

Diagram Kendali Rata-rata *Cumulative Sum* Nonparametrik Nonparametric Cumulative Sum Mean Chart

¹Sabrina Sofi Qadifa, ²Aceng Komarudin Mutaqin, ³Teti Sofia Yanti

^{1,2,3}Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung,
Jl. Tamansari No.1 Bandung 40116

email: ¹sofi_qadrifa@yahoo.com, ²aceng.k.mutaqin@gmail.com

Abstract. Cumulative Sum (CUSUM) control chart assuming normal distribution of data. However in reality, sometimes the data are not normally distributed. Yang and Cheng (2010) proposed a nonparametric CUSUM mean chart for monitoring the mean process without assuming the distribution of data. In this study, discusses the nonparametric CUSUM mean chart proposed by Yang and Cheng (2010). To apply this control chart the data to be used is ultimate tensile strength of aluminum obtained from PT. Dirgantara Indonesia. The aluminum will be used for the manufacture of airframe and has a thickness of 1.0 mm, a length of 23 cm and a width of 2 cm. Based on these data, this paper also discuss the comparison of the application of the nonparametric CUSUM mean chart with parametric CUSUM mean chart and Shewhart mean chart. From the comparison of the application of nonparametric CUSUM mean chart with parametric CUSUM mean chart and Shewhart mean chart on data ultimate tensile strength of the aluminum obtained from PT. Dirgantara Indonesia is known that nonparametric CUSUM mean chart faster in detecting signals are not controlled on a process than parametric CUSUM mean chart and Shewhart mean chart.

Keywords: Nonparametric Control Chart, Cumulative Sum Chart, Shewhart Mean Chart, Ultimate Tensile Strength.

Abstrak. Diagram kendali *Cumulative Sum* (CUSUM) mengasumsikan datanya berdistribusi normal. Namun demikian pada kenyataannya, data kadangkala tidak berdistribusi normal. Yang dan Cheng (2010) mengusulkan suatu diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik untuk memonitor rata-rata proses tanpa mengasumsikan distribusi dari datanya. Dalam penelitian ini membahas tentang diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik yang diusulkan oleh Yang dan Cheng (2010). Untuk mengaplikasikan diagram kendali ini akan digunakan data *ultimate tensile strength* (tegangan maksimum) dari lempengan aluminium yang diperoleh dari PT. Dirgantara Indonesia. Lempengan aluminium tersebut akan digunakan untuk pembuatan kerangka pesawat dan memiliki ketebalan 1,0 mm, panjang 23 cm dan lebar 2 cm. Berdasarkan data tersebut, pada makalah ini juga akan dilakukan perbandingan hasil pengaplikasian diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik dengan diagram kendali rata-rata CUSUM parametrik dan diagram kendali rata-rata Shewhart. Dari hasil perbandingan pengaplikasian diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik dengan diagram kendali rata-rata CUSUM parametrik dan diagram kendali rata-rata Shewhart pada data hasil pengukuran *ultimate tensile strength* dari lempengan aluminium yang diperoleh dari PT. Dirgantara Indonesia diketahui bahwa diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik lebih cepat dalam mendeteksi sinyal tidak terkendali pada suatu proses daripada diagram kendali rata-rata CUSUM parametrik dan diagram kendali rata-rata Shewhart.

Kata Kunci: Diagram Kendali Nonparametrik, Diagram Kendali *Cumulative Sum*, Diagram Kendali Rata-rata Shewhart, *Ultimate Tensile Strength*.

A. Pendahuluan

Diagram kendali merupakan salah satu alat statistika untuk melakukan pengendalian kualitas dari proses produksi. Diagram kendali adalah teknik pengendalian proses yang secara luas digunakan untuk menaksir parameter suatu proses produksi serta menentukan kemampuan proses dan memberikan informasi yang berguna dalam meningkatkan proses (Muchlis, 2010). Salah satu diagram kendali untuk data variabel adalah diagram kendali Shewhart. Diagram kendali ini pertama kali diperkenalkan oleh Dr. Walter Andrew Shewhart pada tahun 1942 (Montgomery, 2001).

Diagram kendali Shewhart tidak sensitif untuk mendeteksi pergeseran yang kecil dalam proses. Pergeseran dikatakan kecil jika besarnya pergeseran ini kurang dari 1.5σ (Montgomery, 2001). Salah satu alat statistika yang efektif dalam mendeteksi pergeseran kecil dalam proses adalah diagram kendali *Cumulative Sum* (CUSUM) (Montgomery, 2001).

Diagram kendali CUSUM yang dijelaskan di atas mengasumsikan datanya berdistribusi normal. Namun demikian pada kenyataannya, data kadangkala tidak berdistribusi normal. Yang dan Cheng (2010) mengusulkan suatu diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik untuk memonitor rata-rata proses tanpa mengasumsikan distribusi dari datanya. Berdasarkan pada dua contoh data yang diberikan, Yang dan Cheng (2010) menunjukkan bahwa diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik lebih bagus dibandingkan dengan diagram kendali rata-rata CUSUM parametrik dan diagram kendali rata-rata Shewhart dalam mendeteksi perubahan rata-rata proses yang kecil.

Berdasarkan latar belakang di atas, maka masalah yang dapat diidentifikasi adalah:

1. Bagaimana batas-batas diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik?
2. Bagaimana pengaplikasian diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik pada data riil?
3. Bagaimana perbandingan hasil pengaplikasian diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik dengan diagram kendali rata-rata CUSUM parametrik dan diagram kendali rata-rata Shewhart pada data riil?

Selanjutnya, Berdasarkan identifikasi masalah diatas, maka tujuan dari penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Untuk mengetahui batas-batas diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik.
2. Untuk mengaplikasian diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik pada data riil.
3. Untuk membandingkan hasil pengaplikasian diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik dengan diagram kendali rata-rata CUSUM parametrik dan diagram kendali rata-rata Shewhart pada data riil.

B. Landasan Teori

1. Diagram Kendali Rata-rata (\bar{X})

Dalam mengendalikan proses yang dimaksudkan untuk pengendalian rata-rata proses biasanya dilakukan melalui diagram kendali rata-rata. Lebih lanjut Muchlis (2010) mengatakan bahwa diagram kendali rata-rata digunakan untuk membuat plot rata-rata suatu karakteristik mutu tertentu.

Misalnya, karakteristik mutu berdistribusi normal dengan rata-rata μ dan simpangan baku σ . Dengan demikian, batas kendali pada diagram kendali rata-rata adalah sebagai berikut:

$$\text{BKA} = \mu + \frac{k}{\sqrt{n}}\sigma = \mu + A\sigma$$

$$\text{PUSAT} = \mu$$

$$\text{BKB} = \mu - \frac{k}{\sqrt{n}}\sigma = \mu - A\sigma$$

Nilai A untuk berbagai nilai n (ukuran sampel) dapat dilihat pada Tabel VI pada Montgomery (2001).

2. Diagram kendali Rata-rata CUSUM

Misalkan X_i adalah variabel acak proses yang berdistribusi normal dengan rata-rata ketika proses terkendali μ_0 , dan rata-rata ketika proses tidak terkendali μ_1 , dengan varians σ^2 . Untuk memonitor rata-rata proses (μ_0), akan diambil sampel $x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$ yang diperoleh selama m periode.

Parameter μ_0 akan dikontrol oleh statistik CUSUM yang dapat didefinisikan sebagai berikut (Suwanda, 2013):

$$C_i = \sum_{i=1}^m (x_i - \mu_0) \quad i = 1, 2, 3, \dots, m$$

dimana:

C_i = Jumlah selisih nilai sampel dengan nilai target sampel untuk sampel ke- i .

x_i = nilai sampel ke- i .

μ_0 = nilai target.

Pada permulaan proses nilai rata-rata populasi (μ) dan simpangan baku populasi (σ) belum diketahui. Adapun penaksir bagi nilai rata-rata populasi (μ) adalah:

$$\bar{X} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i \quad \dots (2.2)$$

Dan penaksir bagi simpangan baku populasi (σ) adalah:

$$s = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2} \quad \dots (2.3)$$

Pada kasus n (ukuran sampel) > 1 penaksir bagi nilai rata-rata populasi (μ) adalah:

$$\begin{aligned} \bar{X}_i &= \frac{\sum_{j=1}^n x_{ij}}{n} & i &= 1,2,3, \dots, m \\ \hat{\mu} = \bar{\bar{X}} &= \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} & j &= 1,2,3, \dots, n \end{aligned} \quad \dots (2.4)$$

Dan penaksir bagi simpangan baku populasi (σ) adalah:

$$s_i = \sqrt{\frac{\sum (x_{ij} - \bar{X}_i)^2}{n - 1}} \quad i = 1,2,3, \dots, m \quad \dots (2.5)$$

Adapun batas atas dan batas bawah CUSUM, C_i^+ dan C_i^- adalah sebagai berikut:

$$C_i^+ = \max[0, x_i - (\mu_0 + K) + C_{i-1}^+] \quad i = 1,2,3, \dots, m \quad \dots (2.6)$$

$$C_i^- = \max[0, (\mu_0 - K) - x_i + C_{i-1}^-] \quad \dots (2.7)$$

dimana $C_0^+ = C_0^- = 0$

Berikut adalah langkah-langkah dalam pembuatan batas kendali diagram kendali rata-rata CUSUM tabular (Suwanda, 2013):

1. Menentukan nilai batas atas dan batas bawah CUSUM, C_i^+ dan C_i^- dengan (K) adalah nilai referens, dapat dihitung sebagai berikut:

$$K = \frac{|\mu_1 - \mu_0|}{2}$$

2. Menentukan nilai kritis (H) yaitu: $H = h\sigma$
3. Kaidah keputusan: jika nilai C_i^+ atau $C_i^- > H$ maka, dapat dikatakan bahwa proses tidak terkendali atau *out of control*.
4. Dalam praktik nilai K dan H dipilih sehingga CUSUM berkinerja baik (diukur oleh *Average Run Length=ARL*) dan ini terjadi pada $K = 0,5$ dan $H = 4$ atau $H = 5$.

Bentuk standar dari variabel acak X_i adalah:

$$Y_i = \frac{x_i - \mu_0}{\sigma} \quad \dots (2.8)$$

Maka, batas atas dan batas bawah CUSUM terstandarkan C_i^+ dan C_i^- didefinisikan sebagai berikut:

$$C_i^+ = \max[0, Y_i - K + C_{i-1}^+] \quad i = 1,2,3, \dots, m \quad \dots (2.9)$$

$$C_i^- = \max[0, -K - Y_i + C_{i-1}^-] \quad \dots (2.10)$$

Menurut Montgomery (2001) terdapat dua keuntungan untuk menstandarkan CUSUM. Pertama, beberapa diagram kendali CUSUM sekarang dapat memiliki nilai yang sama untuk k dan h , dan pemilihan dari parameter tersebut tidak bergantung skala (yaitu, tidak bergantung pada σ). Kedua, CUSUM terstandarkan dapat digunakan untuk mengontrol variabilitas.

Tabel 2.1 ARL Diagram Kendali CUSUM dengan $k = \frac{1}{2}$ dan $h = 4$ dan $h = 5$ dan ARL Diagram Kendali Shewhart

Pergerakan Mean (Dikalikan σ)	h= 4	h= 5	Diagram Kendali Shewhart \bar{X}
0,00	168	465	371
0,25	74,2	139	281,14
0,50	26,6	38,0	155,22
0,75	13,3	17,0	81,22
1,00	8,38	10,4	44,0
1,50	4,75	5,75	14,97
2,00	3,34	4,01	6,3
2,50	2,62	3,11	3,24
3,00	2,19	2,57	2,0
4,00	1,71	2,01	1,19

Sumber: Kosthi, 2011

3. Diagram kendali Rata-rata CUSUM Nonparametrik

Misalkan karakteristik mutu dinotasikan dengan X , memiliki rata-rata μ . Misalkan $Y = X - \mu$ dan $p = P(Y > 0)$ menyatakan proporsi proses. Jika proses terkendali, maka $p = p_0$, sedangkan jika proses tidak terkendali, maka nilai μ mengalami pergeseran dan $p = p_1 \neq p_0$. Jika nilai p_0 tidak diketahui, maka dapat ditaksir menggunakan data awal (di fase I).

Untuk memonitor rata-rata proses (μ) akan diambil sampel acak berukuran n , yaitu $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ selama m periode yang diambil dari X . Didefinisikan:

$$Y_{ij} = x_{ij} - \mu \quad \text{dan} \quad l_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{jika } Y_{ij} > 0 \\ 0 & \text{lainnya} \end{cases}$$

untuk $i = 1, 2, 3, \dots, m$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, n$.

Misalkan M_i menyatakan banyaknya $Y_{ij} > 0$ dengan demikian, $M_i = \sum_{j=1}^n l_{ij}$ akan mengikuti distribusi Binomial dengan parameter (n, p_0) untuk proses terkendali. Memonitor pergeseran yang kecil pada rata-rata proses sama dengan memonitor pergeseran yang kecil pada proporsi proses, p . Misalkan bahwa besarnya pergeseran proporsi proses adalah $\Delta = |p_0 - p_1|$, dimana $\Delta > 0$.

Berikut prosedur dalam membuat diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik adalah sebagai berikut:

Menentukan dua nilai statistik untuk memonitor CUSUM pada periode ke- i sebagai berikut:

$$C_i^+ = \max[0, C_{i-1}^+ + M_i - (np_0 + K)] \quad i = 1, 2, 3, \dots, m; \quad m_i = 1, 2, 3, \dots \quad (2.11)$$

$$C_i^- = \min[0, C_{i-1}^- - (np_0 - K) + M_i] \quad \dots \quad (2.12)$$

dimana M_i adalah banyaknya ($Y_{ij} > 0$) pada periode ke- i , sedangkan K adalah nilai referensi yaitu $K = \frac{n\Delta}{2}$, dan $C_0^+ = C_0^- = 0$.

Pada diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik, didefinisikan H adalah batas kendali atas (BKA) untuk C_i^+ dan $-H$ adalah batas kendali bawah (BKB) untuk C_i^- , sedangkan Pusat adalah 0. Jika $C_i^+ \geq H$ atau $C_i^- \geq -H$, maka proses dapat dikatakan tidak terkendali.

Jika rata-rata dan proporsi ketika proses terkendali tidak diketahui, maka data sampel dapat digunakan untuk menaksir rata-rata dan proporsi tersebut. Misalkan data sampelnya adalah

$$x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{in} \quad i = 1, 2, 3, \dots, m$$

maka taksiran parameter rata-rata dan proporsinya adalah (Yang dan Cheng, 2011):

$$\bar{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^n X_{ij}}{n} \quad i = 1, 2, 3, \dots, m,$$

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad \dots (2.13)$$

$$\hat{p}_0 = \frac{\sum_{i=1}^m M_i/n}{m} \quad \dots (2.14)$$

dimana M_i adalah nilai statistik M pada sampel ke- i , $i = 1, 2, 3, \dots, m$. Nilai C_i^+ dan C_i^- untuk m sampel kemudian diplotkan. Jika semua titik jatuh dalam batas-batas kendali, maka dapat dikatakan bahwa proses terkendali.

Tabel 2.2 Nilai K dan H dengan $ARL_0 \approx 370$ dan $\Delta = 0,1$

$ARL_0 \approx 370$									
n	P_0								
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
9	K= 0.45 H= 4.58	K= 0.45 H= 7.30	K= 0.45 H= 9.06	K= 0.45 H= 10.25	K= 0.45 H= 10.49	K= 0.45 H= 10.06	K= 0.45 H= 9.05	K= 0.45 H= 7.30	K= 0.45 H= 4.59
10	K= 0.50 H= 4.50	K= 0.50 H= 7.47	K= 0.50 H= 9.11	K= 0.50 H= 10.35	K= 0.50 H= 10.65	K= 0.50 H= 10.35	K= 0.50 H= 9.11	K= 0.50 H= 7.47	K= 0.50 H= 4.50
11	K= 0.55 H= 4.70	K= 0.55 H= 7.38	K= 0.55 H= 9.40	K= 0.55 H= 10.51	K= 0.55 H= 10.83	K= 0.55 H= 10.45	K= 0.55 H= 9.39	K= 0.55 H= 7.37	K= 0.55 H= 4.70
12	K= 0.60 H= 4.63	K= 0.60 H= 7.44	K= 0.60 H= 9.54	K= 0.60 H= 10.61	K= 0.60 H= 11.20	K= 0.60 H= 10.60	K= 0.60 H= 9.54	K= 0.60 H= 7.41	K= 0.60 H= 4.64
13	K= 0.65 H= 4.41	K= 0.65 H= 7.54	K= 0.65 H= 9.61	K= 0.65 H= 10.69	K= 0.65 H= 11.22	K= 0.65 H= 10.69	K= 0.65 H= 9.60	K= 0.65 H= 7.54	K= 0.65 H= 4.41
14	K= 0.70 H= 4.70	K= 0.70 H= 7.57	K= 0.70 H= 9.58	K= 0.70 H= 10.79	K= 0.70 H= 11.30	K= 0.70 H= 11.77	K= 0.70 H= 9.58	K= 0.70 H= 7.57	K= 0.70 H= 4.70
15	K= 0.75 H= 4.74	K= 0.75 H= 7.59	K= 0.75 H= 9.66	K= 0.75 H= 10.87	K= 0.75 H= 11.30	K= 0.75 H= 11.87	K= 0.75 H= 9.66	K= 0.75 H= 7.59	K= 0.75 H= 4.74
16	K= 0.80 H= 4.79	K= 0.80 H= 7.68	K= 0.80 H= 9.73	K= 0.80 H= 10.92	K= 0.80 H= 11.42	K= 0.80 H= 10.93	K= 0.80 H= 9.73	K= 0.80 H= 7.68	K= 0.80 H= 4.79
17	K= 0.85 H= 4.81	K= 0.85 H= 7.78	K= 0.85 H= 9.80	K= 0.85 H= 10.97	K= 0.85 H= 11.41	K= 0.85 H= 10.98	K= 0.85 H= 9.82	K= 0.85 H= 7.77	K= 0.85 H= 4.81
18	K= 0.90 H= 4.79	K= 0.90 H= 7.79	K= 0.90 H= 9.90	K= 0.90 H= 11.20	K= 0.90 H= 11.57	K= 0.90 H= 11.21	K= 0.90 H= 9.90	K= 0.90 H= 7.79	K= 0.90 H= 4.79
19	K= 0.95 H= 4.72	K= 0.95 H= 7.79	K= 0.95 H= 10.00	K= 0.95 H= 11.27	K= 0.95 H= 11.49	K= 0.95 H= 11.27	K= 0.95 H= 10.00	K= 0.95 H= 7.79	K= 0.95 H= 4.72
20	K= 1.00 H= 5.00	K= 1.00 H= 7.86	K= 1.00 H= 10.01	K= 1.00 H= 11.28	K= 1.00 H= 11.62	K= 1.00 H= 11.28	K= 1.00 H= 10.01	K= 1.00 H= 7.86	K= 1.00 H= 5.00

Sumber: Yang dan Cheng, 2011

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Diagram Kendali Rata-rata CUSUM Nonparametrik

Diketahui bahwa nilai rata-rata dan simpangan baku yang diinginkan untuk *ultimate tensile strength* lempengan aluminium di PT. Dirgantara Indonesia masing-masing adalah $\mu = 530$ Mpa dan $\sigma = 40$ Mpa.

Untuk membentuk diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik diperlukan nilai proporsi *ultimate tensile strength* yang lebih besar dari rata-ratanya, μ , ketika proses terkendali (p_0). Pada data *ultimate tensile strength* nilai p_0 tidak diketahui, oleh karena itu perlu ditaksir menggunakan Persamaan (2.14), yaitu:

$$\hat{p}_0 = \frac{\sum_{i=1}^m M_i/n}{m} = \frac{142/10}{28} = 0,5.$$

Untuk membentuk diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik diperlukan nilai referens (K) dan nilai kritis (H). Kedua nilai ini dapat diperoleh dari Tabel 2.2. Dengan ukuran sampel, $n = 10$, nilai taksiran proporsi proses, $\hat{p}_0 = 0,5$, dan $\Delta = 0,1$, maka diperoleh nilai referens $K = 0,5$ dan nilai kritis $H = 10,65$.

Dengan nilai kritis $H = 10,65$, maka batas-batas kendali untuk diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik adalah:

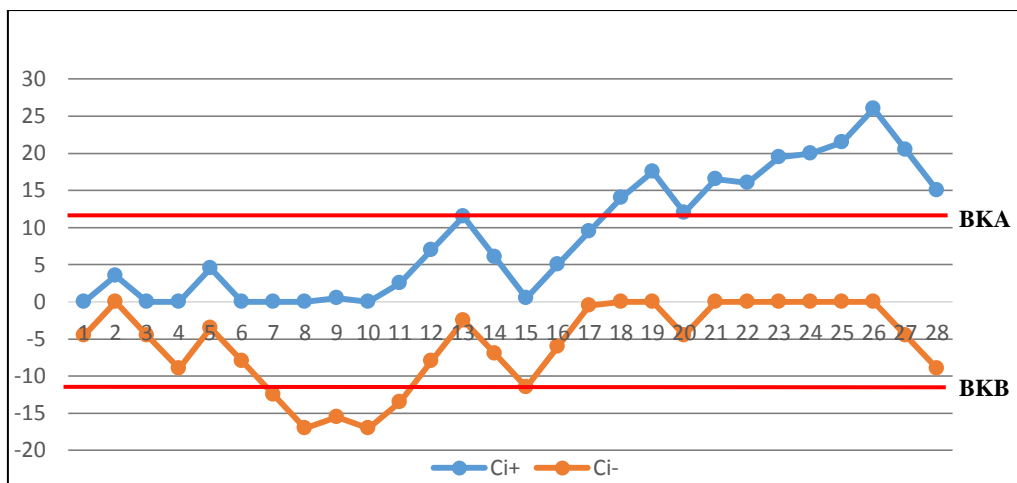
Batas kendali atas, $BKA = 10,65$

Pusat, $PUSAT = 0$

Batas kendali bawah, $BKB = -10,65$

Dalam diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik, statistik yang diplot adalah C_i^+ dan C_i^- , untuk $i = 1, 2, \dots, 28$.

Berdasarkan nilai BKA, Pusat, BKB, dan nilai-nilai statistik C_i^+ dan C_i^- , untuk $i = 1, 2, \dots, 28$, dapat dibuat diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik untuk data *ultimate tensile strength* lempengan aluminium. Diagram kendali tersebut disajikan pada Gambar 3.1.



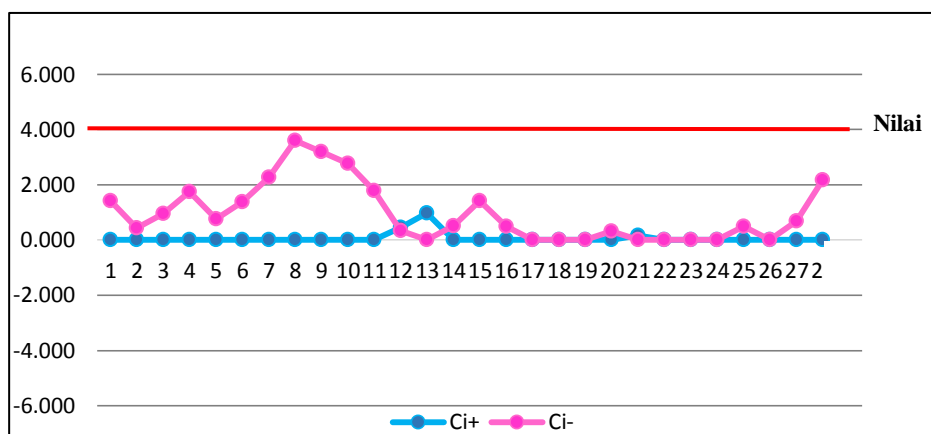
Gambar 3.1 Diagram Kendali Rata-rata CUSUM Nonparametrik

Berdasarkan Gambar 3.1 terlihat bahwa terdapat 18 buah titik yang berada di luar batas kendali, yaitu titik ke 7,8,9,10,11,13,15,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27 dan 28. Dengan demikian dapat disimpulkan proses produksi lempengan aluminium di PT. Dirgantara Indonesia dalam rentang waktu bulan Januari 2016 sampai dengan Juni 2016 tidak terkendali.

Hasil Perbandingan Diagram Kendali

Untuk membentuk diagram kendali rata-rata CUSUM parametrik terstandarkan diperlukan nilai referens dan nilai kritis yang digunakan yaitu, nilai referens, $K = 0,5$ dan nilai kritis, $H = 4$. Nilai kritis ini menjadi nilai batas kendali atas untuk diagram kendali rata-rata CUSUM parametrik terstandarkan, atau $BKA = 4$. Dalam diagram kendali rata-rata CUSUM parametrik terstandarkan, statistik yang diplot adalah C_i^+ dan C_i^- , untuk $i = 1, 2, \dots, 28$.

Berdasarkan nilai nilai kritis, $H = 4$ dan nilai-nilai statistik C_i^+ dan C_i^- , untuk $i = 1, 2, \dots, 28$, dapat dibuat diagram kendali rata-rata CUSUM parametrik terstandarkan untuk data *ultimate tensile strength* lempengan aluminium. Diagram kendali tersebut disajikan pada Gambar 3.2.



Gambar 3.2 Diagram Kendali Rata-rata CUSUM Parametrik Terstandarkan

Berdasarkan Gambar 3.2 terlihat bahwa tidak terdapat titik yang berada di luar batas kendali. Dengan demikian dapat disimpulkan proses produksi lempengan aluminium di PT. Dirgantara Indonesia dalam rentang waktu bulan Januari 2016 sampai dengan Juni 2016 terkendali.

Dari hasil pengaplikasian diagram kendali rata-rata CUSUM parametrik terstandarkan untuk data *ultimate tensile strength* dari lempengan aluminium menunjukkan bahwa proses terkendali, sedangkan hasil pengaplikasian diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik untuk data *ultimate tensile strength* dari lempengan aluminium menunjukkan bahwa proses tidak terkendali dengan terdapat 18 buah titik yang berada di luar batas kendali. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik lebih cepat dalam mendeteksi sinyal tidak terkendali pada proses produksi lempengan aluminium di PT. Dirgantara Indonesia dalam rentang waktu bulan Januari 2016 sampai dengan Juni 2016 daripada diagram kendali rata-rata CUSUM parametrik terstandarkan.

Selanjutnya, akan dibahas hasil pengaplikasian diagram kendali rata-rata Shewhart untuk data *ultimate tensile strength* dari lempengan aluminium. Untuk menghitung batas-batas kendali diagram kendali Shewhart terlebih dahulu diperoleh nilai konstanta A . Dengan untuk nilai ukuran sampel, $n = 10$ diperoleh nilai konstanta A sebesar 0,949. Batas-batas diagram kendali rata-rata Shewhart didapat dari rumus pada Persamaan (2.1) dengan hasil perhitungan sebagai berikut:

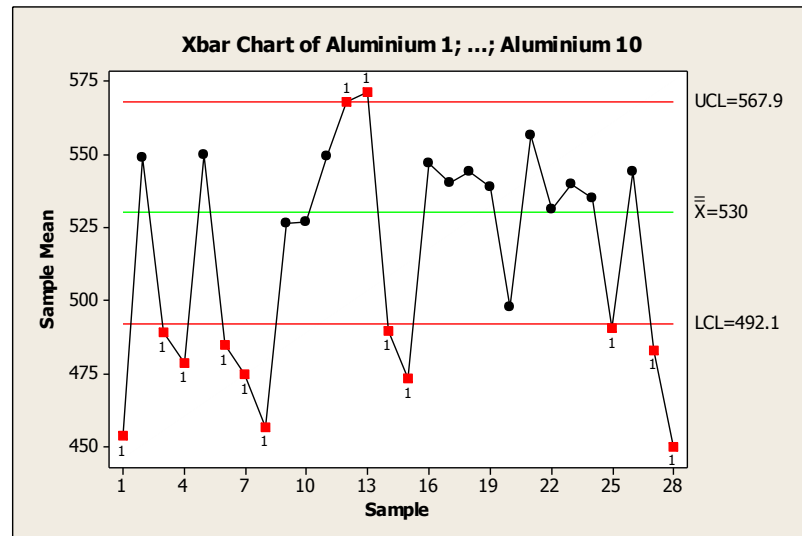
$$\text{Batas kendali atas, BKA} = \mu + A\sigma = 530 + 0,949(40) = 567,9$$

$$\text{Pusat, PUSAT} = \mu = 530$$

$$\text{Batas kendali bawah, BKB} = \mu - A\sigma = 530 - 0,949(40) = 492,1$$

Dalam diagram kendali rata-rata Shewhart, statistik yang diplot adalah nilai rata-rata *ultimate tensile strength* lempengan aluminium untuk setiap periode (\bar{X}_i) untuk $i = 1, 2, \dots, 28$.

Berdasarkan nilai BKA, Pusat, BKB, dan nilai-nilai statistik \bar{X}_i untuk $i = 1, 2, \dots, 28$, dapat dibuat diagram kendali rata-rata Shewhart untuk data *ultimate tensile strength* lempengan aluminium. Diagram kendali tersebut disajikan pada Gambar 3.3.



Gambar 3.3 Diagram Kendali Rata-rata Shewhart

Berdasarkan Gambar 3.3 terlihat bahwa terdapat 13 buah titik yang berada di luar batas kendali, yaitu titik ke 1,3,4,6,7,8,12,13,14,15,25,27, dan 28. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa proses produksi lempengan aluminium di PT. Dirgantara Indonesia dalam rentang waktu bulan Januari 2016 sampai dengan Juni 2016 tidak terkendali.

Dari hasil pengaplikasian diagram kendali rata-rata CUSUM Shewhart untuk data *ultimate tensile strength* dari lempengan aluminium menunjukkan bahwa proses tidak terkendali dengan terdapat 13 buah titik yang berada di luar batas kendali, sedangkan hasil pengaplikasian diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik untuk data *ultimate tensile strength* dari lempengan aluminium menunjukkan bahwa proses tidak terkendali dengan terdapat 18 buah titik yang berada di luar batas kendali. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik lebih cepat dalam mendeteksi sinyal tidak terkendali pada suatu proses daripada diagram kendali rata-rata CUSUM Shewhart.

D. Kesimpulan

Kesimpulan dari penulisan skripsi ini adalah: Dalam skripsi ini telah dibahas tentang diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik yang diaplikasikan pada data hasil pengukuran *ultimate tensile strength* dari lempengan aluminium dan membandingkan hasil pengaplikasian diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik dengan diagram kendali rata-rata CUSUM parametrik dan diagram kendali rata-rata Shewhart pada data hasil pengukuran *ultimate tensile strength* lempengan aluminium di PT. Dirgantara Indonesia. Berdasarkan hasil dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa:

1. Dalam skripsi ini telah dibahas tentang diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik, diagram kendali untuk memonitor rata-rata proses tanpa mengasumsikan distribusi dari datanya. Diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik mempunyai dua batas kendali, yaitu batas kendali atas dan batas kendali bawah. Nilai dari batas kendalnya tergantung pada ukuran sampel, nilai ARL saat proses terkendali, taksiran proporsi karakteristik mutu yang lebih besar dari rata-ratanya, serta besarnya pergeseran proporsi proses.

2. Hasil pengaplikasian diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik menunjukkan bahwa proses produksi lempengan aluminium di PT. Dirgantara Indonesia dalam rentang waktu bulan Januari 2016 sampai dengan Juni 2016 tidak terkendali.
3. Hasil perbandingan pengaplikasian diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik dengan diagram kendali rata-rata CUSUM parametrik dan diagram kendali rata-rata Shewhart pada data hasil pengukuran *ultimate tensile strength* dari lempengan aluminium yang diperoleh dari PT. Dirgantara Indonesia menunjukkan bahwa diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik lebih cepat dalam mendeteksi sinyal tidak terkendali daripada diagram kendali rata-rata CUSUM parametrik terstandarkan dan diagram kendali rata-rata CUSUM Shewhart.

E. Saran

Saran yang dapat dikemukakan dalam penulisan skripsi ini adalah:

1. Disarankan kepada PT. Dirgantara Indonesia untuk mempertimbangkan metode diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik sebagai salah satu metode dalam melakukan pengendalian kualitas.
2. Kepada peneliti lain, disarankan untuk meneliti metode diagram kendali rata-rata CUSUM nonparametrik lebih dalam lagi apabila ukuran sampelnya kecil (lebih kecil dari 9).

Daftar Pustaka

- Amin. R. dan Bakir. S. (1995). Nonparametric Quality Control Charts Based On The Sign Test. *Communication in Statistics-Theory and Methods*, 1-23.
- Chakraborti. S. dan Bakir. S. (2001). Nonparametric Control Chart: An Overview and Some Results. *Journal of Quality Technology*, **33**(3), 304-315.
- Fitriani, A (2014). *Diagram Kontrol Cumulative Sum untuk Pengontrolan dengan Model Autoregresif Orde Pertama (AR(1))*. Skripsi tidak dipublikasikan. Bandung: Jurusan Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung.
- Koshti, V.V. (2011). Cumulative Sum Control Chart. *International Journal of Physics and Mathematical Sciences*, **1**(1), 28-32.
- Montgomery, D.C. (2001). *Introduction to Statistical Quality Control: 4th Edition*. New York: Wiley
- Muchlis, D.R. (2010) *Pengendalian Kualitas Statistika*. Bandung: Pustaka Ceria.
- Nisak, F (2014). *Analisis Pengendalian Mutu Produk menggunakan Statistical Process Control (SPC)*. Bandung: Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember.
- Varadarajan. R.P.A. (2015). Standardized CUSUM Control Chart for Process Mean with MDSS. *International Journal of Innovative Research in Science, Engineering, and Technology*.
- Yang. S.F. dan Cheng. S.W. (2011). A New Non-Parametric CUSUM Mean Chart. *Quality and Reliability Engineering International*, 867-875.