

Prediksi *Return Period Bearing* dengan *Probability Weighted Moment (PWM)* pada Data Vibrasi Akselerasi Pronostia

Nida Nisrina*, Sutawanir Darwis

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Islam Bandung, Indonesia.

*nidanisrina873@gmail.com, std.darwis@gmail.com

Abstract. Statistical science in the field of mechanical engineering is to calculate the failure of a machine, which can be used to control the health condition of the machine. One of the statistical methods used to predict engine health is Extreme Value Theory (EVT). The approach used in identifying extreme values is Block Maxima (BM), which takes the maximum value in one period. The distribution of the extreme values for the BM approach is the Generalized Extreme Value (GEV). This study discusses the problem of return period to predict bearing damage. In its application, the Probability Weighted Moment (PWM) method is used to estimate the parameters. The data used is secondary data from the FEMTO bearing test experiment which produces run-to-failure data by paying attention to the vibration of the bearing. In this research, bearing 3, bearing 5, and bearing 7 are used in data set 1 in horizontal and vertical directions. With the return period, the remaining service life for bearings 1_3 in the vertical direction is less than one month, for bearings 1_5 in the horizontal direction and for bearings 1_7 in the horizontal direction is more than 25 years.

Keywords: EVT, Return Period, Bearing Vibration.

Abstrak. Ilmu statistika dalam bidang teknik mesin yaitu menghitung kegagalan suatu mesin, dimana bisa digunakan untuk mengontrol kondisi kesehatan mesin. Salah satu metode statistika yang digunakan untuk memprediksi pada kesehatan mesin adalah *Extreme Value Theory* (EVT). Pendekatan yang digunakan dalam mengidentifikasi nilai ekstrim adalah *Block Maxima* (BM) yaitu mengambil nilai maksimum dalam satu periode. Distribusi dari nilai ekstrim untuk pendekatan BM adalah *Generalized Extreme Value* (GEV). Penelitian ini membahas permasalahan *return period* untuk memprediksi kerusakan *bearing*. Dalam penerapannya digunakan metode *Probability Weighted Moment* (PWM) untuk mengestimasi parameter. Data yang digunakan adalah data sekunder dari eksperimen uji *bearing* FEMTO yang menghasilkan data *run-to-failure* dengan memperhatikan vibrasi *bearing* tersebut. Pada penelitian ini digunakan *bearing* 3, *bearing* 5, dan *bearing* 7 dalam data set 1 arah *horizontal* dan *vertikal*. Dengan *return period* didapatkan sisa masa pakai untuk *bearing* 1_3 arah vertikal adalah kurang dari satu bulan, untuk *bearing* 1_5 arah horizontal dan *bearing* 1_7 arah horizontal adalah lebih dari 25 tahun.

Kata Kunci: EVT, Return Period, Vibrasi Bearing.

1. Pendahuluan

Kesehatan mesin merupakan prioritas utama dalam proses produksi pada sebuah perusahaan, sehingga perlu ada pengecekan secara rutin guna mencegah terjadinya penurunan kinerja operasi dan kerusakan pada mesin yang tidak terduga. Mesin terdiri dari beberapa elemen yang masing-masing elemennya memiliki fungsi tersendiri agar mesin tersebut bisa berjalan dengan lancar. Salah satu nya elemen penyangga adalah *bearing* atau bantalan.

Bearing merupakan salah satu komponen utama dalam mesin-mesin industri. *Bearing* atau bantalan merupakan sebuah elemen mesin yang berfungsi untuk membatasi gerak relatif

anatar dua atau lebih komponen mesin agar selalu bergerak pada arah yang diinginkan. Biasanya, untuk memantau kesehatan mesin dipasang sebuah alat sensor pada *bearing* untuk menangkap vibrasi baik secara *horizontal* maupun *vertical*. Naik turunnya vibrasi akselerasi pada *bearing* bisa menjadi suatu indikator bagi kondisi mesin. Perlunya melakukan prediksi pada kesehatan mesin untuk mengamati kondisi mesin di masa depan dan memprediksi waktu yang tersisa sebelum kerusakan atau kegagalan terjadi pada mesin.

Extreme Value Theory (EVT) merupakan salah satu metode statistika untuk mempelajari perilaku ekor distribusi yang digunakan untuk menentukan probabilitas nilai-nilai ektrimnya. Identifikasi nilai ektrim dengan EVT dapat dilakukan dengan dua pendekatan yaitu, *Block Maxima* (BM) dengan pola distribusi mengikuti *Generalized Extrem Value* (GEV) dan *Peak Over Threshold* (POT) dengan pola distribusi mengikuti *Generalized Pareto Distribution* (GPD). Pada kasus ini untuk mengestimasi parameter skala bentuk dan lokasi dapat di peroleh dengan metode estimasi yang umum digunakan yaitu *Probability Weighted Moment* (PWM).

Berdasarkan uraian tersebut maka tujuan yang ingin dicapai pada penelitian ini adalah untuk mengetahui estimasi parameter *Generalized Extreme Value* (GEV) menggunakan metode *Probability Weighted Moment* (PWM) serta untuk memprediksi kerusakan *bearing* melalui interpretasi *return period* dan *return level* pada data vibrasi akselerasi pronostia.

2. Metodologi

Teori nilai ektrim atau Extreme Value Theory (EVT) bertujuan untuk menentukan perkiraan peluang kejadian ektrim dengan memperhatikan ekor distribusi berdasarkan nilai-nilai ektrim yang di peroleh. Pada umumnya terdapat dua cara untuk mengidentifikasi nilai-nilai ektrim. Yang pertama, *Block Maxima* dan yang kedua, *Peak Over Threshold* (Gilli dan Kallezi, 2003).

Block Maxima (BM) merupakan metode penentuan nilai ektrim yang didasarkan pada pembentukan blok-blok periode. Data observasi dibagi kedalam blok-blok tertentu (misal 3 bulanan atau bulanan). Berdasarkan blok-blok yang terbentuk, dipilih nilai maksimum observasi dari masing-masing blok. Metode BM mengaplikasikan teorema Fisher dan Tippet (1928), yang menyatakan bahwa nilai ektrim yang di ambil menggunakan metode BM mengikuti distribusi GEV. (Gilli dan Kellezi, 2006). Dalam skripsi ini digunakan blok period per 10 detik yang menghasilkan 2560 vibrasi *bearing*.

Metode block maxima mengaplikasikan teorema yang dikembangkan oleh Fisher dan Tippet (1928). Jika terdapat konstan $\{a_n > 0\}$ dan $\{b_n\}$ sehingga:

$$P\left\{\frac{M_n - b_n}{a_n} \leq x\right\} \rightarrow G(x) \text{ ketika } n \rightarrow \infty \quad (1)$$

dengan $M_n = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ dan G merupakan fungsi distribusi *non-degenerate*, maka terdapat tiga macam distribusi yang mungkin untuk G , yaitu Gumbel, Frechet, dan Weibul. Gilli & Kellezi (2006) menggeneralisasi ketiga distribusi tersebut menjadi GEV (*Generalized Extreme Value*).

Generalize Extreme Value (GEV) merupakan distribusi dari nilai-nilai ektrim untuk pendekatan Block Maxima. Berikut ini adalah *Comulative Distribution Function* (CFD) dari *Generalize Extreme Value* (GEV) :

$$F(x, \mu, \sigma, \xi) = \begin{cases} \exp\left\{-\left(1 + \xi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right)^{-\frac{1}{\xi}}\right\}, & -\infty < x < \infty, \xi \neq 0, 1 + \xi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) \\ \exp\left\{-\exp\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right\}, & -\infty < x < \infty, \xi = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Dimana μ adalah parameter lokasi, σ adalah parameter skala dan ξ adalah parameter bentuk *tail index*. *Probability Density Function* (PDF) untuk distribusi GEV adalah :

$$f(x, \mu, \sigma, \xi) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \left\{ 1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right\}^{-\frac{1}{\xi} - 1} \exp \left\{ - \left(1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right)^{-\frac{1}{\xi}} \right\}, \xi \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} \exp \left\{ - \frac{x - \mu}{\sigma} \right\} \exp \left\{ - \exp \left\{ - \frac{x - \mu}{\sigma} \right\} \right\}, \xi = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Generalize Extreme Value (GEV) juga dibedakan menjadi tiga tipe jika dilihat dari nilai parameter bentuk (ξ) yaitu Tipe I berdistribusi Gumbel jika nilai $\xi = 0$, Tipe II berdistribusi Frechet jika nilai $\xi > 0$, Tipe III berdistribusi Weibull jika nilai $\xi < 0$. Untuk mengestimasi parameter dari distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV) digunakan metode *Probability Weighted Moment* (PWM) yang merupakan modifikasi dari metode konvensional momen. Berdasarkan sampel acak dengan $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$, $n > r, n > s$ diperoleh estimasi unbiased PWM sebagai berikut:

$$\sigma_s = a'_s = \hat{M}_{1,0,s} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\binom{n-i}{s} x_i}{\binom{n-1}{s}} \quad (4)$$

$$\xi_r = b'_r = \hat{M}_{1,r,0} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\binom{i-1}{r} x_i}{\binom{n-1}{r}} \quad (5)$$

Keterangan:

- $\sigma_s = a'_s$: Parameter skala untuk s dimana $s = 0, 1, 2, \dots$
 $\xi_r = b'_r$: Parameter bentuk untuk r dimana $r = 0, 1, 2, \dots$
 n : Banyaknya data ekstrim.
 x_i : Data x ke- i , dimana $i = 1, 2, \dots, n$.
 $\binom{n-1}{s}$: Kombinasi $n - 1$ dengan s .

Menurut Hoksking *et al.* (1985) dalam Rahmawati (2014) Momen Probabilitas Terboboti (PWM) dari distribusi GEV untuk $\xi \neq 0$ sebagai berikut:

$$\beta_r = \frac{1}{r+1} \left\{ \mu + \frac{\sigma}{\xi} \left(1 - (r+1)^{-\xi} \Gamma(1+\xi) \right) \right\}, \xi > -1 \quad (6)$$

Estimasi parameter PWM $\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi}$ sebagai berikut:

$$\hat{\xi} = 7.8590 c + 2.9554 c^2 \quad (7)$$

dengan:

$$c = \frac{2b_1 - b_0}{3b_2 - b_0} - \frac{\log 2}{\log 3} \quad (8)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{(2b_1 - b_0)\hat{\xi}}{\{\Gamma(1+\hat{\xi})(1-2^{-\hat{\xi}})\}} \quad (9)$$

$$\hat{\mu} = b_0 + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \{\Gamma(1+\hat{\xi}) - 1\} \quad (10)$$

Keterangan:

- $\hat{\xi}$: Estimasi parameter bentuk.
 $\hat{\sigma}$: Estimasi parameter skala.
 $\hat{\mu}$: Estimasi parameter lokasi.

Selanjutnya dilakukan uji kecocokan distribusi menggunakan *Kolmogorov-Smirnov* sebagai metodenya guna mengoreksi kesesuaian fungsi distribusi sampel $S(x)$ dengan distribusi teoritis $F_0(x)$, berikut hipotesis uji kesesuaian distribusi:

$H_0 : S(x) = F_0(x)$; data mengikuti distribusi teoritis GEV

$H_1 : S(x) \neq F_0(x)$; data tidak mengikuti distribusi teoritis GEV

Statistik uji untuk uji kecocokan distribusi *Kolmogorov-Smirnov* satu sampel dengan perhitungan menggunakan bantuan *software* akan di dapat nilai *p-value* atau sig. Sedangkan

dengan cara tradisional tanpa menggunakan *software* statistik uji yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$D = \max |S(x) - F_0(x)| \quad (11)$$

Keterangan:

D : Statistik Uji Kolmogorov-Smirnov.

$S(x)$: Peluang fungsi distribusi sampel.

$F_0(x)$: Peluang fungsi kumulatif dari distribusi teoritis.

Kriteria uji tolak H_0 jika nilai $D > D_{1-\alpha/2}$. Dimana $D_{1-\alpha/2}$ adalah nilai tabel Kolmogorov Smirnov pada taraf signifikansi α . Sedangkan apabila menggunakan perhitungan *software* kriteria uji untuk tolak H_0 adalah $p - \text{value} < \alpha$.

Return level didefinisikan sebagai nilai maksimum pada periode yang akan datang. *Return level* merupakan nilai maksimum yang diharapkan akan melampaui satu kali dalam jangka waktu tertentu.

Menurut Coles (2011) *P-year return level* tidak lain adalah $\frac{1}{p}$ persentil dari distribusi kumulatif, seringkali diinterpretasikan sebagai nilai yang akan dilampaui sekali dengan probabilitas p dalam kurun waktu (*return period*) $\frac{1}{p}$ tahun. *P-year return level* dapat dengan mudah dihitung dari persamaan:

$$G(z) = \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{z - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right\} \quad (12)$$

Invers dari persamaan tersebut memberikan nilai *p-year return level* yaitu:

$$\hat{z}_p = \begin{cases} \hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left[1 - \{-\log(1-p)\}^{-\hat{\xi}} \right], & \hat{\xi} \neq 0 \\ \hat{\mu} - \hat{\sigma} \log\{-\log(1-p)\}, & \hat{\xi} = 0 \end{cases} \quad (13)$$

Dalam terminologi umum, z_p adalah *return level* yang terkait dengan *return period* $\frac{1}{p}$, karena untuk tingkat akurasi yang wajar, tingkat z_p diharapkan akan terlampaui rata-rata sekali setiap $\frac{1}{p}$ tahun. Lebih tepatnya, z_p dilampaui oleh maksimum tahunan pada tahun tertentu dengan probabilitas p .

3. Pembahasan dan Diskusi

Pengambilan Sampel Data Ekstrim dengan Metode Block Maxima(BM)

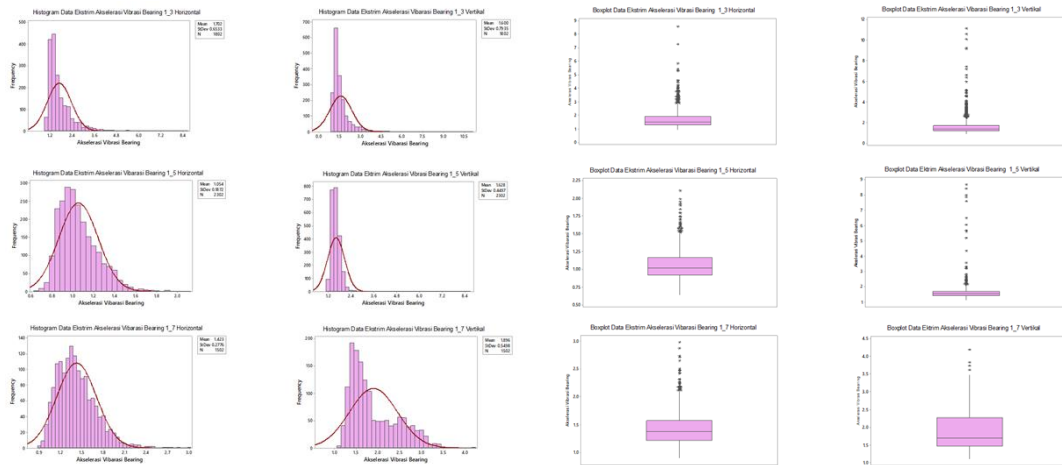
Pengambilan sampel data ekstrim dalam metode ini yaitu mengambil nilai maksimum dalam blok periode tertentu. Untuk penelitian ini digunakan blok periode 10 detik, dimana 10 detik itu terdapat sebanyak 2560 pengamatan vibrasi akselerasi *bearing*. dalam penelitian ini digunakan data vibrasi akselerasi *bearing* pada *beaing* 1_3, *bearing* 1_5 dan *bearing* 1_7. Berikut merupakan sampel data ekstrim pada setiap *bearing* yang di amati pada penelitian ini.

Tabel 1. Data Ektrim *Bearing*

No	<i>Bearing</i> 1_3		No	<i>Bearing</i> 1_5		No	<i>Bearing</i> 1_7	
	<i>Horizontal</i>	<i>Vertical</i>		<i>Horizontal</i>	<i>Vertical</i>		<i>Horizontal</i>	<i>Vertical</i>
1	1.478	1.081	1	1.298	1.199	1	1.81	1.497
2	1.513	0.973	2	1.304	1.2	2	1.36	1.371
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1801	2.251	2.859	2301	0.949	1.527	1501	2.502	3
1802	2.619	1.886	2302	1.262	1.408	1502	1.767	2.898

Eksplorasi Data

Setelah menentukan nilai ekstrim, perlu dilakukan identifikasi untuk mengetahui pola sebaran data vibrasi akselerasi *bearing* menggunakan histogram dan boxplot.



Gambar 1. Histogram dan Boxplot Data Ektrim Vibrasi Bearing

Berdasarkan histogram-histogram di atas yang memperlihatkan sebaran data lebih condong ke kanan serta data menurun secara perlahan ke kanan dapat diindikasikan bahwa data tidak berdistribusi normal karena sebaran tidak simetris. Dan dapat dilihat pada boxplot-boxplot di atas bahwa banyak data yang berada di atas *whiskers* yang disebut *outlier* oleh karena itu dapat diartikan bahwa data memiliki nilai ektrim.

Estimasi Parameter

Setelah didapatkan data ektrim untuk masing-masing *bearing*, selanjutnya dilakukan estimasi parameter menggunakan metode *Probability Weighted Moment* (PWM) yang akan menghasilkan nilai parameter bentuk (ξ), parameter skala (σ) dan parameter lokasi (μ). Berikut merupakan hasil estimasi parameter distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV) dengan *Probability Weighted Moment* (PWM).

Tabel 2. Estimasi parameter *Generalized Extreme Value* (GEV)

<i>Bearing</i>	Parameter		
	Bentuk (ξ)	Skala (σ)	Lokasi (μ)
1_3 Horizontal	0.2841	0.3195	1.3945
1_3 Vertikal	0.3946	0.2662	1.2780
1_5 Horizontal	0.0141	0.1451	0.9681
1_5 Vertikal	0.2122	0.1680	1.4864
1_7 Horizontal	-0.0242	0.2230	1.2997
1_7 Vertikal	0.1089	0.3883	1.6255

Uji Kecocokan Distribusi

Setelah mendapatkan nilai parameter bentuk, skala dan lokasi maka selanjutnya dilakukan pemeriksaan kesesuaian distribusi dengan menggunakan metode *Kolmogorov-Smirnov* maka hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:

H_0 : data mengikuti distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV)

H_1 : data tidak mengikuti distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV)

Pada penelitian ini menggunakan *software* MATLAB R2017b sebagai alat bantu perhitungan sehingga output yang dihasilkan berupa nilai *p-value*, maka kriteria uji yang digunakan adalah tolak H_0 jika *p-value* < α dengan nilai $\alpha=0.05$. berikut hasil uji kesesuaian distribusi dituangkan pada tabel 3.

Tabel 3. Uji Kolmogorov-Smirnov

<i>Bearing</i>	<i>P - value</i>	Keputusan
1_3 Horizontal	0.0263	Tolak H_0

1_3 Vertikal	0.3934	Terima H_0
1_5 Horizontal	0.4232	Terima H_0
1_5 Vertikal	0.0026	Tolak H_0
1_7 Horizontal	0.6484	Terima H_0
1_7 Vertikal	3.25e-07	Tolak H_0

Tabel 3 menunjukkan bahwa p -value pada *bearing* 1_3 (Horizontal), *bearing* 1_5 (Vertikal), *bearing* 1_7 (Vertikal), memiliki nilai yang lebih kecil dari nilai α sehingga dapat disimpulkan bahwa data tidak mengikuti distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV). Dan *bearing* 1_3 (Vertikal), *bearing* 1_5 (Horizontal), *bearing* 1_7 (Horizontal) memiliki nilai yang lebih besar dari nilai α sehingga dapat disimpulkan bahwa data mengikuti distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV).

Return Period

Berdasarkan hasil uji kecocokan distribusi di atas, dapat disimpulkan bahwa *bearing* yang berdistribusi Generalized Extrem Value (GEV) dengan metode *Probability Weighted Moment* (PWM) adalah *bearing* 1_3 arah vertikal, *bearing* 1_5 arah horizontal dan *bearing* 1_7 arah horizontal. Dengan melibatkan parameter bentuk (ξ), parameter skala (σ) dan parameter lokasi (μ), untuk prediksi nilai *return period* dan *return level* menggunakan persamaan (2.32) yang hasil perhitungannya akan disajikan dalam tabel 4 sebagai berikut:

Tabel 4. Return Periode dan Return Level

Return Period	Nilai Return Level		
	Bearing 1_3 Vertikal	Bearing 1_5 Horizontal	Bearing 1_7 Horizontal
1 bulan= 259200 blok	128.845	3.093	3.835
6 bulan = 1555200 blok	260.659	3.411	4.118
12 bulan = 3110400 blok	342.461	3.536	4.224
24 bulan = 6220800 blok	449.994	3.663	4.329
36 bulan = 9331200 blok	527.960	3.737	4.389
48 bulan = 12441600 blok	591.351	3.790	4.432
60 bulan = 15552000 blok	645.723	3.832	4.464
72 bulan = 18662400 blok	693.843	3.866	4.491
84 bulan = 21772800 blok	737.317	3.894	4.513
96 bulan = 24883200 blok	777.174	3.919	4.533
108 bulan = 27993600 blok	814.116	3.941	4.550
120 bulan = 31104000 blok	848.649	3.961	4.565
144 bulan = 37324800 blok	911.905	3.995	4.591
168 bulan = 43545600 blok	969.054	4.024	4.613
192 bulan = 49766400 blok	1021.448	4.050	4.632
216 bulan = 55987200 blok	1070.010	4.072	4.649
240 bulan = 62208000 blok	1115.405	4.092	4.664
264 bulan = 68428800 blok	1158.128	4.110	4.677
288 bulan = 74649600 blok	1198.559	4.126	4.689
300 bulan = 77760000 blok	1218.011	4.134	4.695

Pada tabel 4 nilai *return period* (periode ulang) bergantung pada seberapa panjang periode yang ingin diprediksi nilai *return period* nya dan seberapa besar terjadinya kejadian ekstrim yang diperhitungkan peneliti. Pada penelitian ini digunakan *return period* (periode ulang)

259200, 1555200, ..., 77760000 blok. Blok yang digunakan adalah 10 detik maka periode ulang dapat diartikan sebagai 1 bulan, 12 bulan, ..., 300 bulan.

Masa manfaat *bearing* dianggap akan berakhir ketika nilai vibrasinya mencapai 20 (Tayade, 2019). Berdasarkan teori tersebut, maka dapat disimpulkan bahwa untuk *bearing* 1_3 arah vertikal akan mengalami kerusakan pada rentang waktu kurang dari 1 bulan karena nilai *return level* pada waktu 1 bulan adalah 128.845. Untuk *bearing* 1_5 arah horizontal dan *bearing* 1_7 arah horizontal akan mengalami kerusakan pada waktu yang sangat lama yaitu lebih dari 300 bulan atau 25 tahun.

4. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dalam penelitian ini, peneliti menyimpulkan beberapa hasil penelitian sebagai berikut:

1. Dalam mengestimasi parameter distribusi *Generalized Extrem Value* (GEV) dengan metode *Probability Weighted Momen* (PWM) menghasilkan tiga parameter yaitu bentuk (ξ), parameter skala (σ) dan parameter lokasi (μ). Dari hasil analisis, *bearing* yang mengikuti distribusi GEV dengan metode PWM yaitu *bearing* 1_3 arah vertikal, *bearing* 1_5 arah horizontal dan *bearing* 1_7 arah horizontal.
2. Dari hasil perhitungan prediksi *return period* dan *return level* menggunakan parameter $\hat{\xi}$, $\hat{\sigma}$ dan $\hat{\mu}$ untuk *bearing* 1_3 arah vertikal akan mengalami kerusakan pada rentang waktu kurang dari satu bulan. Untuk *bearing* 1_5 arah horizontal dan *bearing* 1_7 arah horizontal akan mengalami kerusakan pada rentang waktu lebih dari 300 bulan atau 25 tahun.

Acknowledge

Terima kasih kepada kedua orang tua saya yang selalu menyayangi, menasehati, mendukung, mendidiku dengan penuh kasih sayang, terutama kepada alm mamah saya yang selalu mendoakan, mensupport saya sewaktu masih ada, dan akhirnya sampai dimana saya lulus dan mamah masih bisa mendampingi saya samapai sidang kelulusan. Dan terima kasih kepada saudara-saudara keluarga saya yang telah memberikan doa dan dukungan.

Terima kasih kepada dosen dan staf Program Studi Statistika Unisba. Terutama kepada Prof. Dr. Sutawanir Darwis selaku dosen pembimbing saya. Dan terima kasih kepada Bapak Dr. Aceng Komarudin Mutaqin, M.T., M.Si. dan Ibu Marizsa Herlina, S.Stat., M.Sc., selaku Dosen pembahas saya.

Terima kasih kepada seluruh teman-teman statistika unisba 2016 dan sahabat saya Siti, Fitri dan Nuraida, yang selalu memberikan do'a, dukungan, kritik, dan sarannya. Berkat dukungan dan bantuan kalian saya bisa sampai ke titik ini.

Daftar Pustaka

- [1] Coles, S. (2001). *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*. London: Springer-Verlag.
- [2] Fisher, R. A., Tippett, L. H. C. 1928. Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of sample. *Proceeding of Cambridge Philosophical Society*, 24, 180-190.
- [3] Gilli, M., Kellezi, E. (2003). *An Application of Extreme Value Theory for Measuring Risk*. Elsevier Science.
- [4] Gilli, M. Dan Kellezi, E. (2006). *An Application of Value Theory for Measuring Financial Risk*. Departement of Econometrics, University of Geneva and FAME CH-1211 Geneve 4, Switzerland.
- [5] Hosking, J.R.M., Wallis dan E.F.Wood. 1985. Estimation of The Generalized Extreme-Value Distribution by the Method of Probability-Weighted Moments. *Techometrics*. Vol 27. No. 3 August 1985.
- [6] Yulianto Anggi Priliani, Darwis Sutawanir. (2021). *Penerapan Metode K-Nearest Neighbors (kNN) pada Bearing*. *Jurnal Riset Statistika*, 1(1), 10-18.