

Pemeringkatan Perguruan Tinggi Swasta di Lembaga Layanan Pendidikan Tinggi Wilayah IV Jawa Barat dan Banten (LLKDIKTI IV) dengan Metode Mahalanobis *Depth*

Agisna Ardiansyah*, Abdul Kudus

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Islam Bandung, Indonesia.

*agis090799@gmail.com, akudus69@unisba.ac.id

Abstract. Multivariate analysis has a significant position in the growth of statistical science. This analysis relies on the assumption of multivariate normality. The use of nonparametric methods on multivariate data has developed, one of which is based on rank. However, the nonparametric method for multivariate data still has weaknesses, one of which is that it is not affine invariant. Affine invariant is a property of data transformation that does not change the configuration. Chenouri and Small (2012) utilize statistical depth functions (Mahalanobis depth and halfspace method) in ranking rankings by calculating the depth of observations of the data center. In this thesis, the Mahalanobis depth method will be applied to determine the ranking of multivariate data on PTS performance in Region IV West Java and Banten (LLKDIKTI IV). In this study, the results of ranking the performance of 295 private universities in West Java using the mahalanobis depth showed that the top 3 ranks were occupied by Telkom University with a mahalanobis depth value of 0.03005, Widyatama University with a mahalanobis depth value of 0.04642 and Bina Bangsa University with a mahalanobis depth value of 0.04643. Furthermore, for the bottom 3 ranks, the Texmaco College of Technology with a mahalanobis depth value of 0.70796, Wastukencana College of Technology with a mahalanobis depth value of 0.71541 and Adhurajasa University Reswara Sanjaya with a mahalanobis depth value of 0.71976.

Keywords: multivariat, data depth, mahalanobis depth.

Abstrak. Analisis multivariat mempunyai kedudukan berarti dalam pertumbuhan ilmu statistika. Analisis ini bergantung pada asumsi normal multivariat. Penggunaan metode nonparametrik pada data multivariat sudah berkembang dimana salah satunya berdasarkan rank. Namun demikian metode nonparametrik untuk data multivariat masih mempunyai kelemahan dimana salah satunya adalah tidak bersifat affine invariant. Affine invariant adalah salah satu sifat dari transformasi data yang tidak mengubah konfigurasi. Chenouri dan Small (2012) memanfaatkan statistical depth function (Mahalanobis depth dan halfspace method) dalam penyusunan ranking dengan menghitung depth dari pengamatan terhadap pusat data. Dalam skripsi ini akan dilakukan penerapan metode Mahalanobis depth untuk menentukan ranking dari data multivariat kinerja PTS yang berada di wilayah IV Jawa Barat dan Banten (LLKDIKTI IV). Dalam penelitian ini hasil pemeringkatan kinerja 295 PTS di Jawa Barat dengan menggunakan mahalanobis depth didapatkan bahwa untuk peringkat 3 teratas diduduki oleh Universitas Telkom dengan nilai mahalanobis depth sebesar 0.03005, Universitas Widyatama dengan nilai mahalanobis depth sebesar 0.04642 dan Universitas Bina Bangsa dengan nilai mahalanobis depth sebesar 0.04643. Selanjutnya untuk peringkat 3 terbawah diduduki oleh Sekolah Tinggi Teknologi Texmaco dengan nilai mahalanobis depth sebesar 0.70796, Sekolah Tinggi Teknologi Wastukencana dengan nilai mahalanobis depth sebesar 0.71541 dan Universitas Adhurajasa Reswara Sanjaya dengan nilai mahalanobis depth sebesar 0.71976.

Kata Kunci: *multivariat, data depth, mahalanobis depth.*

1. Pendahuluan

Perguruan tinggi swasta (PTS) di Jawa Barat dan Banten pada tahun 2020 yang terdaftar di Dikti ada sebanyak 295 PTS. PTS tersebut terdiri dari universitas, institut, sekolah tinggi, akademi, politeknik dan akademi komunitas. Sejalan dengan banyaknya perkembangan PTS, maka pemerintah melakukan pemeringkatan melalui penilaian dalam aspek *input, proses, output* dan *outcome*. Semua aspek tersebut kemudian dijadikan nilai akhir atau skor.

Analisis multivariat bertujuan untuk memanfaatkan data yang diukur dengan beberapa variabel secara bersamaan. Namun, analisis ini sangat tergantung kepada asumsi, bila asumsi tersebut tidak terpenuhi maka sebagai alternatifnya adalah pengujian nonparametrik pada data multivariat. Pengujian nonparametrik untuk data multivariat sudah berkembang dimana salah satunya adalah pengujian berdasarkan rank. Chenouri S dan G. Christopher (2012) memaparkan untuk pengujian nonparametrik pada data multivariat bisa didasarkan kepada depth ranking. Fungsi depth yang dapat digunakan diantaranya adalah Mahalanobis depth dan halfspace. Rankingsnya adalah data depth berdasarkan fungsi yang dipilih. Ranking yang dihasilkannya bersifat robust dan affine invariant.

Secara umum, kajian data depth terkait dengan masalah komputasi, sifat robust dan sensitivitas terhadap bentuk data yang tidak simetrik. Inilah yang membuat data depth diklaim mampu menjadi pendekatan yang affine invariant dalam analisis nonparametrik pada data multivariat. Dalam skripsi ini akan dilakukan penerapan dari perankingan berdasarkan Mahalanobis depth pada data kinerja PTS di Lembaga Layanan Pendidikan Tinggi Wilayah IV Jawa Barat dan Banten (LLKDIKTI IV).

Berdasarkan penjelasan latar belakang di atas, maka identifikasi masalah dalam penelitian ini yaitu “Bagaimana hasil pemeringkatan PTS di wilayah IV yaitu Jawa Barat dan Banten dengan menggunakan perhitungan Mahalanobis depth?”. Selanjutnya, tujuan dalam penelitian ini yaitu untuk mengetahui hasil pemeringkatan PTS di wilayah IV yaitu Jawa Barat dan Banten dengan menggunakan perhitungan Mahalanobis depth.

2. Metodologi

Data yang digunakan untuk penelitian ini adalah data sekunder yang didapatkan dari website sisinfo LLDIKTI IV. Data ini merupakan hasil penelitian yang dilakukan pada tahun 2020 mengenai klasterisasi perguruan tinggi yang ada di wilayah Jawa Barat dan Banten. PTS di Jabar Banten terdaftar di Dikti sebanyak ada 293 PTS untuk tahun 2019, sedangkan pada tahun 2020 bertambah menjadi 295 PTS. Daftar PTS di wilayah IV yaitu Jawa Barat dan Banten diperoleh dari Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi pada tahun 2020. Terdapat 295 PTS yang aktif yang terdiri dari universitas, institut, sekolah tinggi, akademi, politeknik dan akademi komunitas. Direktorat melakukan pemeringkatan berdasarkan dengan penilaian kinerja yang terdiri dari input (X_1), proses (X_2), output (X_3) dan outcome (X_4).

Metode Analisis Data

Analisis Multivariat

Analisis multivariat timbul kala peneliti memiliki n buah objek dan setiap objek dilakukan pengukuran p jenis karakteristik (peubah) (Hajarisman, 2008). Gabungan data dalam multivariat berbentuk matriks dengan baris ke- i merupakan amatan ke- i dengan ($i = 1, 2, \dots, n$), sedangkan kolom ke- k merupakan peubah ke- k ($k = 1, 2, \dots, p$) yang diukur pada setiap amatannya. Seperti pada struktur data sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_{i1} & x_{i2} & \cdots & x_{ik} & \cdots & x_{ip} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, dimisalkan vektor acak $X \sim N(\mu, \Sigma)$ dimana μ adalah vektor rata-rata dan Σ adalah matriks varian-kovarian. Penaksir untuk vektor rata-rata dan matriks varian-kovariansnya adalah $\hat{\mu}$ dan $\hat{\Sigma}$. Penaksirnya masing-masing dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\hat{\mu}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ik} = \begin{pmatrix} \hat{\mu}_1 \\ \hat{\mu}_2 \\ \vdots \\ \hat{\mu}_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \vdots \\ \bar{x}_p \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})' \quad (2)$$

Uji Normalitas pada Data Multivariat

Asumsi kenormalan univariat dapat diperiksa menggunakan metode grafis yaitu melalui plot Q-Q ataupun plot P-P (Johnson dan Wichern (1999) dalam Hajarisman (2008)). Cara serupa dengan plot Q-Q serta plot P-P untuk memeriksa normalitas multivariat dari sesuatu gugus data dilakukan berdasarkan ukuran jarak kuadrat yang didefinisikan sebagai berikut:

$$d_i^2 = (x_i - \hat{\mu})' \hat{\Sigma}^{-1} (x_i - \hat{\mu}), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

Dimana

x_1, x_2, \dots, x_n = pengamatan dari sampel

d_i^2 = jarak kuadrat yang dihitung antara pengamatan ke- i terhadap rata-rata

Data Depth

Data *depth* mengukur seberapa dalam atau memusatnya suatu titik tertentu dalam distribusi probabilitas F , *Depth function* banyak digunakan dalam analisis nonparametrik untuk data yaitu distribusi dari vektor acak X multivariat. Zuo dan Serfling (2000)

Fungsi *depth* disini, berfungsi sebagai fungsi non-negatif dengan bentuk $D: \mathbb{R}^d \times F \rightarrow \mathbb{R}$. Untuk setiap vektor acak \mathbf{Y} , dimana F_y ini menunjukkan distribusi \mathbf{Y} , fungsi *depth* D akan dikatakan equivarian jika $D(x; F_x)$ berlaku untuk vektor acak sembarang \mathbf{X} dalam \mathbb{R}^d , untuk setiap $d \times d$ merupakan matriks nonsingular A , dan setiap vektor \mathbf{x} dan \mathbf{b} di \mathbb{R}^d . Dalam kebanyakan kasus, biasanya diasumsikan $D(x; F_x)$ ini sebagai fungsi kuasi-cekung x , dimaksimalkan pada suatu tempat di pusat distribusi F . untuk menunjukkan sampel dari $D(\cdot, F)$ dilambangkan dengan $D(x; \hat{F})$ di mana \hat{F} adalah distribusi empiris berdasarkan sampel. Misalkan $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ menjadi sampel acak dari distribusi dimensi F , dan \hat{F} distribusi empirisnya (Zuo, 2000).

P_F adalah ukuran probabilitas dari distribusi F , dan E_F adalah ekspektasi relatif terhadap ukuran probabilitas tersebut. Jarak Mahalanobis sebagai fungsi *depth* merupakan fungsi *depth* paling umum terkait dengan teori normal multivariat. Mengikuti Rao (1988), untuk matriks M berukuran $d \times d$ yang definit positif, maka jarak Mahalanobis dari x ke μ didefinisikan dengan:

$$J_{Mah} = (x_i - \mu)' M^{-1} (x_i - \mu) \quad (4)$$

Mahalanobis depth dirumuskan dengan :

$$DMah = \frac{1}{1 + J_{Mah}} \quad (5)$$

Apabila vektor rata-rata μ dan matriks kovarians M tidak diketahui maka ditaksir dari data sampel yaitu $\hat{\mu}$ dan \hat{M} . Sebuah titik pengamatan dengan nilai *Mahalanobis depth* mendekati 1, menunjukkan bahwa pengamatan tersebut mendekati pusat *data cloud* ($\hat{\mu}$).

Penentuang Ranking Berdasarkan Data Depth

Pada data multivariat $d \geq 2$, masing-masing vektor X_1, X_2, \dots, X_n tidak dapat diranking seperti pada data univariat. Oleh karena itu dengan menggunakan konsep data *depth*, maka dapat dilakukan perankingan pada masing-masing vektor pengamatan. Diketahui fungsi depth dinyatakan dengan D dan fungsi distribusi F , maka semua titik sampel X_1, X_2, \dots, X_n dihitung kedalamannya $D(X_1, F), D(X_2, F), \dots, D(X_n, F)$ dan diurut untuk menentukan peringkat atau rank dari nilai depth-nya. Selanjutnya rank dari X_i dinyatakan dalam bentuk formula berikut:

$$R(X_i) = \#\{j; D(X_j, F) \leq D(X_i, F)\}$$

Dimana, rank pertama menunjukkan nilai depth yang mendekati nol dan nilai rank terbesar menunjukkan nilai depth yang mendekati satu. Artinya observasi dengan rank pertama merupakan observasi yang paling dekat dari titik pusat sedangkan observasi dengan rank paling besar atau terakhir merupakan observasi yang paling jauh dengan titik pusat.

3. Pembahasan dan Diskusi

Uji Normal Multivariat

Pengujian normal multivariat dilakukan untuk melihat apakah data PTS di wilayah IV yaitu Jawa Barat dan Banten mengikuti distribusi normal atau tidak. Pengujian dilakukan dengan software *SPSS 23 for Windows* adalah sebagai berikut:

Uji Korelasi Jarak d_i^2 dengan nilai $\chi_p^2 \frac{(i-\frac{1}{2})}{n}$

Hipotesis:

H_0 : Data kinerja PTS di LLDIKTI Jabar Banten tahun 2020 berdistribusi normal multivariat.

H_1 : Data kinerja PTS di LLDIKTI Jabar Banten tahun 2020 tidak berdistribusi normal multivariat.

Statistik Uji

Statistik uji yang digunakan adalah korelasi pearson antara jarak d_i^2 dengan nilai $\chi_p^2 \frac{(i-\frac{1}{2})}{n}$ dengan menggunakan bantuan SPSS 23 for Windows diperoleh output korelasi sebagai berikut:

Kriteria Uji

Dari hasil hitung SPSS 23 for Windows ditentukan kriteria uji tolak jika nilai sig.(2-tailed) atau p-value lebih kecil dari alpha (0,05). Diperoleh nilai sig.(2-tailed) sebesar 0.000 dan nilai r 0.960 sehingga ditolak

Kesimpulan

Artinya data kinerja PTS di LLDIKTI Jabar Banten tahun 2020 tidak berdistribusi normal multivariat.

Menghitung Vektor Rata-rata

Hasil vektor rata-rata yang didapatkan melalui bantuan Rstudio dengan X_1 =input, X_2 =proses, X_3 = output, X_4 = outcome pada data kinerja PTS di LLDIKTI Jabar Banten tahun 2020 maka, dengan mengikukti Persamaan (1) diperoleh vektor rata-rata dari kedua sampel sebagai berikut:

$$\bar{x}_k = \begin{pmatrix} 1.0765813 \\ 2.0068128 \\ 0.3005074 \\ 0.2897143 \end{pmatrix}$$

Menghitung Matriks Kovarians

Diketahui rumus untuk menghitung matriks kovarians seperti pada Persamaan (2) sehingga matriks kovariansnya adalah:

$$\hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} 0.25429847 & 0.1676674 & 0.09217304 & 0.1065558 \\ 0.16766739 & 0.3701564 & 0.11451990 & 0.1503101 \\ 0.09217304 & 0.1145199 & 0.11648670 & 0.1292144 \\ 0.10655580 & 0.1503101 & 0.12921438 & 0.2064775 \end{pmatrix}$$

Sedangkan untuk matriks invers kovarians diperoleh nilai sebagai berikut:

$$\hat{\Sigma}^{-1} = \begin{pmatrix} 6.3211209 & -1.915743 & -3.422943 & 0.2745913 \\ -1.9157429 & 4.596843 & -1.268738 & -1.5637507 \\ -3.4229432 & -1.268738 & 31.248822 & -16.8655635 \\ 0.2745913 & -1.563751 & -16.865563 & 16.3943399 \end{pmatrix}$$

Menghitung Jarak Mahalanobis dan Nilai Depth

Jarak mahalanobis digunakan untuk perhitungan *Mahalanobis depth*. Dengan menggunakan Persamaan (4) dan Persamaan (5), berikut hasilnya pada Tabel 1 :

Tabel 1. Nilai Jarak mahalanobis Perguruan Tinggi Swasta Di LLKDIKTI IV

Nama Perguruan Tinggi	Jarak Mahalanobis
Universitas Ibn Khaldun	6.92101
Universitas Islam Bandung	12.0952
Universitas Islam Nusantara	3.55848
Universitas Pakuan	8.84121
Universitas Islam Syekh Yusuf	2.03595
Universitas Katolik Parahyangan	19.97016
Universitas Kristen Maranatha	6.78304
Universitas Pasundan	11.60479
Universitas Swadaya Gunung Jati	10.52018
Universitas 17 Agustus 1945 Cirebon	1.96999
Universitas Advent Indonesia	7.46047
Universitas Wiralodra	3.89111
Universitas Langlangbuana	3.9143
Universitas Islam 45	2.60815
Universitas Djuanda	10.02443
Universitas Nusa Bangsa	3.23401
⋮	⋮
Sekolah Tinggi Keguruan dan Ilmu Pendidikan La Tansa Mashiro	8.78117

Selanjutnya nilai mahalanobis depth pada Tabel 2:

Tabel 2. Nilai *Mahalanobis Depth* Perguruan Tinggi Swasta Di LLKDIKTI IV

Nama Perguruan Tinggi	Mahalanobis Depth
Universitas Ibn Khaldun	0.17149
Universitas Islam Bandung	0.09374
Universitas Islam Nusantara	0.26486
Universitas Pakuan	0.14194
Universitas Islam Syekh Yusuf	0.38913
Universitas Katolik Parahyangan	0.06063
Universitas Kristen Maranatha	0.16395
Universitas Pasundan	0.08817

Universitas Swadaya Gunung Jati	0.12013
Universitas 17 Agustus 1945 Cirebon	0.42069
Universitas Advent Indonesia	0.12178
Universitas Wiralodra	0.27251
Universitas Langlangbuana	0.26863
Universitas Islam 45	0.36152
Universitas Djuanda	0.12182
Universitas Nusa Bangsa	0.27265
⋮	⋮
Sekolah Tinggi Keguruan dan Ilmu Pendidikan La Tansa Mashiro	0.10224

Ranking Berdasarkan Nilai Data Depth

Untuk menentukan ranking berdasarkan nilai mahalanobis depth, maka akan kita gabungkan nilai *mahalanobis depth* nya, kemudian diurutkan. Dimana, rank pertama merupakan nilai depth yang paling kecil, menunjukkan bahwa nilai depth tersebut merupakan titik yang paling dekat dari pusat dan nilai rank terbesar merupakan nilai depth yang paling besar, maka diperoleh nilai ranking dari *mahalanobis depth* pada Tabel 3

Tabel 3. Peringkat Perguruan Tinggi Swasta Di LLKDIKTI IV Berdasarkan Nilai Mahalanobis Depth

Nama Perguruan Tinggi	Mahala Depth	peringkat
Universitas Telkom	0.03005	1
Universitas Widyatama	0.04642	2
Universitas Bina Bangsa	0.04643	3
Universitas Pamulang	0.05343	4
Universitas Katolik Parahyangan	0.06063	5
Institut Bisnis dan Informatika Kesatuan	0.06495	6
Sekolah Tinggi Manajemen Informatika dan Komputer Sumedang	0.07291	7
Universitas Muhammadiyah Tasikmalaya	0.07353	8
Sekolah Tinggi Teknologi Garut	0.07986	9
Universitas Pasundan	0.08817	10
Sekolah Tinggi Ilmu Administrasi Banten	0.08985	11
Sekolah Tinggi Ilmu Kesehatan Kuningan Garawangi	0.09043	12
Sekolah Tinggi Ilmu Ekonomi Ekuitas	0.09104	13
Universitas Buana Perjuangan Karawang	0.09195	14
Universitas Islam Bandung	0.09374	15
Sekolah Tinggi Bahasa Asing JIA	0.09626	16
⋮	⋮	⋮
Universitas Adhurajasa Reswara Sanjaya	0.71976	203

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan analisis pada pembahasan yang telah diuraikan sebelumnya, berikut ini disusun suatu kesimpulan terhadap prosedur penentuan nilai rank pada data multivariat dengan menggunakan perhitungan Mahalanobis depth adalah dari data kinerja PTS di LLDIKTI Jabar Banten tahun 2020, PTS yang menduduki peringkat pertama adalah Universitas Telkom dengan nilai mahalanobis depth 0.03005 karena nilai tersebut mendekati nilai 0, untuk Universitas Islam Bandung dengan nilai mahalanobis depth 0.09374 berada di peringkat 15, sedangkan pada peringkat terakhir adalah Universitas Adhujasa Reswara Sanjaya dengan nilai mahalanobis depth 0.71976 dimana hasil tersebut mendekati 1.

Acknowledge

Terimakasih banyak kepada seluruh pihak yang telah membantu dalam memberikan saran ataupun masukan sampai terlaksananya penelitian ini hingga selesai.

Daftar Pustaka

- [1] Chenouri, S., & Small, C. G. (2011). *A Nonparametric Multivariate Multisample Test Based on Data Depth*. *Electronic Journal of Statistics*, 760-782.
- [2] Djauhari, M. A., & Umbara, R. F. (2007). *A Redefinition Of Mahalanobis Depth Function*. *Journal of Fundamental Sciences*, 150-157.
- [3] Hamurkaroglu, C., Mert, M., & Saykan, Y. (2005). *Nonparametric Control Charts Based on Mahalanobis Depth*. *Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics*, 57-67.
- [4] Hettmansperger, T. P., Mottonen, J., & Oja, H. (1998). *Affine Invariant Multivariate Rank Tests*. *Statistica Sinica*, 785-800.
- [5] Liu, R. Y., & Singh, K. (2012). *A Quality Index Based on Data Depth and Multivariate Rank Tests*. *Journal of the American Statistical Association*, 252-260.
- [6] Liu, R. Y., Parelius, J. M., & Singh, K. (1999). *Multivariate Analysis by Data Depth : Descriptive Statistic, Graphics and Inference*. *The Annals of Statistics*, 783-858.
- [7] Liu, S. (2018). *Generalized Mahalanobis Depth in Point Process and Its Application in Neural Coding and Semi-Supervised Learning in Bioinformatics*. Florida State: Florida State University Libraries.
- [8] Mosler, K. (2013). *Depth Statistics. Robustness and Complex Data Structures*, 17-32.
- [9] Mozharovskiy, P., Mosler, K., & Lange, T. (2014). *Classifying real-world data with the $DD\alpha$ -procedure*. Hochschule Merseburg.
- [10] Nugroho, S. (2008). *Statistika Multivariat Terapan*. Bengkulu: UNIB Press.
- [11] Nusar, H. ((2008)). *Statistika Multivariat*. Bandung: Seri buku Ajar Universitas Islam Bandung.
- [12] Zuo, Y., & He, X. (2006). *On the limiting distributions of multivariate depth-based*. *Ann. Statist.*, 34:2879– 2896.
- [13] Zuo, Y., & Serfling, R. (2000). *General Notions Of Statistical Depth Function*. *The Annals of Statistics*, 461-482.
- [14] Shofwani Sheila Ghazia, Kudus Abdul. (2021). *Penentuan Kriteria Pengunjung dalam Pemilihan Green Hotel di Kota Bandung Menggunakan Metode Discrete Choice Experiment dengan Desain Choice Sets Kombinatorial*. *Jurnal Riset Statistika*, 1(1), 1-9.