

Penaksiran Besar Klaim Optimal Menggunakan Metode Linear Empirical Bayesian yang Diaplikasikan untuk Perhitungan Premi Asuransi Kendaraan Bermotor di Indonesia

¹Hilda Hidayati, ²Sutawanir Darwis, ²Anneke Iswani Achmad

^{1,2,3}Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung,
Jl. Tamansari No. 1 Bandung 40116

e-mail : ¹hidayatihilda26@gmail.com, ²std.darwis@gmail.com, ³annekeiswani11@gmail.com

Abstrak. Metode Linear Empirical Bayesian (LEB) merupakan salah satu penaksiran besar klaim optimal yang akan diaplikasikan untuk perhitungan premi asuransi kendaraan bermotor di Indonesia. Perhitungan tarif premi didasarkan pada data frekuensi klaim dan data besar klaim individu pemegang polis. Data frekuensi klaim dan data besar klaim dimodelkan oleh suatu distribusi tertentu. Pengujian kecocokan distribusi untuk frekuensi klaim menggunakan uji kecocokan chi-kuadrat. Sedangkan untuk besar klaim menggunakan uji kecocokan Anderson-Darling. Tarif premi dapat dihitung dengan jalan mengalikan rata-rata frekuensi klaim dengan taksiran optimal dari besar klaim yang diperoleh menggunakan metode LEB. Dalam skripsi ini data yang digunakan adalah data klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia untuk kendaraan bus. Hasil dari pemodelan distribusi menunjukkan bahwa frekuensi klaim berdistribusi binomial negatif, dengan taksiran ekspektasi frekuensi klaimnya adalah 0,1107. Dalam besar klaim, distribusi yang cocok adalah distribusi lognormal yang merupakan distribusi dugaan hasil dari transformasi Box-Cox. Taksiran ekspektasi besar klaim yang optimal dengan menggunakan metode penaksiran Linear Empirical Bayesian adalah sebesar Rp. 4.722.483. Berdasarkan ekspektasi frekuensi klaim dan ekspektasi besar klaim yang optimal, maka taksiran tarif premi bersih asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia di masa yang akan datang adalah sebesar Rp. 522.945.

Kata kunci: tarif premi, frekuensi klaim, besar klaim, Linear Empirical Bayesian.

A. Pendahuluan

Dalam setiap kegiatan yang dilakukan oleh suatu kelompok atau perorangan pasti ada risiko yang harus ditanggung. Risiko merupakan kemungkinan terjadinya suatu kerugian yang tidak diduga atau tidak diinginkan. Salah satu upaya untuk menghindari risiko yaitu dengan memindahkan risiko kepada pihak lain. Asuransi merupakan bentuk perlindungan yang dapat menanggung kerugian dengan mengganti kerugian tersebut dengan cara klaim.

Menurut pasal 246 Kitab Undang-Undang Hukum Dagang Republik Indonesia. Asuransi adalah suatu perjanjian dimana penanggung mengikatkan diri pada tertanggung dengan menerima suatu premi, untuk memberi penggantian kepadanya karena suatu kerugian, kerusakan atau kehilangan keuntungan yang diharapkan, yang mungkin akan dideritanya karena suatu peristiwa yang tak tentu. Secara garis besar asuransi terdiri dari dua macam, yaitu asuransi jiwa dan asuransi kerugian.

Salah satu jenis asuransi kerugian di Indonesia adalah asuransi kendaraan bermotor yang banyak diminati konsumen karena asuransi ini memberikan pertanggungans atas kerugian atau berkurangnya nilai secara finansial atas obyek pertanggungans kendaraan bermotor. Dalam Peraturan Menteri Keuangan (PMK) No.74/PMK.010/2007 khususnya pasal 1 ayat (2) juga dijelaskan, yaitu: "Asuransi kendaraan bermotor adalah produk asuransi kerugian yang melindungi tertanggung dari risiko kerugian yang mungkin timbul sehubungan dengan kepemilikan dan pemakaian kendaraan bermotor".

Perusahaan asuransi kerugian yang memasarkan produk asuransi kendaraan bermotor wajib menetapkan tarif premi. Tarif premi yang ditetapkan oleh perusahaan

asuransi kerugian harus bersifat wajar yang tidak memberatkan tertanggung dan tidak bersifat diskriminatif. Tarif premi asuransi kendaraan bermotor dapat dihitung berdasarkan data frekuensi klaim dan besar klaim individu pemegang polis (Tse, 2009). Untuk memperoleh tarif premi asuransi kendaraan bermotor, data frekuensi klaim dan besar klaim tersebut dimodelkan oleh suatu distribusi tertentu. Berdasarkan distribusi yang cocok untuk frekuensi klaim dan besar klaim, tarif premi dapat dihitung dengan jalan mengalikan taksiran ekspektasi frekuensi klaim dan taksiran ekspektasi besar klaim. Salah satu pendekatan statistik yang dapat digunakan untuk menaksir ekspektasi besar klaim adalah pendekatan Bayes. Dalam pendekatan Bayes, parameter yang ada dalam ekspektasi besar klaim ditaksir oleh penaksir yang meminimumkan ekspektasi fungsi rugi. Fungsi rugi itu sendiri adalah suatu fungsi dari penaksir dengan yang ditaksirnya. Ekspektasi besar klaim yang ditaksir melalui pendekatan Bayes disebut sebagai penaksir ekspektasi besar klaim yang optimal (Savchuk dan Tsokos, 2011).

Dalam pendekatan Bayes, salah satu fungsi rugi yang seringkali digunakan oleh para peneliti dan memiliki sejarah aplikasi yang panjang adalah fungsi rugi kuadratik (Savchuk dan Tsokos (2011), dan Samaniego, (2010)). Taksiran parameter melalui pendekatan Bayes dengan fungsi ruginya kuadratik adalah ekspektasi dari distribusi posteriornya. Distribusi posterior adalah distribusi dari parameter apabila data sudah diambil. Ekspektasi dari distribusi posterior ini tidak dapat diperoleh secara eksplisit ketika distribusi bersama antara parameter dan datanya tidak diketahui. Untuk mengatasi hal tersebut, Robbins (1985) menggunakan fungsi linier untuk penaksir yang ada dalam fungsi rugi kuadratik. Fungsi linier tersebut memuat dua nilai yang tidak diketahui dan data. Dua nilai yang tidak diketahui tersebut akan ditaksir berdasarkan data yang diperoleh. Hasil taksiran optimal yang diperolehnya merupakan fungsi dari rata-rata dan varians empirik. Metode penaksiran Bayes ini dikenal sebagai metode Bayes empirik linear (Linear Empirical Bayesian - LEB). Yu dkk. (2012) menerapkan metode LEB untuk menaksir secara optimal ekspektasi besar klaim asuransi kendaraan bermotor dengan asumsi bahwa data besar klaim berdistribusi lognormal. Hasil dari taksiran ekspektasi besar klaim optimalnya diterapkan untuk menghitung tarif premi asuransi kendaraan bermotor di masa mendatang, dimana tarif preminya merupakan hasil perkalian antara taksiran ekspektasi frekuensi klaim dengan taksiran ekspektasi besar klaim yang optimal.

Berdasarkan uraian latar belakang di atas, maka masalah yang dapat diidentifikasi adalah bagaimana taksiran ekspektasi frekuensi klaim, taksiran besar klaim yang optimal dengan menggunakan LEB, dan taksiran tarif premi asuransi kendaraan bermotor di Indonesia di masa yang akan datang berdasarkan hasil taksiran ekspektasi besar klaim yang optimal menggunakan metode LEB dan ekspektasi frekuensi klaim.

B. Tinjauan Pustaka

1. Asuransi Kendaraan Bermotor

Asuransi kendaraan bermotor adalah produk asuransi kerugian yang melindungi tertanggung dari risiko kerugian yang mungkin timbul sehubungan dengan kepemilikan dan pemakaian kendaraan bermotor. Ada dua jenis perlindungan untuk asuransi kendaraan bermotor, yaitu *Total Loss Only* (TLO) dan *Comprehensive* (Komprehensif).

2. Metode Penaksiran

Metode penaksiran parameter secara umum dibagi dua yaitu metode penaksiran klasik dan metode penaksiran Bayes (Walpole dan Myers; 1986). Dalam metode klasik, pengambilan kesimpulan didasarkan sepenuhnya pada informasi yang diperoleh melalui sampel yang diambil dari populasi. Sedangkan metode Bayes menggunakan pengetahuan subjektif terdahulu mengenai distribusi peluang parameter yang tidak diketahui bersama dengan informasi yang diberikan oleh data sampel. Setelah melakukan penaksiran, langkah selanjutnya pengujian hipotesis untuk menyimpulkan sifat populasi melalui sampel.

3. Distribusi untuk Frekuensi Klaim

Frekuensi klaim adalah banyaknya klaim yang dilakukan oleh seorang pemegang polis selama masa asuransinya. Distribusi yang sering digunakan untuk memodelkan data frekuensi klaim diantaranya adalah distribusi Poisson, distribusi binomial negatif, dan distribusi geometrik (Klugman dkk., 2004).

a. Distribusi Poisson

Peubah acak diskrit K dikatakan berdistribusi Poisson dengan fungsi peluangnya sebagai berikut:

$$P(K = k) = p_k = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}, \quad \text{untuk } k = 0, 1, 2, \dots$$

Rata-rata dan varians dari distribusi Poisson adalah:

$$E(K) = \lambda,$$

$$Var(K) = \lambda.$$

b. Distribusi Binomial Negatif

Misalkan bahwa peubah acak K berdistribusi Poisson dengan parameter λ , atau disingkat Poisson (λ). Akan tetapi λ itu sendiri merupakan peubah acak dan diasumsikan berdistribusi gamma, fungsi peluangnya sebagai berikut:

$$P(K = k) = p_k = \binom{k + a - 1}{k} \left(\frac{\tau}{1 + \tau} \right)^a \left(\frac{1}{1 + \tau} \right)^k$$

Rata-rata dan varians dari distribusi binomial negatif adalah:

$$E(K) = \frac{a}{\tau} \quad \dots (2.1)$$

$$V(K) = \frac{a}{\tau} \left(1 + \frac{1}{\tau} \right).$$

4. Distribusi untuk Besar Klaim

Besar klaim adalah besarnya pembayaran yang diberikan oleh perusahaan asuransi untuk menggantikan kerugian yang diklaim oleh pemegang polis. Distribusi yang sering digunakan untuk memodelkan data besar klaim diantaranya adalah distribusi lognormal, distribusi gamma, dan distribusi eksponensial (Klugman dkk., 2004). Dalam bagian ini, salah satu distribusi yang digunakan adalah distribusi lognormal.

Misalkan X merupakan peubah acak yang berdistribusi lognormal dengan fungsi peluang sebagai berikut:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x - \theta}{\sigma} \right)^2 \right]; \quad 0 < x < \infty; \quad -\infty < \theta < \infty; \quad \sigma > 0$$

Fungsi distribusi kumulatif dari distribusi lognormal adalah:

$$F(x) = \Phi\left(\frac{\ln x - \theta}{\sigma}\right); 0 < x < \infty.$$

dimana $\Phi(\cdot)$ adalah notasi untuk fungsi distribusi kumulatif normal baku. Rata-rata dan varians dari distribusi lognormal masing-masing adalah:

$$E(X) = \exp\left(\theta + \frac{1}{2}\sigma^2\right),$$

$$\text{Var}(X) = \exp(2\theta + \sigma^2) [\exp(\sigma^2) - 1].$$

5. Uji Kecocokan Distribusi

Uji kecocokan adalah suatu pengujian hipotesis statistik yang digunakan untuk mengetahui apakah x_1, x_2, \dots, x_n adalah suatu realisasi dari sampel acak X_1, X_2, \dots, X_n yang berdistribusi dengan fungsi distribusi $F(\cdot)$. Uji kecocokan dapat digunakan untuk menguji hipotesis berikut:

H_0 : x_1, x_2, \dots, x_n merupakan realisasi dari sampel acak yang berdistribusi dengan fungsi distribusi $F(\cdot)$.

H_1 : x_1, x_2, \dots, x_n merupakan realisasi dari sampel acak yang berdistribusi dengan fungsi distribusi bukan $F(\cdot)$.

Dalam bagian ini, uji kecocokan distribusi yang akan digunakan adalah uji kecocokan chi-kuadrat untuk frekuensi klaim dan uji kecocokan Anderson-Darling untuk besar klaim.

a. Uji Kecocokan Chi-kuadrat

Statistik uji untuk menguji kecocokan chi-kuadrat untuk kasus data diskrit adalah:

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^l \frac{(n_k - np_k)^2}{np_k}$$

Kriteria pengujianya adalah tolak hipotesis nol jika $\chi^2 \geq \chi_{(\alpha)(l-r-1)}^2$, dimana α menyatakan taraf nyata untuk pengujian dan r menyatakan banyaknya parameter yang ditaksir dari distribusi.

b. Uji Anderson-Darling

Misalkan X_1, X_2, \dots, X_n adalah suatu sampel acak berukuran n . Misalkan juga sampel acak hasil pengurutan dari kecil ke besar adalah $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$. Statistik uji Anderson-Darling adalah:

$$A_n^2 = - \sum_{i=1}^n \left(\frac{2i-1}{n} \right) \left[\ln(F(X_{(i)})) + \ln(1 - F(X_{(n+1-i)})) \right] - n$$

dimana $F(\cdot)$ adalah taksiran fungsi distribusi kumulatif untuk distribusi yang dihipotesiskan. Nilai kritis untuk Anderson-Darling adalah 1,933 untuk taraf nyata $\alpha = 10\%$, 2,492 untuk taraf nyata $\alpha = 5\%$ dan 3,857 untuk taraf nyata $\alpha = 1\%$. (Klugman dkk., 2004). Sedangkan kriteria pengujianya adalah tolak hipotesis nol jika nilai statistik uji A_n^2 lebih besar dari nilai kritis pada taraf nyata yang ditetapkan.

6. Metode Penaksiran Linear Empirical Bayesian

Jika (θ, X) adalah suatu vektor acak. Parameter θ akan ditaksir oleh $\hat{\theta}$ sebagai fungsi dari X sedemikian sehingga meminimumkan $E(\hat{\theta} - \theta)^2$. Untuk kasus tersebut diperoleh penaksir $\hat{\theta} = E(\theta|X)$. Jika distribusi bersama dari (θ, X) tidak diketahui, maka $E(\theta|X)$ tidak dapat diperoleh secara eksplisit. Untuk mengatasi masalah tersebut Robbins (1985) memperkenalkan fungsi linier dari $\hat{\theta}$

yaitu $\hat{\theta}(X) = a + bX$. Misalkan

$$\begin{aligned} \phi(a, b) &= E(\hat{\theta}(X) - \theta)^2 \\ &= E(a + bX - \theta)^2 \\ &= a^2 + b^2E(X^2) + E(\theta^2) + 2abE(X) - 2aE(\theta) - 2bE(\theta X), \end{aligned}$$

Nilai a dan b yang meminimumkan fungsi $\phi(a, b)$ adalah solusi dari kedua persamaan di atas, yaitu

$$a = E(\theta) - bE(X), \quad \text{dan} \quad b = \frac{\text{cov}(\theta, X)}{\text{var}(X)}.$$

Dengan demikian nilai taksiran parameter θ adalah

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(X) &= a + bX \\ &= E(\theta) + \frac{\text{cov}(\theta, X)}{\text{var}(X)}(X - E(X)). \end{aligned}$$

Dengan metode statistika dapat menaksir $E(X)$ dengan \bar{X} dan $\text{Var}(X)$ dengan S^2 . Sehingga diperoleh

$$\hat{\theta} = \left(1 - \frac{\sigma^2}{S^2}\right)X + \frac{\sigma^2}{S^2}\bar{X}$$

7. Prediksi Premi untuk Asuransi Kendaraan Bermotor

Asumsikan peubah acak X berdistribusi lognormal dengan parameter θ dan σ^2 dengan varians diketahui dan fungsi densitasnya adalah:

$$f(x) = \frac{1}{x\theta\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \theta}{\sigma}\right)^2\right]$$

Berdasarkan fungsi densitas di atas, ekspektasi besar klaim yang akan datang adalah:

$$E(X) = \exp\left(\theta + \frac{1}{2}\sigma^2\right) \quad \dots (2.2)$$

Misalkan sejarah klaim asuransinya adalah x_1, x_2, \dots, x_n , dan asumsikan bahwa pengamatan baru saat ini adalah x . Jika besar klaim berdistribusi lognormal dengan dengan parameter θ dan σ^2 , dimana $\ln X \sim N(\theta, \sigma^2)$, maka $E(\ln X|\theta) = \theta$ dan $\text{Var}(\ln X|\theta) = \sigma^2$.

Ketika varians σ^2 diketahui, dapat diperoleh taksiran parameter $\hat{\theta}$ adalah:

$$\begin{aligned} \hat{\theta} &= \left(1 - \frac{\sigma^2}{S^2}\right)X + \frac{\sigma^2}{S^2}\bar{X} \\ &= \left(1 - \frac{\sigma^2}{S^2}\right)\ln x + \frac{\sigma^2}{S^2}\overline{\ln x} \end{aligned}$$

Dari Persamaan (2.2) dapat dihitung ekspektasi besar klaim yang akan datang adalah:

$$E(X) = \exp\left\{\left(1 - \frac{\sigma^2}{S^2}\right)\ln x + \frac{\sigma^2}{S^2}\overline{\ln x} + \frac{\sigma^2}{2}\right\}$$

Berdasarkan taksiran besar klaim di masa datang maka dapat diperoleh prediksi premi bersih di masa datang adalah:

$$P = E(K).E(X) \quad \dots (2.3)$$

dimana: $E(K)$ adalah ekspektasi frekuensi klaim di masa datang bagi seorang pemegang polis, dan $E(X)$ adalah ekspektasi besar klaim di masa datang bagi seorang pemegang polis untuk sekali klaim

C. Hasil dan Pembahasan

1. Hasil Pengujian Kecocokan Distribusi Frekuensi Klaim

Dalam bagian ini akan dilakukan pengujian kecocokan distribusi Poisson pada data frekuensi klaim pemegang polis asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia menggunakan uji kecocokan chi-kuadrat.

Hipotesis untuk pengujian tersebut adalah:

H_0 : Data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia berasal dari populasi yang berdistribusi Poisson.

H_1 : Data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia bukan berasal dari populasi yang berdistribusi Poisson.

Tabel 3.1 Nilai-Nilai yang Dibutuhkan untuk Perhitungan Statistik Uji

Frekuensi Klaim (k)	Banyaknya Pemegang Polis (n_k)	Peluang Terjadinya Klaim (p_k)	Nilai Harapan Terjadinya Klaim (np_k)	$\frac{(n_k - np_k)^2}{np_k}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
0	1.911	0,9851	1851,224	1,9302
1	115	0,0991	204,9953	39,5089
≥ 2	42	0,0056	11,7808	77,5149
Jumlah	2.068	1	2.068	118,9540

Nilai statistik uji chi-kuadrat-nya ada dalam Tabel 3.1 kolom (5) baris terakhir, yaitu 118,9540. Dengan taraf nyata 5%, nilai kuantil distribusi chi-kuadrat dengan derajat bebas 1 ($3 - 1 - 1$) adalah 3,84. Terlihat bahwa nilai statistik ujinya lebih besar dibandingkan dengan kuantilnya ($118,9540 > 3,84$). Dengan demikian hipotesis nol ditolak dan disimpulkan bahwa data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia bukan berasal dari populasi yang berdistribusi Poisson. Dengan demikian diperlukan distribusi lain yang dapat memodelkan data frekuensi klaim pemegang polis asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia. Karena varians sampelnya ($s^2 = 8,3853$) melebihi rata-rata sampelnya ($\bar{k} = 0,1107$), hal ini dikenal dalam statistika sebagai masalah overdispersi. Salah satu distribusi yang mampu menangani masalah overdispersi tersebut adalah distribusi binomial negatif. Untuk itu pada bagian selanjutnya akan dilakukan uji kecocokan distribusi binomial negatif.

Hipotesis untuk pengujian tersebut adalah:

H_0 : Data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia berasal dari populasi yang berdistribusi binomial negatif.

H_1 : Data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia bukan berasal dari populasi yang berdistribusi binomial negatif.

Tabel 3.2 Nilai-Nilai yang Dibutuhkan untuk Perhitungan Statistik Uji

Frekuensi Klaim (k)	Banyaknya Pemegang Polis (n_k)	Peluang Terjadinya Klaim (p_k)	Nilai Harapan Terjadinya Klaim (np_k)	$\frac{(n_k - np_k)^2}{np_k}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
0	1.911	0,9241	1.911,1253	8,2206
1	115	0,0537	111,1594	0,1326
2	21	0,0143	29,6226	2,5098
3	15	0,0048	9,9511	2,5616
≥ 4	6	0,0029	6,1415	0,0032
Jumlah	2.068	1	2.068	5,2075

Nilai statistik uji chi-kuadrat-nya ada dalam Tabel 3.2 kolom (5) baris terakhir, yaitu 5,2075. Dengan taraf nyata 5%, nilai kuantil distribusi chi-kuadrat dengan derajat bebas 2 (5 - 2 - 1), adalah 5,99. Terlihat bahwa nilai statistik ujinya lebih kecil dibandingkan dengan kuantilnya (5,2075 < 5,99). Dengan demikian hipotesis nol diterima dan disimpulkan bahwa data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia berasal dari populasi yang berdistribusi binomial negatif.

2. Hasil Pengujian Kecocokan Distribusi untuk Besar Klaim

Hasil transformasi Box-Cox bahwa data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia berdistribusi normal maka harus ditransformasi dengan logaritma natural. Berdasarkan hal tersebut dapat diduga bahwa data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia berdistribusi lognormal.

Untuk membuktikan data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia berdistribusi lognormal, akan dilakukan uji kecocokan secara formal menggunakan uji Anderson-Darling. Perumusan hipotesisnya yaitu:

H_0 : Data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia berasal dari populasi yang berdistribusi lognormal.

H_1 : Data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia bukan berasal dari populasi yang berdistribusi lognormal.

Dengan bantuan hasil perhitungan yang ada pada Tabel 3.3, dapat dihitung statistik uji Anderson-Darling yaitu:

$$A_n^2 = - \sum_{i=1}^n \left(\frac{2i-1}{n} \right) \left[\ln(F(X_{(i)})) + \ln(1 - F(X_{(n+1-i)})) \right] - n$$

$$= -(-229,245) - 229 = 0,245.$$

Dari hasil perhitungan diperoleh nilai statistik uji Anderson-Darling (AD) yaitu 0,245. Dengan taraf nyata $\alpha = 5\%$, nilai kritisnya adalah 3,857. Terlihat bahwa nilai statistik uji Anderson-Darling di atas lebih kecil dibandingkan dengan nilai kritisnya, sehingga hipotesis nol diterima dan disimpulkan bahwa data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia berasal dari populasi yang berdistribusi lognormal.

Tabel 3.3 Hasil Perhitungan untuk Uji Anderson-Darling

i	$X_{(i)}$	$\hat{F}(X_{(i)})$	$\ln(\hat{F}(X_{(i)}))$	$\ln(1 - \hat{F}(X_{(i)}))$	$\ln(1 - \hat{F}(X_{(n+1-i)}))$	$\frac{2(i) - 1}{n}$	(7)x[(4) + (6)]
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1	75.000	0,0031	-5,7746	-0,0031	-5,1387	0,0044	-0,0477
2	140.000	0,0125	-4,3799	-0,0126	-4,5362	0,0131	-0,1168
3	150.000	0,0144	-4,2394	-0,0145	-4,4581	0,0218	-0,1899
4	170.000	0,0185	-3,9914	-0,0186	-4,3371	0,0306	-0,2546
5	189.400	0,0227	-3,7844	-0,0230	-4,1455	0,0393	-0,3117
6	222.000	0,0304	-3,4919	-0,0309	-4,1387	0,0480	-0,3665
7	225.000	0,0312	-3,4679	-0,0317	-3,5582	0,0568	-0,3989
8	247.120,2	0,0368	-3,3024	-0,0375	-3,4199	0,0655	-0,4403
9	250.000	0,0375	-3,2823	-0,0383	-3,1230	0,0742	-0,4755
10	269.800	0,0428	-3,1519	-0,0437	-3,0742	0,0830	-0,5166
11	290.000	0,0483	-3,0314	-0,0495	-2,9658	0,0917	-0,5500

12	305.399	0,0525	-2,9467	-0,0539	-2,9506	0,1004	-0,5923
13	305.399	0,0525	-2,9467	-0,0539	-2,9052	0,1092	-0,6389
14	340.700	0,0625	-2,7725	-0,0645	-2,8744	0,1179	-0,6658
15	384.610	0,0753	-2,5869	-0,0782	-2,6584	0,1266	-0,6643
:							
225	35.120.000	0,9842	-0,0160	-4,1455	-0,0230	1,9607	-0,0764
226	38.620.250	0,9869	-0,0132	-4,3371	-0,0186	1,9694	-0,0626
227	40.954.722	0,9884	-0,0117	-4,4581	-0,0145	1,9782	-0,0518
228	42.516.655	0,9893	-0,0108	-4,5362	-0,0126	1,9869	-0,0464
229	56.067.000	0,9941	-0,0059	-5,1387	-0,0031	1,9956	-0,0179
						Jumlah	-229,245

3. Hasil Penaksiran Besar Klaim Menggunakan LEB

Dalam bagian ini akan dilakukan perhitungan taksiran besar klaim yang optimal asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia di masa datang dengan menggunakan teori LEB. Dalam perhitungannya, teori LEB ini membutuhkan nilai parameter σ^2 . Nilai σ^2 dihitung berdasarkan data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia pada tahun sebelumnya (tahun 2010), diperoleh masing-masing nilainya:

$$\ln x = 14,6698.$$

dan

$$\sigma^2 = 1,4300$$

Langkah selanjutnya adalah menghitung rata-rata dan varians dari data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia pada tahun 2011 yang dilogaritmanaturalkan, hasilnya adalah:

$$\ln x = 14,6698.$$

dan

$$s^2 = 1,5844.$$

Selanjutnya adalah menghitung nilai logaritma natural data pengamatan terakhir besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia. Nilai tersebut adalah $\ln(1.975.000) = 14,4960$.

Berdasarkan hasil-hasil perhitungan di atas, maka taksiran parameter θ yang ada dalam rumus ekspektasi besar klaim yang optimal adalah:

$$\begin{aligned}\hat{\theta} &= \left(1 - \frac{\sigma^2}{s^2}\right) \ln x + \frac{\sigma^2}{s^2} \overline{\ln x} \\ &= \left(1 - \frac{1,43}{14,6802}\right) 14,4960 + \frac{1,43}{14,6802} 14,6698 \\ &= 14,6528.\end{aligned}$$

Dengan menggunakan penaksir parameter θ di atas dan dengan menggunakan rumus pada Persamaan (2.2), maka nilai taksiran ekspektasi besar klaim yang optimal di masa yang akan datang adalah:

$$\begin{aligned}E(X) &= \exp\left(\theta + \frac{1}{2}\sigma^2\right) \\ &= \exp\left(14,6528 + \frac{1,43}{2}\right) \\ &= 4.722.483.\end{aligned}$$

Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa taksiran ekspektasi besar klaim yang optimal di masa yang akan datang untuk asuransi kendaraan bermotor

kategori 7 di Indonesia adalah sebesar Rp. 4.722.483. setiap kali klaim.

4. Hasil Perhitungan Premi di Masa Datang

Berdasarkan hasil pengujian kecocokan distribusi untuk frekuensi klaim, distribusi yang cocok untuk data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia adalah distribusi binomial negatif dengan nilai taksiran parameternya $\hat{\alpha} = 0,1225$ dan $\hat{\tau} = 1,1061$. Dengan menggunakan Persamaan (2.1), maka taksiran ekspektasi frekuensi klaimnya adalah:

$$E(K) = \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\tau}} = \frac{0,1225}{1,1061} = 0,1107.$$

Ini menunjukkan bahwa ekspektasi frekuensi atau banyaknya klaim seorang pemegang polis di masa yang akan datang adalah sebesar 0,1107.

Berdasarkan hasil pengujian kecocokan distribusi untuk besar klaim, distribusi yang cocok untuk data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia adalah distribusi lognormal dengan nilai taksiran parameter $\hat{\theta} = 14,6698$ dan $\hat{\sigma}^2 = 1,5844$. Dengan menggunakan Persamaan (2.2), maka ekspektasi besar klaim yang optimal adalah:

$$\begin{aligned} E(X) &= \exp\left(\hat{\theta} + \frac{1}{2}\sigma^2\right) \\ &= \exp\left(14,6528 + \frac{1,4300}{2}\right) \\ &= 4.722.483. \end{aligned}$$

Ini menunjukkan bahwa taksiran ekspektasi besar klaim yang optimal di masa yang akan datang untuk asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia adalah sebesar Rp. 4.722.483. setiap kali klaim.

Berdasarkan hasil pengolahan data frekuensi klaim dan besar klaim yang optimal asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia, maka taksiran premi optimal di masa yang akan datang dapat dihitung dengan menggunakan Persamaan (2.3). Hasil taksiran premi optimal di masa yang akan datangnya adalah:

$$\begin{aligned} P &= E(K) \times E(X) \\ &= 0,1107 \times 4.722.483 = 522.944,2. \end{aligned}$$

Ini menunjukkan bahwa premi (premi bersih) di masa yang akan datang yang dibebankan ke seorang pemegang polis asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia oleh perusahaan asuransi adalah sebesar Rp. 522.944,2. Nilai ini bukan nilai premi sebenarnya yang dibayarkan oleh pemegang polis ke perusahaan asuransi, karena nilai tersebut murni dihitung dari data klaim pemegang polis. Untuk dapat menghitung nilai premi yang sebenarnya yang dibayarkan oleh pemegang polis diperlukan data biaya-biaya lain yang dibebankan ke pemegang polis. Biaya-biaya ini diantaranya adalah gaji karyawan, sewa gedung, pajak, dan lain-lain.

D. Kesimpulan

Dalam skripsi ini telah dibahas penaksiran besar klaim optimal menggunakan metode *Linear Empirical Bayesian* (LEB) yang diaplikasikan untuk perhitungan premi murni asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia. Berdasarkan hasil dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa:

1. Distribusi yang cocok untuk data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia adalah distribusi binomial negatif, dengan taksiran ekspektasi frekuensi klaimnya adalah 0,1107. Artinya jika terdapat 10.000

- pemegang polis asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia di masa datang, maka akan ada sebanyak 1.107 klaim yang diajukan oleh pemegang polis.
2. Distribusi yang cocok untuk data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia adalah distribusi lognormal. Distribusi lognormal ini merupakan distribusi dugaan hasil dari transformasi Box-Cox. Taksiran ekspektasi besar klaim yang optimal di masa akan datang dengan menggunakan metode penaksiran *Linear Empirical Bayesian* adalah sebesar Rp. 4.722.483. Artinya jika seorang pemegang polis asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia mengajukan klaim di masa datang, maka harapan besar klaim pemegang polis tersebut adalah sebesar Rp. 4.722.483.
 3. Taksiran tarif premi bersih asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia di masa yang akan datang adalah sebesar Rp. 522.944,2. Artinya bahwa premi (premi bersih) yang dibebankan ke seorang pemegang polis asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia oleh perusahaan asuransi adalah sebesar Rp. 522.944,2.

Daftar Pustaka

- Klugman, S.A., Panjer, H.H., dan Wilmot, G. (2004). *Loss Models. From data to decisions*. Willey-Interscience, New York.
- Law. A.M. dan Kelton. W.D. (1991). *Simulation Modeling and Analysis*. Edisi Kedua. McGraw-Hill Inc., New York.
- Lemaire, J., (1995), *Bonus-Malus Systems in Automobile Insurance*, Boston/ Dordrecht/ London: Kluwer Academic publishers.
- Republik Indonesia (2007), Peraturan Menteri Keuangan Nomor 74/PMK.010/2007, Pasal 1 Ayat (2), Jakarta.
- Robbins, H. (1985), *Linear Empirical Bayes Estimation of Means and Variances*, *Proc Natl Acad Sci USA*, 88, 1571-1574
- Samaniego, F. J. (2010). *A Comparison of the Bayesian and Frequentist Approaches to Estimation*. Springer, New York, USA.
- Savchuk, V. P., Tsokos, C. P. (2011). *Bayesian Theory and Methods with Applications*. Atlantis Press, Paris, Prancis.
- Walpole, R.E. (1986), Myers, R.H., *Pengantar Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan*, Bandung : ITB.
- Yiu-Kuen Tse. (2009). *Nonlife Actuarial Models: Theory, Methods, and Evaluation*. Cambridge University Press, UK.
- Yu, Q. (2012), *The Study about Automobile Insurance Based on Linear Empirical Bayesian Estimation*, *Applies Mathematics*, 3, 360-363.