiran *standard error* dari  $\beta_j$ . Kriteria pengujian statistik uji di atas adalah  $H_0$  ditolak jika  $W_j > \chi^2_{(\alpha,1)}$  dengan  $\alpha$  adalah tingkat signifikansi dan derajat bebas adalah 1. Apabila terjadi penolakan terhadap  $H_0$  berarti parameter yang diuji signifikan atau memberikan pengaruh yang nyata terhadap variabel respon.

**AIC (*Akaike Information Criterion*)**

AIC merupakan informasi perbedaan yang dianggap sebagai dasar kriteria untuk mengevaluasi kebaikan model sehingga pendekatan untuk distribusi benar. AIC tidak menguji model dalam bentuk biasa dalam uji hipotesis nol. AIC mampu menunjukkan seberapa tepat model tersebut dengan data yang dimiliki secara mutlak. AIC didefinisikan oleh :

$$AIC = -2 \ln L(\hat{\theta}) + 2k \dots (2.9)$$

Dimana  $L(\hat{\theta})$  adalah nilai *likelihood*, dan  $k$  adalah jumlah parameter. Nilai yang lebih rendah dari indeks menunjukkan model yang disukai, yaitu, satu dengan parameter paling sedikit yang masih memberikan fit yang memadai untuk data. Jadi untuk memilih model yang terbaik yaitu dengan memilih model yang mempunyai nilai AIC terkecil.

**C. Pembahasan**

**Regresi Poisson**

Hasil penaksiran parameter untuk pemodelan regresi Poisson dengan memasukan semua variabel prediktor yaitu persentase banyaknya fasilitas kesehatan, persentase banyaknya tenaga kesehatan, persentase banyaknya ibu bersalin yang ditolong tenaga kesehatan, persentase jumlah bayi berat lahir rendah (BBLR), serta persentase jumlah ibu hamil yang melakukan kunjungan K4 terhadap angka kematian bayi (AKB).

### Model Regresi Poisson

Nilai untuk parameter  $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3, \hat{\beta}_4, \hat{\beta}_5$  dalam regresi Poisson ditunjukkan pada Tabel 1.

**Tabel 1** Nilai Parameter Regresi Poisson

Parameter	Estimate	Std. Error	Statistik Wald	P-Value
Konstansta( $b_0$ )	0.275901	0.7007899	-	-
Persentase Banyaknya Fasilitas Kesehatan ( $X_1$ )	-154.4012	50.10033	9.497738	0.002
Persentase Banyaknya Tenaga Kesehatan ( $X_2$ )	275.6308	38.74898	50.59819	0.000
Persentase Banyaknya Ibu Bersalin Yang Ditolong Tenaga Kesehatan ( $X_3$ )	0.0286	0.01728	2.741263	0.098
Persentase Jumlah Bayi Berat Lahir Rendah ( $X_4$ )	0.0914	0.03770	5.880801	0.015
Persentase Jumlah Ibu Hamil Yang Melakukan Kunjungan K4 ( $X_5$ )	-0.0399	0.01581	6.372145	0.012

Model regresi Poisson untuk semua variabel prediktor dapat ditulis sebagai berikut :

$$\ln(\mu_i) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2 + \hat{\beta}_3 X_3 + \hat{\beta}_4 X_4 + \hat{\beta}_5 X_5$$

$$\mu_i = \exp(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2 + \hat{\beta}_3 X_3 + \hat{\beta}_4 X_4 + \hat{\beta}_5 X_5)$$

$$\mu_i = \exp(0.275901 - 154.4012 X_1 + 275.6308 X_2 + 0.0286 X_3 + 0.0914 X_4 - 0.0399 X_5)$$

Setelah mendapatkan model regresi Poisson, maka selanjutnya dilakukan uji signifikansi parameter regresi dengan hasil dapat dilihat pada Tabel 1. Berdasarkan Tabel 1, maka dari lima variabel prediktor hanya empat variabel yang berpengaruh nyata terhadap variabel respon pada tingkat signifikansi 5% yaitu persentase banyaknya fasilitas kesehatan ( $X_1$ ), persentase banyaknya tenaga kesehatan ( $X_2$ ), persentase jumlah bayi berat lahir rendah (BBLR) ( $X_4$ ), dan persentase jumlah ibu hamil yang melakukan kunjungan K4 ( $X_5$ ).

### Overdispersi

Overdispersi pada data kematian bayi tahun 2014 ditunjukkan pada Tabel 2 dimana variansi lebih besar dari rata-rata. Selain itu, fenomena *overdispersion* pada data



kematian bayi tahun 2014 dapat dilihat berdasarkan nilai *Pearson Chi-Squares* dan *Deviance* yang dibagi dengan derajat bebasnya bernilai lebih dari 1.

**Tabel 2** Hasil Uji Overdispersi

Kriteria	Nilai	Db	Nilai/db
<i>Deviance</i>	126.4321	26	4.8628
<i>Pearson</i>	122.0129	26	4.6928

Berdasarkan Tabel 2 menunjukkan bahwa nilai *Pearson Chi-Squares* dan *Deviance* yang dibagi dengan derajat bebasnya lebih dari 1. Nilai ini berarti bahwa model regresi Poisson mengalami overdispersi. Sehingga pendekatan model yang dilakukan adalah menggunakan regresi Generalized Poisson dan regresi Binomial Negatif sebagai model alternatif untuk menghindari masalah overdispersi pada regresi Poisson.

**Regresi *Generalized Poisson***

Selanjutnya melakukan analisis regresi *Generalized Poisson* pada data. Model regresi yang terbentuk dari analisis ini menggunakan bantuan software STATA 13 pada Tabel 3.

**Tabel 3** Nilai Parameter Regresi Generalized Poisson

Parameter	<i>Estimate</i>	<i>Std. error</i>	Statistik Wald	P-Value
Konstanta ( $b_0$ )	1.3841	1.3566	-	-
Banyaknya Fasilitas Kesehatan ( $X_1$ )	-95.4753	97.8367	0,95231	0.3291
Banyaknya Tenaga Kesehatan ( $X_2$ )	260.94	81.7194	10,19603	0.0014
Banyaknya Ibu Bersalin Yang Ditolong Tenaga Kesehatan ( $X_3$ )	0.03522	0.03518	1,002275	0.3167
Jumlah Bayi Berat Lahir Rendah ( $X_4$ )	0.1094	0.06973	2,461474	0.1168
Jumlah Ibu Hamil Yang Melakukan Kunjungan K4 ( $X_5$ )	-0.05329	0.03199	2,775	0.0957

Model regresi Generalized Poisson untuk semua variabel prediktor dapat ditulis sebagai berikut :

$$\ln(\mu_i) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2 + \hat{\beta}_3 X_3 + \hat{\beta}_4 X_4 + \hat{\beta}_5 X_5$$

$$\mu_i = \exp(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2 + \hat{\beta}_3 X_3 + \hat{\beta}_4 X_4 + \hat{\beta}_5 X_5)$$

$$\mu_i = \exp(1.3841 - 95.4753 X_1 + 260.94 X_2 + 0.03522 X_3 + 0.1094 X_4 - 0.05329 X_5)$$

Setelah mendapatkan model regresi Poisson, maka selanjutnya dilakukan uji signifikansi parameter regresi dengan hasil dapat dilihat pada Tabel 3. Berdasarkan Tabel 3 bahwa dari lima variabel prediktor hanya satu variabel yang berpengaruh nyata terhadap variabel respon pada tingkat signifikansi 5% yaitu persentase banyaknya tenaga kesehatan ( $X_2$ ). Artinya, pada tingkat signifikansi 0.05 persentase banyaknya ibu bersalin yang ditolong tenaga kesehatan memiliki kontribusi terhadap angka kematian bayi (AKB).

### Regresi Binomial Negatif

Selain menggunakan regresi Generalized Poisson dalam hal mengatasi overdispersi pada kasus regresi Poisson maka selanjutnya dilakukan pemodelan regresi Binomial negatif menggunakan *software* STATA 13 dapat dilihat pada Tabel 4.

**Tabel 4** Nilai Parameter Regresi Binomial Negatif

Parameter	Estimate	Std. error	Statistik Wald	P-Value
Konstanta ( $b_0$ )	1.226268	1.493689	-	-
Persentase Banyaknya Fasilitas Kesehatan ( $X_1$ )	-136,0737	106,2248	1,6410	0.200
Persentase Banyaknya Tenaga Kesehatan ( $X_2$ )	306,9404	105,8618	8,4068	0.004
Persentase Banyaknya Ibu Bersalin Yang Ditolong Tenaga Kesehatan ( $X_3$ )	0,0395	0,0329	1,4457	0.229
Persentase Jumlah Bayi Berat Lahir Rendah ( $X_4$ )	0,1476	0,0905	2,6583	0.103
Persentase Jumlah Ibu Hamil Yang Melakukan Kunjungan K4 ( $X_5$ )	-0,0595	0,0320	3,4529	0.063
$\hat{\ell}_0$	-96.79377			

$\hat{\ell}_1$	-90.30228
----------------	-----------

Model regresi Binomial Negatif untuk semua variabel prediktor dapat ditulis sebagai berikut :

$$\ln(\mu_i) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2 + \hat{\beta}_3 X_3 + \hat{\beta}_4 X_4 + \hat{\beta}_5 X_5$$

$$\mu_i = \exp(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2 + \hat{\beta}_3 X_3 + \hat{\beta}_4 X_4 + \hat{\beta}_5 X_5)$$

$$\mu_i = \exp(1.226268 - 136,0737 X_1 + 306,9404 X_2 + 0,0395 X_3 + 0,1476 X_4 + 0,0595 X_5)$$

Setelah mendapatkan model regresi Poisson, maka selanjutnya dilakukan uji signifikansi parameter regresi dengan hasil dapat dilihat pada Tabel 4. Berdasarkan Tabel 4 bahwa dari lima variabel prediktor hanya satu variabel yang berpengaruh nyata terhadap variabel respon pada tingkat signifikansi 5% yaitu persentase banyaknya tenaga kesehatan ( $X_2$ ). Artinya, pada tingkat signifikansi 0.05 persentase banyaknya ibu bersalin yang ditolong tenaga kesehatan memiliki kontribusi terhadap angka kematian bayi (AKB).

**Kesesuaian Model Regresi**

Tahapan selanjutnya adalah melakukan pengujian model terbaik untuk membandingkan metode analisis yang paling baik digunakan untuk mengatasi overdispersi. Nilai AIC dapat dilihat pada Tabel 5.

**Tabel 5** Kesesuaian Model Regresi

Kriteria	Poisson	Generalized Poisson	Binomial Negatif
AIC	239.4977	192.2	194.6046

Berdasarkan Tabel 5 dapat diketahui bahwa nilai AIC yang didapatkan menggunakan software STATA 13 dari ketiga regresi tersebut, analisis regresi Generalized Poisson paling baik dalam menganalisis angka kematian bayi di Kabupaten Kuningan.

**D. Kesimpulan**

Jika pada data cacah terjadi overdispersi namun tetap digunakan regresi Poisson akan berpengaruh pada nilai *standard error* yang menjadi turun. Sehingga kesimpulannya menjadi tidak valid. Ketika model telah didapatkan, dilakukan perbandingan model untuk mencari model terbaik yang dapat digunakan. Berdasarkan nilai AIC, model regresi Generalized Poisson lebih baik digunakan dibandingkan model regresi Poisson dan Binomial Negatif untuk kasus kematian bayi di Kabupaten Kuningan tahun 2014.

Model untuk regresi Generalized Poisson yang dihasilkan adalah:

$$\mu_i = \exp(1.3841 - 95.4753 X_1 + 260.94 X_2 + 0.03522 X_3 + 0.1094 X_4 -$$

0.05329  $X_5$ )

Berdasarkan uji signifikansi analisis regresi Generalized Poisson dan analisis Binomial Negatif, persentase banyaknya tenaga kesehatan secara nyata mempengaruhi angka kematian bayi di Kabupaten Kuningan.

#### **Daftar Pustaka**

- Rara, N.M. (2014). Perbandingan Regresi Binomial Negatif Dan Regresi Generalisasi Poisson Dalam Mengatasi Overdispersi. *Jurnal Matematika*. 3(3), 107-115.
- Simarmata, R.T. (2014). Penanganan Overdispersi Pada Model Regresi Poisson Menggunakan Model Regresi Binomial Negatif. *Jurnal Matematika*. 4(2), 95-104.
- Wahyuni, Widya. 2011. Penaksiran Parameter Model Regresi Binomial Negatif Pada Kasus Overdispersi. *Skripsi*. Depok: Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Indonesia.
- Yudanta, I.P. (2013). Penerapan Regresi Generalized Poisson Untuk Mengatasi Fenomena Overdispersi Pada Kasus Regresi Poisson. *Jurnal Matematika*. 2(2), 49-53.