

Diagram Kontrol Simpangan Baku Robust

¹Azka Fatharani, ²Suwanda, ³Suliadi

^{1,2,3}Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung,
Jl. Tamansari No. 1 Bandung 401166

e-mail : ¹azkafatharani@gmail.com, ²wanda_100358@yahoo.co.id, ³suliadi@gmail.com

Abstrak. Diagram kontrol simpangan baku σ merupakan salah satu diagram kontrol variabel yang digunakan untuk mengontrol dispersi proses. Diagram kontrol ini dibangun dengan asumsi bahwa data berdistribusi normal dengan rata-rata μ dan varians σ^2 . Pada fase I, diagram kontrol simpangan baku dibentuk oleh simpangan baku yang ditaksir oleh data yang diambil selama k periode dengan masing-masing berukuran n . Terdapat 3 penaksir simpangan baku yang didasarkan pada \bar{s} , \bar{R} dan \tilde{s} . Jika terdapat data outlier, penaksir-penaksir simpangan baku tersebut dapat terganggu, sehingga diagram kontrol simpangan baku kinerjanya menjadi kurang baik. Dalam penelitian ini akan dibangun diagram kontrol simpangan baku fase I yang bersifat robust yang akan berfungsi untuk menyaring data sehingga diperoleh penaksir simpangan baku yang bersifat robust melalui metode \bar{R}^s dan $\overline{MD}^{i,s}$. Hasil penaksir robust pada fase I ini digunakan untuk mengontrol proses fase selanjutnya (fase II). Metode ini diimplementasikan pada data kekuatan benang yang Pt. World Yamatex Spinning Mills II Kabupaten Karawang. Hasil penelitian menunjukkan tampak bahwa penaksir \tilde{s} lebih besar dari \bar{R}^s dan $\overline{MD}^{i,s}$.

Kata Kunci: Diagram Kontrol, Simpangan Baku, Simpangan Baku Robust, *Outlier*, Fase I.

A. Pendahuluan

Perusahaan dapat dikatakan berhasil jika perusahaan tersebut mampu bersaing di pasar. Apalagi kini di era pasar bebas persaingan semakin ketat yang menyebabkan perusahaan berlomba-lomba untuk meningkatkan kualitas produk. Dengan demikian, perusahaan harus selalu memperhatikan dan memantau kualitas produksinya agar menghasilkan produk yang berkualitas tinggi berdasarkan standar yang ada maupun berdasarkan persyaratan konsumen. Konsumen selalu ingin mendapatkan produk dalam keadaan sangat baik atau produk barang hasil produksi yang akan dibelinya tidak mempunyai kerusakan.

Perusahaan harus selalu berusaha melindungi dan menjaga kualitas barang yang dihasilkannya sehingga konsumen mendapat kepuasan atas nilai guna dan produsen mendapat kepuasan atas imbalan yang memberikan keuntungan. Untuk menjaga kualitas barang hasil produksi supaya berada dalam batas-batas tertentu harus diusahakan bahwa mesin, manusia, material dan metode yang digunakan dalam pembuatan barang hasil produksi tidak mengalami perubahan yang cukup berarti (Muchlis, 2010). Akan tetapi walaupun usaha-usaha tersebut telah dilakukan, kualitas produksi selalu bervariasi.

Salah satu cara untuk memonitor proses produksi adalah dengan menggunakan ilmu statistika atau lebih dikenal dengan sebutan *statistical process control (SPC)*. *SPC* adalah kumpulan alat-alat yang digunakan untuk mencapai stabilitas proses dan meningkatkan kemampuan melalui pengurangan variabilitas. Diagram kontrol adalah salah satu alat *SPC* yang paling banyak digunakan dalam industri manufaktur dalam memonitor proses (Montgomery, 2012). Berdasarkan karakteristik data yang diamati, diagram kontrol dapat dikelompokkan menjadi dua macam yaitu diagram kontrol untuk data dalam bentuk variabel dan diagram kontrol untuk data dalam bentuk atribut.

Diagram kontrol yang digunakan untuk data dalam bentuk variabel diantaranya adalah diagram kontrol rata-rata \bar{X} sebagai alat untuk pengontrolan parameter lokasi

(μ), diagram kontrol rentang (R) dan diagram kontrol simpangan baku (s) sebagai alat untuk pengontrolan parameter dispersi (σ). Diagram kontrol yang digunakan untuk data dalam bentuk atribut diantaranya adalah diagram kontrol proporsi (p), diagram kontrol jumlah cacat (np), diagram kontrol cacat per unit (c) dan diagram kontrol jumlah cacat per unit (u). Dalam skripsi ini, pembahasan akan difokuskan pada pembentukan diagram kontrol s untuk fase I dengan ukuran sampel $n > 1$ pada setiap periode.

Pada praktiknya, pembentukan diagram kontrol s pada fase I diawali dengan menaksir parameter σ . Ada tiga penaksir yaitu \bar{R} , \bar{s} dan \tilde{s} yang ketiganya dikalikan konstanta tertentu untuk mendapatkan penaksir takbias bagi σ . Diantara ketiganya, \tilde{s} merupakan penaksir yang paling efisien (Mahmoud dkk,2010). Namun demikian ketiga penaksir tersebut nilainya dipengaruhi oleh data outlier, yang menyebabkan ketiga penaksir tersebut tidak robust. Hal ini akan mengakibatkan kesalahan penarikan kesimpulan berdasarkan diagram kontrol s yang terbentuk pada fase I. Misalnya yang seharusnya *out of control* dinyatakan *in control* atau sebaliknya.

Berdasarkan hal tersebut diperlukan diagram kontrol s robust terhadap data outlier. Ada beberapa penaksir σ yang robust terhadap data *outlier* yaitu penaksir robust $D7$ (Tatum, 1997), penaksir robust \bar{R}^s (Rocke, 1989) dan penaksir *adaptive trimmer* (\overline{MD}^s , \overline{MD}^i dan $\overline{MD}^{i,s}$). Dalam hal pengontrolan parameter dispersi, penaksir *adaptive trimmer* $\overline{MD}^{i,s}$ mempunyai kinerja terbaik. (Schoonhoven dan Does, 2012).

Berdasarkan latar belakang di atas rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana prosedur pembentukan diagram kontrol s robust berdasarkan penaksir robust $\overline{MD}^{i,s}$, implementasinya pada data kekuatan benang yang diproduksi Pt. World Yamatex Spinning Mills II Kabupaten Karawang dan nilai penaksir robust $\overline{MD}^{i,s}$ jika dibandingkan dengan nilai penaksir robust \bar{R}^s dan nilai penaksir efisien \tilde{s} . Tujuannya adalah mengetahui ketiga hal tersebut.

B. Kajian Pustaka

1. Outlier

Setiap statistisi terapan yang telah menganalisis sejumlah set data real kemungkinan telah menemukan 'outlier'. Barnett dan Lewis (1994) menyatakan Outlier : Pengamatan atau sebagian pengamatan yang tampak tidak konsisten dengan himpunan data sisanya. *Outlier* dapat berasal dari distribusi yang sama dengan data yang lainnya atau dari distribusi lain (kontaminan). Suatu metode untuk mendeteksi *outlier* adalah dengan menggunakan box plot. Boxplot merupakan ringkasan distribusi sampel yang disajikan secara grafis yang bisa menggambarkan bentuk distribusi data (*skewness*), ukuran tendensi sentral dan ukuran penyebaran (keragaman) data pengamatan. Terdapat ukuran statistik yang bias kit abaca dari boxplot yaitu nilai minimum, kuartil pertama, median, kuartil ketiga, nilai maksimum, pagar dalam (*inner fence*), pagar luar (*outer fence*) dan boxplot juga dapat menunjukkan ada tidaknya nilai outlier dan nilai ekstrim dari data pengamatan. Nilai pagar dalam (*inner fence*) dan pagar luar (*outer fence*) yang dihitung sebagai berikut:

inner fence:

$$H_L - (1.5 \times H - \text{spread})$$

$$H_U + (1.5 \times H - \text{spread})$$

outer fence:

$$H_L - (3 \times H - \text{spread})$$

$$H_U + (3 \times H - \text{spread})$$

dimana H_L = kuartil ke-1 (Q_1), H_U = kuartil ke-3 (Q_3) dan $H\text{-spread}(IQR) = Q_3 - Q_1$

2. Diagram Kontrol

Diagram kontrol merupakan suatu teknik yang dikenal sebagai metode grafik yang di gunakan untuk mengevaluasi apakah suatu proses berada dalam pengendalian kualitas secara statistik atau tidak sehingga dapat memecahkan masalah dan menghasilkan perbaikan kualitas.. Tujuan dari perancangan program aplikasi diagram kontrol ini adalah untuk melihat sejauh mana tingkat keberhasilan suatu proses produksi sehingga tat dijadikan pedoman dalam mengarahkan perusahaan kearah pemenuhan spesifikasi konsumen.

Diagram kontrol merupakan alat SPC yang paling penting yang digunakan untuk mendeteksi ketika proses dalam keadaan tidak terkendali (*out of control*). Diagram kontrol adalah gambar sederhana dengan tiga garis, yaitu garis tengah (*center line*), garis batas atas/UCL (*Upper Control Limit*) dan garis batas bawah/LCL (*Lower Control Limit*). Diagram kontrol merupakan suatu alat dalam mengendalikan proses, yang bertujuan untuk menentukan suatu proses berada dalam pengendalian statistik, memantau proses terus-menerus sepanjang waktu agar proses tetap stabil secara statistik dan hanya mengandung variasi penyebab umum, serta menentukan kemampuan proses (*process capability*).

2.1 Kriteria Tidak Terkontrol

Batas-batas pengendali ini dipilih sedemikian sehingga apabila proses terkendali, hampir semua titik-titik sampel akan jatuh di antara kedua garis itu. Meskipun semua titik-titik terletak di dalam batas kendali, belum tentu proses tersebut terkendali. Untuk menentukan statistik tidak terkendali ini, diagram kontrol dibagi menjadi 3 zona yang diukur dalam satuan simpangan baku(σ) antara garis tengah dengan batas kontrol.

Menurut Kiemele dkk (2000) ada 7 gejala-gejala diagram kontrol dikatakan tidak terkendali, yaitu terdapat 1 atau lebih titik yang berada di luar batas kontrol, 7 titik berturut-turut berada di sisi yang sama dari garis tengah, 7 titik berturut-turut membentuk tren meningkat atau menurun, 2 dari 3 titik secara berturut-turut jatuh di zona A atau lebih, di sisi yang sama dari garis tengah, 4 dari 5 titik secara berturut-turut jatuh di zona B atau lebih, di sisi yang sama dari garis tengah, 14 titik berturut-turut naik dan turun secara bergantian dan 14 titik berturut-turut jatuh di zona C.

3. Diagram Kontrol Variabel

Data variabel bersifat kontinu (*continuous distribution*). Data ini diukur dalam satuan-satuan kuantitatif. Ketika kita mempunyai data variabel terdapat dua ukuran yang dikontrol yaitu lokasi dan statistik dari distribusi. Untuk data distribusi normal lokasi oleh \bar{X} dan statistik oleh s dan R . Pada bagian selanjutnya hanya akan dibahas diagram kontrol statistik dengan menggunakan simpangan baku(σ). Untuk mengontrol simpangan baku, diperlukan sampel yang diambil dalam beberapa periode. Andaikan ukuran sampelnya n dan banyaknya periode k .

4. Diagram Kontrol Simpangan Baku (σ)

Andaikan X adalah karakteristik mutu yang menjadi perhatian, berdistribusi normal dengan rata-rata μ dan variansnya σ^2 atau ditulis $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Dispersi proses akan dikontrol oleh simpangan baku (σ) dengan cara mengambil sampel berukuran n yaitu X_1, X_2, \dots, X_n , pada masing-masing periode. Secara umum batas-batas kontrol *Shewhart* 3σ dengan menggunakan statistik \bar{Y} (fungsi dari sampel acak) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 BKA &= E(Y) + 3\sqrt{\text{Var}(Y)} \\
 \text{Pusat} &= E(Y) \\
 BKB &= E(Y) - 3\sqrt{\text{Var}(Y)}
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

Dalam praktiknya untuk mengontrol simpangan baku (σ) Y dapat berupa simpangan baku sampel (s) atau rentang I . Untuk diagram kontrol R dan s akan dibahas pada subbab berikutnya.

5. Diagram Kontrol R

Dapat ditunjukkan bahwa rata-rata dan varians dari R masing-masing sebagai berikut:

$$E(R) = d_2\sigma \text{ dan } V(R) = d_3^2\sigma^2$$

Dari sampel-sampel akan menghasilkan penaksir takbias bagi σ yaitu $\frac{\bar{R}}{d_2}$.

Sehingga batas-batas kontrol akan menjadi:

$$\begin{aligned}
 BKA &= \bar{R} + 3d_3 \frac{\bar{R}}{d_2} = D_4\bar{R} \\
 \text{Pusat} &= \bar{R} \\
 BKB &= \bar{R} - 3d_3 \frac{\bar{R}}{d_2} = D_3\bar{R}
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

dimana $\bar{R} = \sum_{i=1}^k \frac{R_i}{k}$, $R_i = \text{maks}(x_{ij}) - \text{min}(x_{ij})$; $i=1,2,\dots,k$ dan $j=1,2,\dots,n$

6. Diagram Kontrol s

Rata-rata dan varians dari s masing-masing adalah:

$$E(s) = c_4\sigma \text{ dan } V(s) = \sigma^2(1 - c_4^2)$$

Dari sampel-sampel akan menghasilkan penaksir takbias bagi σ yaitu $\frac{\bar{s}}{c_4}$. Sehingga batas-batas kontrol akan menjadi:

$$\begin{aligned}
 BKA &= \bar{s} + 3 \frac{\bar{s}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} = B_4\bar{s} \\
 \text{Pusat} &= \bar{s} \\
 BKB &= \bar{s} - 3 \frac{\bar{s}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} = B_3\bar{s}
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$

dimana: $\bar{s} = \frac{\sum_{i=1}^k s_i}{k}$...(2.4)

$$s_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_{ij} - \bar{x})^2 \tag{2.5}$$

Walaupun $\frac{\bar{s}}{c_4}$ dan $\frac{\bar{R}}{d_2}$ adalah penaksir takbias bagi σ akan tetapi menurut Mahmoud dkk (2010) bahwa penaksir σ yang didasarkan pada \tilde{s} lebih efisien (variens minimum) daripada yang didasarkan pada \bar{s} dan \bar{R} ketika distribusi normal dipenuhi.

Penaksir takbias dari σ dengan didasarkan pada \tilde{s} yaitu:

$$\hat{\sigma} = \frac{\tilde{s}}{c_4(m)}$$

dengan:

$$\tilde{s} = \left(\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k s_i^2 \right)^{1/2} \tag{2.6}$$

dimana s_i adalah akar kuadrat dari Persamaan (2.5) dan $c_4(m) = \left(\frac{2}{m-1} \right)^{1/2} \frac{\Gamma(\frac{m}{3})}{\Gamma[\frac{(m-1)}{2}]}$

dengan $m = k(n-1) + 1$

Persamaan (2.2) dan Persamaan (2.3) untuk mengontrol simpangan baku

(σ) ditulis secara umum sebagai berikut:

$$\begin{aligned} BKA &= U_n \hat{\sigma} \\ BKB &= L_n \hat{\sigma} \end{aligned} \quad \dots(2.7)$$

Persamaan (2.7) akan digunakan untuk pengontrolan proses pada fase I. Pada fase I, sekumpulan data dikumpulkan dan dianalisis dalam analisis retrospektif, yaitu menciptakan batas kontrol percobaan untuk menentukan apakah proses tetap berada dalam kontrol selama selang waktu di mana data dikumpulkan. Dan juga untuk melihat apakah batas kontrol tersebut layak dan dapat digunakan untuk memantau produksi selanjutnya. Telah disinggung bahwa apabila terjadi *outlier* akan menyebabkan kinerja diagram kontrol R dan s berkurang dengan ditandai oleh mengecilnya nilai ARL_0 dan atau membesarnya nilai ARL_1 , karena R dan s bukan penaksir robust bagi σ . Untuk menanggulangi kedua hal tersebut maka digunakan penaksir robust dari σ . Terdapat beberapa metode penaksir robust untuk simpangan baku. Tetapi pada penelitian ini hanya fokus pada penaksir robust *adaptive trimmer* yaitu \overline{MD}^s , \overline{MD}^i dan $\overline{MD}^{i,s}$. Menurut Schoonhoven dan Does (2012) $\overline{MD}^{i,s}$ yang memberikan kinerja terbaik.

7. Diagram Kontrol Simpangan Baku Robust

Secara umum batas-batas diagram kontrol s robust batas-batasnya sama seperti pada Persamaan (2.18) dengan menentukan penaksir robust bagi σ . Ada 3 cara untuk menentukan penaksir robust *adaptive trimmer* bagi σ yaitu \overline{MD}^s , \overline{MD}^i dan $\overline{MD}^{i,s}$. Kelebihan dari penaksir *adaptive trimmer* tidak sensitif terhadap *outlier* jika dibandingkan dengan R . Schoonhoven dan Does (2012) mengajukan sebuah metode $\overline{MD}^{i,s}$ yang bersifat sebagai diagram pengganti diagram kontrol s ketika terdapat data outlier. Pada subbab selanjutnya akan dibahas mengenai Prosedur Penaksir $\overline{MD}^{i,s}$. Prosedurnya akan dijelaskan sebagai berikut:

7.1 Prosedur Penaksir \overline{MD}^s

1. Tentukan deviasi dari median untuk masing-masing subgrup

$$MD_i = \frac{\sum_{j=1}^n |x_{ij} - M_i|}{n}, \quad i=1,2,\dots,k \quad \dots(2.8)$$

Hitung rata-rata MD_i

$$\overline{MD} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k MD_i \quad \dots(2.9)$$

dimana, k = banyaknya subgrup

Penaksir takbias dari σ adalah $\frac{\overline{MD}}{t_2(n)}$ dimana $t_2(n) = E \left[\frac{MD}{\sigma} \right]$

Karena sulit menghitung $E[MD]$ maka dilakukan secara simulasi, $t_2(n)$ (Riaz dan Saghri, 2009). Penaksir robust dari σ dinotasikan oleh \overline{MD}^s , yaitu:

$$\overline{MD}^s = \frac{\overline{MD}}{t_2(n)} \quad \dots(2.10)$$

Batas-batas kontrol penaksir \overline{MD}^s seperti pada Persamaan (2.18) dengan mengganti $\hat{\sigma}$ dengan Persamaan (2.21). Ulangi hingga dalam keadaan terkontrol.

7.2 Prosedur Penaksir \overline{MD}^i

1. Hitung residu dengan mengurangkan median subgrup dengan datanya

$$e_{ij} = x_{ij} - M_i \quad \dots(2.11)$$

hal ini dilakukan untuk menjamin bahwa variabilitas diukur *within* bukan *between*

2. Buat diagram individu dari Langkah 1, dengan batas-batas diagram kontrol dari Persamaan (2.11) yaitu:

$$BKA = 3\overline{MD} \quad \dots(2.12)$$

$$BKB = -3\overline{MD}$$

dengan \overline{MD} seperti pada Persamaan (2.9)

3. Residu yang jatuh keluar dari batas kontrol Persamaan (2.12) dibuang. Kemudian, prosedur diulang.
4. Setelah data *in-control* semua, dari data yang tersisa, hitung:

$$MD_i^i = \frac{\sum_{j=1}^k |x_{ij} - M_i|}{n_i} \quad \dots(2.13)$$

5. Penaksir robust dari σ dinotasikan oleh \overline{MD}^i , yaitu

$$\overline{MD}^i = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k MD_i^i \quad \dots(2.14)$$

6. Batas-batas kontrol penaksir \overline{MD}^i seperti pada Persamaan (2.18) dengan mengganti $\hat{\sigma}$ dengan Persamaan (2.25). Ulangi hingga dalam keadaan terkontrol.

7.3 Prosedur Penaksir $\overline{MD}^{i,s}$

1. Penaksir awal σ ditentukan oleh \overline{MD} seperti pada Persamaan (2.9).
2. Penaksir Langkah 1 digunakan untuk membuat batas-batas kontrol simpangan baku sehingga data subgroup dapat disaring.
3. Gunakan $\frac{IQR}{d_{IQR}(n)}$ yang diplotkan pada *control limit* dengan batas-batas kontrol :

$$BKA = U_n \frac{\overline{MD}}{t_2(n)} \quad \dots(2.15)$$

$$BKB = L_n \frac{\overline{MD}}{t_2(n)}$$

Nilai U_n dan L_n terdapat dalam Schoonhoven dan Does(2012). Sedangkan untuk nilai IQR didapat dengan menghitung:

$$IQR = Q_3 - Q_1 \quad \dots(2.16)$$

Sebagai contoh, jika $n = 5$ maka nilai $IQR = x_{(4)} - x_{(2)}$ dimana $d_{IQR}(4) = 0.594$, $d_{IQR}(5) = 0.990$ dan $d_{IQR}(9) = 1.144$ (Schoonhoven dan Does, 2012).

4. Ulangi Langkah 3 hingga semua subgroup dalam keadaan terkontrol.
5. Lakukan pembuatan diagram kontrol individu dari subgroup yang sudah terkontrol dengan batas-batasnya adalah:

$$BKA = U_n \times \overline{MD} \quad \dots(2.17)$$

$$BKB = L_n \times \overline{MD}$$

dengan \overline{MD} seperti pada Persamaan (2.9) nilai U_n dan L_n tercantum pada terdapat dalam Schoonhoven dan Does(2012).

6. Residual yang keluar dari batas-batas kontrol dibuang, lalu ulangi Langkah 5 sampai terkontrol.

C. Bahan dan Metode

Bahan yang digunakan adalah data sekunder tentang pengontrolan kekuatan benang(cN.cm) diproduksi Pt. World Yamatex Spinning Mills II Kabupaten Karawang

Pengontrolan dilakukan dengan cara mengambil sampel selama 20 periode dengan masing-masing berukuran 5. Data ini hanya akan digunakan untuk mengontrol dispersi proses melalui simpangan baku dengan diagram kontrol fase I karena tidak ada informasi tentang data pengontrolan sebelumnya atau nilai parameter dari dispersi. Penaksir yang didapat dalam metode ini akan dijadikan penaksir σ untuk proses berikutnya.

Tabel 3.1 Data Pengontrolan Benang Pt. Yamatex Spinning Mills Kabupaten Karawang

Subgrup	Kekuatan Benang				
	1	2	3	4	5
1	673.1	668.28	669.43	673.54	670.14
2	674.31	669.91	674.82	670.57	673.38
3	674.31	669.91	674.82	670.57	673.38
4	674.63	674.12	669.08	669.52	674.51
5	670.85	672.19	669.45	674.06	672.05
6	651.94	652.37	669.43	669.83	671.07
7	672.91	669.23	625.35	672.74	679.65
8	671.95	671.22	671.42	669.25	670.88
9	674.31	678.21	673.48	671.15	669.73
10	674.6	670.45	671.87	673.86	673.87
11	671.8	671.21	669.89	652.47	671.35
12	669.5	671.73	668.83	669.97	672.27
13	671.4	664.36	670.6	667.35	670.01
14	674.65	665.92	666.5	674.83	666.15
15	670.42	673.96	669.33	674.75	673.42
16	669.6	670.05	673.14	673.46	670.27
17	725.65	669.44	668.54	667.07	667.36
18	669.41	669.89	674.73	674.79	669.41
19	674.54	673	670.51	673.53	667.59
20	672.28	672.09	667.52	671.74	671.32

Sumber: Dwidaman(2010)

Adapun langkah-langkah analisis dalam rangka pengontrolan proses produksi yaitu sebagai berikut:

1. Lakukan uji normalitas menggunakan kolmogorov-smirnov
2. Deteksi outlier menggunakan box plot.
3. Jika tidak terdapat outlier gunakan diagram kontrol pada Persamaan (2.3). Jika terdapat outlier gunakan diagram kontrol simpangan baku robust seperti pada langkah berikutnya.
4. Hitung deviasi data pengamatan terhadap median untuk masing-masing subgrup dengan Persamaan (2.8).
5. Hitung rata-rata deviasi data pengamatan terhadap median menggunakan Persamaan (2.9).
6. Hitung interquartile range (IQR) dengan menggunakan Persamaan (2.16).
7. Gunakan $\frac{IQR}{d_{IQR}(n)}$ untuk diplotkan pada batas-batas kontrol.
8. Tentukan batas-batas kontrol untuk menjaring subgrup dengan Persamaan (2.14).
9. Ulangi hingga semua subgrup dalam keadaan terkontrol.
10. Hitung residual dengan menggunakan Persamaan (2.11) yang akan diplotkan pada batas-batas kontrol.
11. Lakukan pembuatan diagram kontrol individu dari subgrup yang sudah terkontrol dengan batas-batasnya seperti pada Persamaan (2.15).
12. Ulangi Langkah 10 dan 11 sampai dalam keadaan terkontrol.
13. Batas-batas kontrol yang diperoleh di Langkah 12 dapat digunakan untuk

pengontrolan proses berikutnya.

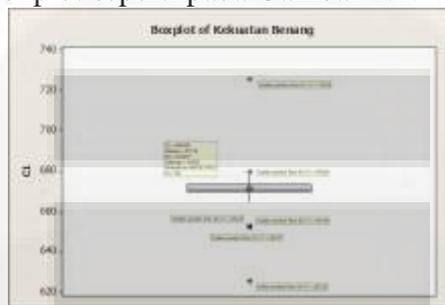
14. Penaksir σ akan digunakan juga dengan \bar{s} dan dengan \bar{R}^s untuk dibandingkan dengan penaksir robust $\overline{MD}^{i,s}$.

Analisis dilakukan menggunakan bantuan *software* Microsoft Office Excel 2007 dan Minitab 16.

D. Hasil dan Pembahasan

Tahap pertama melakukan uji normalitas data pada Tabel 1. Kemudian identifikasi apakah terdapat outlier dalam data. Jika dalam data terdapat outlier maka dilakukan pembentukan diagram kontrol simpangan baku robust $\overline{MD}^{i,s}$ sesuai dengan tujuan yang akan dicapai.

Setelah dilakukan uji normality, hasil menunjukkan bahwa nilai statistik uji KS sebesar 0.288 dan p -value sebesar 0.010. Dengan menggunakan nilai $\alpha=0.1$, maka kita putuskan untuk menolak H_0 karena p -value $< \alpha$ sehingga dapat disimpulkan bahwa data kekuatan benang tidak berasal dari suatu populasi berdistribusi normal. Ketidaknormalan ini diindikasikan karena adanya data outlier oleh karena itu untuk mendeteksinya gunakan boxplot seperti pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Boxplot Data Kekuatan Benang Pt. Yamatex Spinning Mills II Kabupaten Karawang

Dapat dilihat pada Gambar 1 bahwa tampak terdapat 6 pengamatan yang tergolong sebagai data outlier. Jika pengamatan tersebut dibuang dan data sisanya dites ulang kenormalan datanya akan diperoleh nilai statistik uji KS adalah 0.081 dan p -value sebesar 0.129. Dengan menggunakan nilai $\alpha=0.1$, maka kita putuskan untuk menerima H_0 karena p -value $> \alpha$ yang artinya data kekuatan benang berasal dari suatu populasi yang distribusi normal. Oleh karena itu maka perlu dilakukan perhitungan untuk diagram kontrol simpangan baku robust $\overline{MD}^{i,s}$ untuk menaksir σ .

Nilai rata-rata dari deviasi data terhadap median (Persamaan 2.9) yaitu:

$$\overline{MD} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k MD_i = \frac{1}{20} (63.05) = 3.1525$$

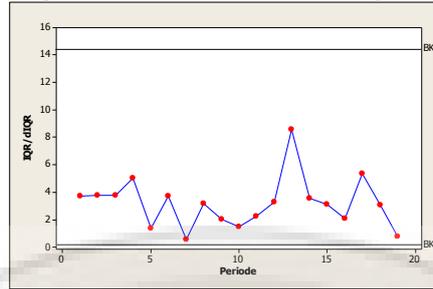
Sehingga batas-batas kontrol $\overline{MD}^{i,s}$ untuk menjangkau subgroup dengan menggunakan Persamaan (2.14), yaitu:

$$BKA = U_n \frac{\overline{MD}}{t_2(n)} = 3.225 \frac{3.1525}{0.66498} = 15.2889$$

$$BKB = L_n \frac{\overline{MD}}{t_2(n)} = 0.035 \frac{3.1525}{0.66498} = 0.1659$$

Apabila nilai-nilai $\frac{IQR}{d_{IQR(5)}}$ diplotkan pada diagram kontrol dengan batas-batas diatas, subgroup ke-6 menunjukkan keluar dari batas kontrol atas. Oleh karena itu subgroup yang keluar dihilangkan kemudian dilakukan perhitungan kembali. Diperoleh

nilai \overline{MD} sebesar 2.933, BKA=14.2257 dan BKB=0.1544. Dengan batas-batas kontrol ini tidak ada lagi subgrup yang keluar dari batas-batasnya. Terlihat pada Gambar 4.2.



Gambar 4.2 Diagram Kontrol $\overline{MD}^{i,s}$ untuk Subgrup

Oleh karena itu, dilakukan langkah selanjutnya yaitu membuat diagram kontrol individu dengan menghitung residual (Persamaan 2.10) terlebih dahulu untuk diplotkan pada batas-batas kontrolnya dengan nilai \overline{MD} seperti perhitungan sebelumnya yaitu sebesar 2.9333 maka, batas-batas kontrol berikutnya adalah:

$$BKA = U_n \times \overline{MD} = 3 \times 2.9333 = 9.0254$$

$$BKB = L_n \times \overline{MD} = -3 \times 2.9333 = -9.0254 = 0$$

Dengan batas-batas kontrol tersebut terdapat 3 residual data pengamatan kekuatan benang yang keluar dari batas-batas kontrolnya yaitu data pada subgrup ke-7, ke-11 dan ke-17. Karena ada titik yang keluar dari batas-batasnya maka perlu dilakukan perhitungan kembali dengan tidak mengikutsertakan subgrup yang data pengamatan dalam subgrupnya keluar dari batas-batas kontrol dan lakukan hingga dalam keadaan terkontrol.

Pada revisi pertama dengan tidak mengikutsertakan subgrup ke-7, ke-11 dan ke-17 maka nilai \overline{MD} yang dihasilkan adalah sebesar 1.7408 dengan nilai BKA=5.355 dan BKB=0. Residual yang keluar dari batas-batas kontrol revisi pertama ini adalah anggota dari subgrup ke-13, ke-14 dan ke-19 maka, perlu dilakukan revisi kembali. Pada revisi kedua, buat batas-batas kontrol dengan tidak mengikutsertakan subgrup ke-13, ke-14 dan ke-19 maka nilai \overline{MD} yang dihasilkan adalah sebesar 1.5625 dengan nilai BKA=4.8076 dan BKB=0. Residual yang keluar dari batas-batas kontrol revisi kedua ini adalah anggota dari subgrup ke-4 dan ke-18 maka, perlu dilakukan revisi kembali.

Pada revisi ketiga, buat batas-batas kontrol dengan tidak mengikutsertakan subgrup ke-4 dan ke-18 maka nilai \overline{MD} yang dihasilkan adalah sebesar 1.4604 dengan nilai BKA=4.934 dan BKB=0. Residual yang keluar dari batas-batas kontrol revisi ketiga ini adalah anggota dari subgrup ke-9 maka, perlu dilakukan revisi kembali. Pada revisi keempat, buat batas-batas kontrol dengan tidak mengikutsertakan subgrup ke-9 maka nilai \overline{MD} yang dihasilkan adalah sebesar 1.3736 dengan nilai BKA dan BKB masing-masing adalah 4.2265 dan 0 dengan batas-batas ini sudah tidak ada residual yang keluar dari batas-batas kontrolnya. Dengan demikian penaksir σ yang diperoleh pada diagram kontrol simpangan baku robust $\overline{MD}^{i,s}$ yang akan dijadikan penaksir σ pada pengontrolan proses berikutnya adalah:

$$\hat{\sigma} = \frac{\overline{MD}}{t_2(5)} = \frac{1.3736}{0.66498} = 2.0656$$

Sebagai perbandingan telah dihitung juga penaksir σ yang didasarkan pada \tilde{s} dan penaksir robust \bar{R}^s yaitu dengan masing-masing nilai penaksir sebesar 8.4289 dan 2.9796.

Tabel 4.1 Penaksir Bagi σ

Chart	$\hat{\sigma}$	Deleted Subgrup	Deleted observation
\tilde{s}	8.4289		
\bar{R}^s	2.9796	6;7;11;17	
$\overline{MD}^{l,s}$	2.0656	6	4:1; 7:1; 9:1; 11:1; 13:1; 14:2; 17:1; 18:2; 19:1

Dari Tabel 4.1 tampak bahwa penaksir \tilde{s} lebih besar dari \bar{R}^s dan $\overline{MD}^{l,s}$. Penaksir yang dihasilkan pada proses pengontrolan fase I akan dijadikan penaksir σ untuk memantau proses pada fase II.

E. Kesimpulan

Penaksir $\overline{MD}^{l,s}$ dimulai dengan menyaring subgrup sampai dalam keadaan terkontrol lalu dilanjutkan menyaring individu sampai dalam keadaan terkontrol dari data sisanya yang sudah bersih. Penaksir σ bias ditentukan oleh rata-rata deviasi data terhadap median. Penaksir robust $\overline{MD}^{l,s}$ tidak terpengaruh dengan adanya *outlier*. Implementasi pada data kekuatan benang(cN.cm) diproduksi oleh Pt. Yamatex Spinning Mills II Kabupaten Karawang menunjukkan bahwa data pada subgrup ke-6 dan individu yang terdapat pada subgrup ke-4, ke-7, ke-9, ke-11, ke-13, ke-14, ke-17, ke-18 dan ke-19 *out of control* sehingga sisa data yang bersih terdapat 10 subgrup. Penaksir simpangan baku menurut $\overline{MD}^{l,s}$ adalah 2.0656, nilai ini lebih kecil dari nilai penaksir yang diperoleh berdasarkan \tilde{s} dan \bar{R}^s . Karena penaksir robust $\overline{MD}^{l,s}$ tidak terpengaruh oleh adanya *outlier*.

Daftar Pustaka

- Barnett, V. and Lewis, T. (1994). 3rd edition. *Outliers in Statistical Data*. John Wiley & Sons.
- Dwidaman, Restu. 2010. *Menentukan Batas-Batas Bagan Kontrol Dispersi Multivariat dengan Metode Variansi Vektor yang Direduksi*. Thesis tidak dipublikasikan. Bandung: Program Pascasarjana, Program Studi Statistika, Universitas Padjadjaran.
- Hogg, R.V. dan Craig, A.T. 1995, *Introduction to Mathematical Statistics, Fourth Edition*, Macmillan Publishing Co., Inc. New York.
- Kiemele, M.J., S.R.Schmidt, and R.J.Berdine. (2000). *Basic Statistics Tools for Continuous Improvement: 4th Edition*. Colorado: Air academy press.
- Mahmoud, M. A., Henderson, G. R., Epprecht, E. K., and Woodall, W. H. (2010), "Estimating the Standard Deviation in Quality-Control Applications," *Journal of Quality Technology*, 42, 348–357.
- Montgomery, D.C. dan Mastrangelo, C.M. 2001, *Statistical Quality Control, six edition*. United States of America (USA).
- Muchlis, D.R. (2010) *Pengendalian Kualitas Statistika*. Bandung: Pustaka Ceria.
- Riaz, M., and Saghir, A. (2009), "A Mean Deviation-Based Approach to Monitor Process Variability," *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 79, 1173–1193
- Rocke, D. M. (1989), "Robust Control Charts," *Technometrics*, 31, 173–184.[73,74,81]
- Schoonhoven, M. and Does, R. J. M. M. (2012), "A Robust Standard Deviation Control Chart," *Technometrics*, 54:1, 73-82.
- Siegel, Sidney. (1997). *Statistika Non-Parametrik untuk Ilmu-ilmu Sosial*. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama.
- Tatum, L. G. (1997), "Robust Estimation of the Process Standard Deviation for Control Charts," *Technometrics*, 39, 127–141.