

Penerapan Model *Type-I Heavy Tailed Weibull* Satu Parameter pada Data Asuransi Kendaraan Bermotor di Indonesia

Lulu Afriyanti Jamuru*, Aceng Komarudin Mutaqin

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Islam Bandung, Indonesia.

*lulufriyanti@gmail.com, aceng.k.mutaqin@gmail.com

Abstract. The one-parameter Type-I Heavy Tailed Weibull (TI-HTW) model is a special model of the TI-HTW model. The TI-HTW model belongs to a new right-tailed distribution family formed through the T-X family technique. The parameter estimation of the one-parameter TI-HTW model was carried out using the Newton-Rapshon numerical method with initial values using parameters for the exponential distribution case. The distribution fit test was carried out using the Kolmogorov-Smirnov fit test. The data used is secondary data from PT. XYZ's 2015 registration, the data contains large data on partial loss claims of policyholders for motor vehicle insurance products category 8 in region 2. Based on the results of the Kolmogorov-Smirnov compatibility test, it can be seen that the statistical value for the Kolmogorov test -Smirnov is smaller than the critical value, which means that the result of applying the one-parameter TI-HTW distribution to the big data of partial loss claims for motor vehicle insurance policy holders is suitable for modeling large data of motor vehicle insurance claims categorical 8 region 2 in the insurance company PT. XYZ.

Keywords: Right-Tail Distribution, TI-HTW Model, Exponential Distribution, Newton-Rapshon Method, Kolmogorov-Smirnov Test, Partial Loss.

Abstrak. Model *Type-I Heavy Tailed Weibull* (TI-HTW) satu parameter merupakan model khusus dari model TI-HTW. Model TI-HTW termasuk dalam keluarga distribusi baru ekor kanan yang dibentuk melalui teknik keluarga T-X. Penaksiran parameter model TI-HTW satu parameter dilakukan dengan menggunakan metode numerik Newton-Rapshon dengan nilai awal menggunakan parameter untuk kasus distribusi ekponensial. Pengujian kecocokan distribusi dilakukan menggunakan uji kecocokan Kolmogorov-Smirnov. Data yang digunakan adalah data sekunder hasil pencatatan perusahaan PT.XYZ tahun 2015, data tersebut berisi data besar klaim *partial loss* pemegang polis untuk produk asuransi kendaraan bermotor kategori 8 di wilayah 2. Berdasarkan hasil uji kecocokan Kolmogorov-Smirnov terlihat bahwa nilai statistik untuk uji Kolmogorov-Smirnov lebih kecil dibandingkan dengan nilai kritis yang artinya hasil dari penerapan distribusi TI-HTW satu parameter pada data besar klaim *partial loss* pemegang polis asuransi kendaraan bermotor cocok untuk memodelkan data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategorik 8 wilayah 2 di perusahaan asuransi PT. XYZ.

Kata Kunci: Distribusi Ekor Kanan, Model TI-HTW, Distribusi Ekspensial, Metode Newton-Rapshon, Uji Kolmogorov-Smirnov, *Partial Loss*.

1. Pendahuluan

Data besar klaim asuransi seringkali memunculkan nilai ekstrim, sehingga ekor dari model atau distribusi untuk besar klaim lebih tebal dibandingkan dengan model standar, seperti *ekspensial*, *gamma* dan *Weibull*. Dalam situasi seperti itu, model dengan ekor yang tebal

(*Heavy Tailed*) menjadi kandidat terbaik. Zhao dkk. (2020) mengusulkan suatu keluarga distribusi baru ekor kanan yang dibentuk melalui teknik keluarga T-X. Salah satu model yang terbentuknya adalah model *Type-I Heavy Tailed Weibull* (TI-HTW). Kasus khusus dari model TI-HTW adalah distribusi TI-HTW satu parameter. Distribusi TI-HTW satu parameter adalah distribusi yang dapat memprediksi asuransi kerugian dengan memunculkan nilai ekstrim dengan melakukan pendekatan empiris untuk memperkirakan risiko atau kerugian asuransi.

Di dalam Asuransi terdapat adanya Perjanjian Asuransi, atau pertanggungan menurut Kitab Undang-Undang Hukum Perdata (KUH Perdata) menyatakan secara spesifik adanya “kesepakatan” yang merupakan suatu syarat yang harus dipenuhi untuk sahnya perjanjian. Adapun asuransi ini dapat digolongkan menjadi dua yaitu Asuransi Kerugian dan Asuransi Jiwa Menurut Pasal 246 *yuncto* Pasal 247 KUHd dikenal adanya asuransi kerugian dan asuransi jiwa. Menurut ketentuan Pasal 1 angka 15 Undang-undang Nomor 40 Tahun 2014 Tentang Perasuransian (selanjutnya disingkat UU No 40/2014), yang dimaksud Perusahaan Asuransi adalah perusahaan asuransi umum dan perusahaan asuransi jiwa.

Salah satu jenis asuransi diantaranya adalah asuransi kendaraan bermotor. Dalam asuransi ini disebutkan adanya perjanjian, dimana seorang penanggung mengikatkan diri kepada seorang tertanggung, dalam hal ini penanggung disebut juga sebagai perusahaan asuransi dan tertanggung disebut juga dengan pemegang polis, dengan menerima suatu premi, untuk memberikan penggantian kepadanya karena suatu kerugian, kerusakan atau kehilangan keuntungan yang diharapkan, yang mungkin akan dideritanya karena suatu peristiwa yang tidak tertentu. Oleh karena itu dalam skripsi ini akan diterapkan model besar klaim asuransi kendaraan bermotor di Indonesia menggunakan distribusi *Type-I Heavy Tailed Weibull* (TI-HTW) satu parameter.

2. Metodologi

Distribusi TI-HTW Satu Parameter

Dalam bagian sebelumnya telah dibahas distribusi TI-HTW dan beberapa kasus distribusi dari keluarga distribusi TI-HTW. Salah satu kasus dari distribusi TI-HTW adalah distribusi TI-HTW satu parameter. Distribusi TI-HTW satu parameter terjadi ketika $\gamma = 1$. Fungsi densitas peluang dari distribusi TI-HTW satu parameter adalah

$$g(x; \theta, \alpha) = \frac{\alpha \theta^2 x^{\alpha-1} e^{-\theta x^\alpha}}{\{1 - (1-\theta)(1-e^{-x^\alpha})\}^{\theta+1}}, \quad x > 0, \quad \alpha, \theta > 0 \quad \dots(1)$$

Fungsi distribusi kumulatif dari distribusi TI-HTW satu parameter adalah

$$G(x; \theta, \alpha) = 1 - \left(\frac{e^{-x^\alpha}}{1 - (1-\theta)(1-e^{-x^\alpha})} \right)^\theta, \quad x > 0, \quad \alpha, \theta > 0 \quad \dots(2)$$

Penaksiran Parameter Distribusi TI-HTW Satu Parameter

Misalkan X_1, X_2, \dots, X_n adalah suatu sampel acak berdistribusi TI-HTW satu parameter, dengan nilai sampel acak tersebut x_1, x_2, \dots, x_n . Berdasarkan Persamaan (1) dapat dirumuskan taksiran parameter dari distribusi TI-HTW satu parameter menggunakan metode penaksiran kemungkinan maksimum. Fungsi likelihood untuk data di atas adalah

$$L(\alpha, \theta) = \prod_{i=1}^n \left[\frac{\alpha \theta^2 x_i^{\alpha-1} e^{-\theta x_i^\alpha}}{\{1 - (1-\theta)(1-e^{-x_i^\alpha})\}^{\theta+1}} \right] \quad \dots(3)$$

Dengan demikian fungsi *log-likelihood*-nya adalah

$$l(\alpha, \theta) = n \ln(\alpha \theta^2) + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^n \ln(x_i) - \theta \sum_{i=1}^n x_i^\alpha - (\theta + 1) \sum_{i=1}^n \ln\{1 - (1 - \theta)(1 - e^{-x_i^\alpha})\} \quad \dots(4)$$

Turunan pertama dari fungsi log-likelihood terhadap parameter θ dan α sebagai berikut:

$$\frac{\partial l(\alpha, \theta)}{\partial \theta} = \frac{2n}{\theta} - \sum_{i=1}^n x_i^\alpha - \left[\sum_{i=1}^n \ln\{1 - (1 - \theta)(1 - e^{-x_i^\alpha})\} + (\theta + 1) \sum_{i=1}^n \frac{1 - e^{-x_i^\alpha}}{1 - (1-\theta)(1 - e^{-x_i^\alpha})} \right] \quad \dots(5)$$

$$\frac{\partial l(\alpha, \theta)}{\partial \alpha} = \frac{n}{\alpha} + \sum_{i=1}^n \ln(x_i) - \theta \sum_{i=1}^n x_i^\alpha \ln(x_i) \quad \dots(6)$$

$$-(\theta + 1) \sum_{i=1}^n \frac{(1-\theta)e^{-x_i^\alpha} x_i^\alpha \ln(x_i)}{1-(1-\theta)(1-e^{-x_i^\alpha})}$$

Dalam persamaan di atas penaksir kemungkinan maksimumnya hanya dapat diperoleh secara numerik, salah satunya adalah dengan menggunakan metode iterasi Newton-Raphson. Untuk melakukan metode iterasi Newton-Raphson, dibutuhkan turunan kedua dari fungsi log-likelihood terhadap parameter θ dan α sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 l(\alpha, \theta)}{\partial^2 \theta} = \frac{2n}{\theta^2} - \sum_{i=1}^n \frac{1-e^{-x_i^\alpha}}{1-(1-\theta)(1-e^{-x_i^\alpha})} - \sum_{i=1}^n \frac{(1-e^{-x_i^\alpha})(1-(1-\theta)(1-e^{-x_i^\alpha})) - (1-e^{-x_i^\alpha})(1-e^{-x_i^\alpha})(1-\theta)}{[1-(1-\theta)(1-e^{-x_i^\alpha})]^2} \dots(7)$$

$$\frac{\partial^2 l(\alpha, \theta)}{\partial^2 \alpha} = \frac{-n}{\alpha^2} + \theta \sum_{i=1}^n x_i^\alpha \ln(x_i) \cdot \ln(x_i) - (\theta + 1) (1 - \theta) \sum_{i=1}^n \frac{e^{-x_i^\alpha} x_i^\alpha \ln(x_i) [\ln(x_i) \cdot (1-x_i^\alpha)(1-(1-\theta)(1-e^{-x_i^\alpha})) - (\theta-1)e^{-x_i^\alpha} x_i^\alpha \ln(x_i)]}{[1-(1-\theta)(1-e^{-x_i^\alpha})]^2} \dots(8)$$

$$\frac{\partial^2 l(\alpha, \theta)}{\partial \alpha \partial \theta} = \frac{\partial^2 l(\alpha, \theta)}{\partial \theta \partial \alpha} = - \sum_{i=1}^n x_i^\alpha \ln(x_i) - \sum_{i=1}^n \frac{e^{-x_i^\alpha} x_i^\alpha \ln(x_i) [(-2\theta)(1-(1-\theta)(1-e^{-x_i^\alpha})) - (1-e^{-x_i^\alpha})(\theta+1)(1-\theta)]}{[1-(1-\theta)(1-e^{-x_i^\alpha})]^2} \dots(9)$$

Dengan solusi numerik untuk nilai taksiran parameter θ dan α didasarkan pada persamaan iterasi di bawah ini:

$$\begin{pmatrix} \theta^k \\ \alpha^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta^{k-1} \\ \alpha^{k-1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 l(\theta, \alpha)}{\partial \theta^2} \Big|_{\theta=\theta^{k-1}, \alpha=\alpha^{k-1}} & \frac{\partial^2 l(\theta, \alpha)}{\partial \theta \partial \alpha} \Big|_{\theta=\theta^{k-1}, \alpha=\alpha^{k-1}} \\ \frac{\partial^2 l(\theta, \alpha)}{\partial \alpha \partial \theta} \Big|_{\theta=\theta^{k-1}, \alpha=\alpha^{k-1}} & \frac{\partial^2 l(\theta, \alpha)}{\partial \alpha^2} \Big|_{\theta=\theta^{k-1}, \alpha=\alpha^{k-1}} \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 l(\theta, \alpha)}{\partial \theta^2} \Big|_{\theta=\theta^{k-1}, \alpha=\alpha^{k-1}} \\ \frac{\partial^2 l(\theta, \alpha)}{\partial \alpha^2} \Big|_{\theta=\theta^{k-1}, \alpha=\alpha^{k-1}} \end{pmatrix}; k = 1, 2, \dots(10)$$

Proses iterasi dihentikan ketika nilai taksiran yang diperoleh sudah konvergen atau $\sqrt{(\theta^k - \theta^{k-1})^2 + (\alpha^k - \alpha^{k-1})^2} < \epsilon$, dimana nilai ϵ merupakan toleransi kesalahan (misal $\epsilon = 10^{-6}$). Nilai awal yang akan digunakan untuk persamaan iterasi di atas adalah $\theta = 1$ dan $\alpha = 1$ (kasus distribusi eksponensial).

Uji Kecocokan Distribusi

Uji Kolmogorov-Smirnov adalah sebuah metode yang digunakan untuk menguji kecocokan distribusi untuk suatu kumpulan data. Hipotesisnya adalah:

H_0 : Data berasal dari populasi yang berdistribusi tertentu

H_1 : Data tidak berasal dari populasi yang berdistribusi tertentu

Misalkan X adalah peubah acak yang berukuran n , yaitu X_1, X_2, \dots, X_n . Misalkan jika peubah acak hasil pengurutan dari kecil ke besar adalah $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$. Statistik uji untuk uji Kolmogorov-Smirnov adalah:

$$D = \max_{1 \leq i \leq n} |F_n(x_i) - F^*(x_i)| \dots(11)$$

dimana $F_n(x_i)$ adalah fungsi distribusi empiris untuk data pengamatan ke- i , sedangkan $F^*(x_i)$ adalah fungsi distribusi kumulatif dari distribusi yang diuji untuk data pengamatan ke- i . Nilai kritis untuk uji Kolmogorov-Smirnov terdapat pada Tabel.1

Tabel.1 Nilai Kritis Uji Kolmogorov-Smirnov

Tingkat Signifikansi (α)	0,10	0,05	0,01
Nilai kritis	$\frac{1,22}{\sqrt{n}}$	$\frac{1,36}{\sqrt{n}}$	$\frac{1,63}{\sqrt{n}}$

Sumber: Klugman dkk. (2012)

Berdasarkan nilai kritis, kriteria uji Kolmogorov-Smirnov adalah tolak hipotesis nol jika nilai statistik uji lebih besar dari nilai kritis pada taraf nyata yang ditetapkan.

3. Pembahasan dan Diskusi

Distribusi TI-HTW satu parameter untuk data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 8 di wilayah 2 yang menggunakan uji kecocokan Kolmogorov-Smirnov. Hipotesis untuk pengujian tersebut adalah:

H_0 : Data besar klaim *partial loss* produk asuransi kendaraan bermotor kategori 8 wilayah 2 di perusahaan asuransi PT. XYZ berasal dari populasi yang berdistribusi TI-HTW satu parameter.

H_1 : Data besar klaim *partial loss* produk asuransi kendaraan bermotor kategori 8 wilayah 2 di perusahaan asuransi PT. XYZ bukan berasal dari populasi yang berdistribusi TI-HTW satu parameter.

Langkah selanjutnya yang dilakukan adalah menghitung statistik uji hipotesis di atas. Untuk menghitung statistik uji diperlukan nilai taksiran parameter. Taksiran parameter distribusi TI-HTW satu parameter dilakukan dengan menggunakan metode numerik yang memerlukan nilai awal. Nilai awal untuk taksiran parameter TI-HTW satu parameter adalah $\alpha_0=1$ dan $\theta_0=1$ diambil dari taksiran parameter distribusi eksponensial dari paubah X . Dengan bantuan perangkat lunak Matlab R2017b didapatkan hasil taksiran parameter $\hat{\alpha} = 0,1258$ dan $\hat{\theta} = 0,1578$.

Tabel 2 berisikan nilai-nilai yang dibutuhkan untuk menghitung nilai statistik uji Kolmogorov-Smirnov. Kolom 1 Tabel 2 berisikan urutan data. Kolom 2 Tabel 2 berisikan nilai-nilai dari data. Kolom 3 Tabel 2 berisikan nilai dari fungsi distribusi kumulatif empirik. Kolom 4 Tabel 2 berisikan nilai fungsi distribusi kumulatif dari distribusi TI-HTW satu parameter dengan nilai taksiran parameternya yang telah diperoleh di atas. Kolom 5 Tabel 2 berisikan nilai mutlak selisih dari nilai fungsi distribusi kumulatif empirik dengan nilai fungsi distribusi kumulatif dari distribusi TI-HTW satu parameter. Sebagai contoh untuk data urutan pertama, $x_1 = 89.500$, nilai fungsi distribusi kumulatif empirik adalah $F_{20}(89.500) = \frac{1}{20} = 0,05$, nilai fungsi distribusi kumulatif dari distribusi TI-HTW satu parameter adalah $F^*(89.500) = 1 - \left(\frac{e^{-x^\alpha}}{1-(1-\theta)(1-e^{-x^\alpha})}\right)^\theta = 1 - \left(\frac{e^{-89.500^{0,1258}}}{1-(1-0,1578)(1-e^{-89.500^{0,1258}})}\right)^{0,1578} = 0,3183$. Perhitungan untuk data urutan kedua sampai data urutan kedua puluh dilakukan dengan cara yang sama sebagaimana yang dilakukan di atas. Hasil selengkapnya disajikan dalam Tabel 2. Nilai statistik uji Kolmogorov-Smirnov adalah nilai maksimum dari nilai-nilai yang ada pada kolom 5 Tabel.2, yaitu $D = 0,2949$. Adapun nilai kritis untuk pengujian hipotesis di atas untuk taraf nyata $\alpha = 0,05$ adalah $\frac{1,36}{\sqrt{n}} = \frac{1,36}{\sqrt{20}} = 0,3041$. Terlihat bahwa nilai statistik uji Kolmogorov-Smirnov lebih kecil dibandingkan dengan nilai kritisnya. Dengan demikian hipotesis nol diterima dan disimpulkan bahwa data besar klaim *partial loss* produk asuransi kendaraan bermotor kategori 8 wilayah 2 di perusahaan asuransi PT. XYZ berasal dari populasi yang berdistribusi TI-HTW satu parameter.

Tabel.2 Perhitungan Nilai Maksimum Dengan Uji Kolmogorov-Smirnov

I	x_i	$F_n(x_i)$	$F^*(x_i)$	$ D $	i	x_i	$F_n(x_i)$	$F^*(x_i)$	$ D $
1	89.500	0,0500	0,3183	0,2683	11	6.850.000	0,5500	0,5735	0,0235
2	190.425	0,1000	0,3592	0,2592	12	7.250.000	0,6000	0,5770	0,0230
3	393.000	0,1500	0,4005	0,2505	13	8.150.000	0,6500	0,5841	0,0659
4	1.900.000	0,2000	0,4949	0,2949	14	8.500.000	0,7000	0,5867	0,1133
5	2.795.000	0,2500	0,5186	0,2686	15	11.500.000	0,7500	0,6050	0,1450
6	5.200.000	0,3000	0,5567	0,2567	16	14.950.000	0,8000	0,6208	0,1792

7	5.400.000	0,3500	0,5590	0,2090	17	15.595.100	0,8500	0,6234	0,2266
8	6.200.000	0,4000	0,5674	0,1674	18	21.700.000	0,9000	0,6431	0,2569
9	6.200.000	0,4500	0,5674	0,1174	19	34.300.000	0,9500	0,6699	0,2801
10	6.650.000	0,5000	0,5717	0,0717	20	64.150.000	1,0000	0,7057	0,2943

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penerapan distribusi TI-HTW satu parameter pada data besar klaim *partial loss* pemegang polis asuransi kendaraan bermotor kategorik 8 wilayah 2 di perusahaan asuransi PT. XYZ dapat disimpulkan bahwa distribusi TI-HTW satu parameter cocok untuk memodelkan data besar klaim *partial loss* pemegang polis asuransi kendaraan bermotor kategorik 8 wilayah 2 di perusahaan asuransi PT. XYZ.

Acknowledge

Terima kasih kepada Allah SWT, atas semua kemudahan serta nikmat yang telah diberikan sehingga penulis dapat menyelesaikan dengan lancar. Kedua orang tua tercinta, atas doa tak henti-henti dan kasih sayang yang tak pernah berujung, dukungan, pengertian yang tidak terkalahkan, perhatian yang luar biasa, serta motivasi yang membuat mimpi ini tidak pernah terhenti. Dan terima kasih kepada saudara-saudara keluarga saya yang telah memberikan doa dan dukungan.

Terima kasih kepada dosen dan staf Program Studi Statistika Unisba. Terutama kepada Dr. Aceng Komarudin Mutaqin, M.T.,M.Si selaku dosen pembimbing saya. Dan terima kasih kepada Ibu Anneke Iswani, Dra., M.Si. dan Ibu Marizsa Herlina, S.Stat.,M.Sc., selaku Dosen pembahas saya.

Terima kasih kepada seluruh teman-teman statistika unisba 2016 dan sahabat-sahabat saya yang selalu memberikan do'a, dukungan, kritik, dan sarannya. Berkat dukungan dan bantuan kalian saya bisa sampai ke titik ini.

Daftar Pustaka

- [1] Akritas, Michael. (2016). *Probability and Statistics with R For Engineers and Scientists*. United States Amerika: Pearson Education.
- [2] Guntara, D. (2016). Asuransi dan Ketentuan-ketentuan Hukum yang Mengaturnya. *Jurnal Justisi Ilmu Hukum*, 1(1), 29-46.
- [3] Purwandari, N. (2019). *Pemodelan Distribusi Exponentiated Inverted Weibull Pada Data Besar Klaim Asuransi Motor Indonesia*. Skripsi S1 Jurusan Statistika Universitas Islam Bandung.
- [4] Rusman, I.Y. S. (2018). *Pengantar Asuransi*. Jakarta: ACA Asuransi.
- [5] Zhao W, Khosa SK, Ahmad Z, Aslam M, Afify AZ (2020) Type-I heavy tailed family with applications in medicine, engineering and insurance. *PLoS ONE* 15(8): e0237462, 1-24, <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0237462>.
- [6] Yulianto Anggi Priliani, Darwis Sutawanir. (2021). *Penerapan Metode K-Nearest Neighbors (kNN) pada Bearing*. *Jurnal Riset Statistika*, 1(1), 10-18.