

Pengontrolan Vektor Rata-rata Proses dengan Menggunakan *R-Chart*

Nadya Fahrunnisa*, Suwanda

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Islam Bandung, Indonesia.

*nadyafahrunnisa02@gmail.com, suwanda@unisba.ac.id

Abstract. One of the factors that determine customer satisfaction is customer perception of service quality. One of the control charts that do not require assumptions from the data distribution of a process is the Run-Control Chart (abbreviated as R-Chart) so that this control chart is included in the nonparametric control chart. This research will discuss the use of R-Chart based on Mahalanobis depth data for the control process that involves multivariate quality measurement. This control chart will be used to control the average vector of the four quality characteristics as a form of quality improvement efforts at the DKI Jakarta BPS library. Observation data measuring 180 with five service variables used as historical data. Process data (actual) generated as many as 100 pieces with the first 50 observations representing the in control process and the next 50 observations representing the out of control process where only the mean of the first variable (X_1) was shifted by 1.5 sigma. The conclusion in this study is that it can be said that the R-chart with $CL = 0.5$ and $LCL = 0.00273$ gives an out of control signal because the R value for data no 77 and no 99 is smaller than LCL.

Keywords: Control Chart, Nonparametric, Mahalanobis data depth, R-Chart.

Abstrak. Salah satu faktor yang menentukan kepuasan pelanggan adalah persepsi pelanggan mengenai kualitas jasa pelayanan. Diagram kontrol yang tidak memerlukan asumsi dari distribusi data suatu proses salah satunya adalah Run Control Chart (disingkat R-Chart) sehingga diagram kontrol ini termasuk pada diagram kontrol nonparametrik. Dalam penelitian ini akan dibahas penggunaan R-Chart berdasarkan data *depth* Mahalanobis untuk proses kontrol yang melibatkan pengukuran kualitas multivariat. Diagram kontrol ini akan digunakan untuk mengontrol vektor rata-rata keempat karakteristik mutu sebagai wujud upaya perbaikan mutu di perpustakaan BPS DKI Jakarta. Data pengamatan berukuran 180 dengan empat variabel jasa pelayanan dijadikan data historis. Data proses (aktual) dibangkitkan sebanyak 100 buah dengan 50 pengamatan pertama representasi dari proses *in control* dan 50 pengamatan berikutnya merepresentasikan dari proses *out of control* dimana hanya rata-rata variabel pertama (X_1) yang bergeser sebesar 1.5 sigma. Kesimpulan pada penelitian ini adalah dapat dikatakan bahwa R-chart dengan $GP = 0.5$ dan $BKB = 0.00273$ memberikan sinyal out of kontrol karena nilai R untuk data no 77 dan no 99 nilainya lebih kecil dar BKB.

Kata Kunci: Control Chart, Nonparametric, Mahalanobis data depth, R-Chart.

1. Pendahuluan

Statistik pengendalian kualitas merupakan aplikasi dari teknik statistik yang mengontrol suatu proses. Tujuan utama dilakukan pengendalian proses secara statistik adalah untuk mendeteksi perubahan atau pergeseran rata-rata proses yang disebabkan oleh beberapa hal sedini mungkin, sehingga dapat segera dilakukan tindakan untuk perbaikan. Diagram kontrol merupakan awal dari statistik pengendalian. Metode pengendalian kualitas pertama yang dipakai di bidang industri modern (Montgomery, 2009).

Dalam statistik proses kontrol diagram kontrol adalah alat yang sangat penting yang digunakan untuk pemantauan atau untuk mengontrol apakah suatu proses manufaktur secara statistik terkendali atau tidak. Proses yang tidak dalam kondisi terkontrol secara statistik akan menunjukkan suatu variasi yang berlebih sebanding dengan perubahan waktu.

Diagram kontrol yang efektif adalah diagram kontrol yang dapat mendeteksi dengan cepat jika terjadi pergeseran dalam proses produksi. Diagram kontrol yang umum digunakan untuk mengontrol proses multivariate adalah diagram kontrol T^2 -Hotelling. Asumsi dasar diagram kontrol ini, karakteristik-karakteristik kualitas adalah berdistribusi normal multivariat. Dalam faktanya banyak proses produksi yang tidak mengikuti distribusi normal. Oleh karena itu, perlu dikonstruksi suatu diagram kontrol untuk data yang tidak berdistribusi normal multivariat.

Ada banyak diagram kontrol multivariat yang dapat digunakan untuk mengontrol kualitas multivariat, salah satunya adalah *R-Chart* (Liu, 1990). *R-Chart* merupakan diagram kontrol yang mengakumulasi informasi yang didapatkan dari masa lampau, sehingga lebih sensitif untuk mendeteksi pergeseran proses.

Berdasarkan uraian diatas, tujuan yang ingin dicapai dari penelitian ini adalah: Bagaimana penggunaan *R-Chart* pada variabel penguasaan materi dari petugas, akurasi data, kemutakhiran data, dan kenyamanan ruangan untuk mengontrol pergeseran vektor rata-rata berdasarkan data *depth Mahalanobis* (Hamurkaroglu, 2004).

2. Landasan Teori

Alat bantu pengendalian kualitas digunakan untuk mendeteksi sebab-sebab terjadinya penyimpangan di luar kendali dalam proses produksi dan cara bagaimana untuk melakukan tindakan perbaikan. Menurut Montgomery (2001), terdapat tujuh alat bantu dalam pengendalian kualitas salah satunya, yaitu diagram kontrol.

Diagram kontrol digunakan untuk membantu mendeteksi adanya penyimpangan dengan cara menetapkan batas-batas kontrol : (a) *Upper Control Limit* (UCL) / batas kendali atas (BKA) merupakan garis batas atas untuk suatu penyimpangan yang masih diijinkan, (b) *Central Line* (CL) / garis pusat (GP) merupakan garis yang melambangkan tidak adanya penyimpangan dari karakteristik sampel dan (c) *Lower Control Limit* (LCL) / batas kendali bawah (BKB) merupakan garis batas bawah untuk suatu penyimpangan dari karakteristik sampel.

Untuk membuat diagram kontrol terlebih dahulu melakukan pendeteksian *outlier*. *Outlier* adalah data yang menyimpang terlalu jauh dari data yang lainnya dalam suatu rangkaian data. Adanya data *outlier* ini akan membuat analisis terhadap serangkaian data menjadi bias, atau tidak mencerminkan fenomena yang sebenarnya. Istilah *outlier* juga sering dikaitkan dengan nilai ekstrem, baik ekstrem besar maupun ekstrem kecil. *Outlier* dapat diidentifikasi secara mudah melalui grafik. *Outlier* muncul dapat disebabkan karena berbagai kemungkinan yaitu: Kesalahan prosedur dalam memasukan data atau mengkodekan, Karena keadaan yang benar-benar khusus, seperti pandangan responden terhadap sesuatu yang menyimpang, Karena ada sesuatu alasan yang tidak diketahui penyebabnya oleh peneliti, oleh karena itu pendeteksian *outlier* pada data perlu dilakukan dengan menggunakan fungsi ketidakkencilan data *depth* (Husain, 2020).

Terdapat lima jenis data *depth* yaitu *Location Depth* (Tukey, 1975), *Mahalanobis Depth* (Mahalanobis, 1936), *Convex Hull Peeling Depth* (Barnett, 1976), *Oja Depth* (Oja, 1983), dan *Simplicial Depth* (Liu, 1990). Untuk pembahasan selanjutnya hanya akan menggunakan *Mahalanobis Depth*.

Misalkan X menunjukkan vektor acak yang memiliki fungsi distribusi F di \mathfrak{R}^p . Kemudian kedalaman mahalanobis mengukur kedalaman untuk setiap titik x di \mathfrak{R}^p terhadap distribusi F yang didefinisikan sebagai berikut:

$$MD(F;X) = \frac{1}{1+(X-\mu_F)^t \Sigma^{-1}(X-\mu_F)} \quad (1)$$

dimana μ_F dan Σ_F adalah masing-masing vektor rata-rata dan matriks kovarian dari fungsi distribusi F . Oleh karena itu, $MD(F;x)$ adalah ukuran yang menunjukkan seberapa dalam atau terpusatnya x sehubungan dengan distribusi F .

Nilai MD berada diantara 0 dan 1. Sebuah pengamatan dengan nilai MD yang besar (mendekati 1), pengamatan tersebut semakin dalam atau memusat dan sebaliknya jika nilai MD kecil (mendekati 0), pengamatan tersebut semakin jauh dari pusat distribusi.

Diagram kontrol R merupakan diagram kontrol yang digunakan untuk mendeteksi terjadinya pergeseran rata-rata proses secara multivariat. Diagram kontrol R dapat digolongkan sebagai diagram individu dan tidak memerlukan asumsi normalitas. R -chart dibuat dengan menggunakan data historis yang sudah bersih dari outlier. Data historis ini dinotasikan dengan $Y_1, Y_2, \dots, Y_m \sim F_m$. Untuk mengontrol proses selanjutnya ambil pengamatan individu selama n periode, misal pengamatannya $X_1, X_2, \dots, X_n \sim G_n$. Selanjutnya hitung kedalaman data historis dan data proses di bawah F_m , masing-masing dinotasikan dengan $MD(F_m, Y_j), j = 1, 2, \dots, m$ dan $MD(F_m, X_k), k = 1, 2, \dots, n$. Langkah beringkutan adalah menentukan nilai $R_{MD}(F_m; X_k), k=1, \dots, n$, yang didefinisikan sebagai berikut :

$$R_{MD}(F_m; X) = \#\{Y_j | MD(F_m; Y_j) \leq MD(F_m; X_j), j = 1, \dots, m\} / m \quad (2)$$

Diagram kontrol R dibuat dengan memplot $R(F; X)$ atau $R_{MD}(F_m; X)$ untuk titik sampel $k=1, \dots, n$ dalam diagram kontrol R . Dari rumus diatas, semakin besar nilai R yang diperoleh, berarti semakin menunjukkan bahwa nilai X_j berada didalam Y_j maka proses dikatakan terkendali, sedangkan sebaliknya jika yang diperoleh nilai R itu kecil, berarti menunjukkan bahwa nilai X_j berada di luar Y_j maka proses dikatakan tidak terkendali.

Dalam hal proses terkontrol, dapat ditunjukkan bahwa $R(F_m; X)$ berdistribusi Uniform pada selang 0 dan 1, untuk m cukup besar. Jelas bahwa nilai yang diharapkan $R(F_m; X)$ adalah 0.5. Oleh karena itu, dalam diagram kontrol R mempunyai garis pusat (GP) pada 0.5 dan batas kontrol bawah $BKB = \alpha$, dimana untuk diagram control 3 sigma, $\alpha = 0.00273$. R -chart tidak memerlukan Batas Kontrol Atas (BKA), karena semakin besar R , data proses semakin menunjukkan masuk ke daeran Y atau daeran terkontrol.

3. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Data yang digunakan adalah data sekunder dari survei mengenai kualitas pelayanan perpustakaan di BPS DKI Jakarta mulai dari periode 27 Juli sampai 31 Agustus 2009. Variabel-variabel yang digunakan yaitu: Penguasaan Materi dari Petugas (x2), Akurasi Data (x3), Kemutakhiran Data (x4), dan Kenyamanan Ruang (x5). Keempat variabel ini adalah karakteristik mutu yang rata-ratanya akan dikontrol sebagai wujud upaya perbaikan mutu BPS DKI Jakarta dalam penyediaan data.

Sebelumnya lakukan pendeteksian *outlier* dahulu pada data agar data bersih dengan menggunakan langkah-langkah pada subbab sebelumnya sebagai berikut:

Diperlukan vektor rata-rata dan matriks kovarians data historis berdasarkan pada 198 pengamatan, hasilnya masing-masing adalah :

$$\bar{Y} = \begin{pmatrix} 3.5853 \\ 4.2650 \\ 3.4977 \\ 3.9408 \end{pmatrix}, \quad S_Y = \begin{pmatrix} 0.6608 & 0.2802 & 0.2295 & 0.2328 \\ 0.2802 & 0.6737 & 0.5775 & 0.2586 \\ 0.2295 & 0.5775 & 0.6966 & 0.2641 \\ 0.2328 & 0.2586 & 0.2641 & 0.7296 \end{pmatrix}$$

Nilai fungsi ketidakpencilan data depth Mahalanobis dihitung dengan formula sebagai berikut :

$$O_{MO}(y, F_m) = \frac{(y - \bar{Y})^t S_Y^{-1} (y - \bar{Y})}{1 + (y - \bar{Y})^t S_Y^{-1} (y - \bar{Y})} \quad (3)$$

Untuk data pertama diperoleh

$$O_{MO}(y, F_m)_1 = \frac{(y_1 - \bar{Y})^t S_Y^{-1} (y_1 - \bar{Y})}{1 + (y_1 - \bar{Y})^t S_Y^{-1} (y_1 - \bar{Y})} = \frac{1.6317}{1 + 1.6317} =$$

Dengan cara yang sama akan diperoleh 198 nilai fungsi ketidak pencilan. Data dikatakan outlier jika nilai O_{MO} melebihi 0.8 (Husain, 2020). Terdapat 18 pengatan yang nilai O_{MO} melebihi 0.8 yaitu pengamatan no.3, 12, 16, 22, 32, 40, 66, 82, 84, 98, 106, 110, 111,134, 155, 162, 170, dan 188.

Jadi data historis tersisa yang mana semua outlier dihilangkan berukuran 180. Selanjutnya akan dijadikan data historis dengan ukuran $m=180$. Dari data ini ini dapat ditentukan vektor rata-rata dan matriks kovarians yang dianggap sebagai parameter *in control* yaitu :

$$\mu_0 = \begin{pmatrix} 3.5853 \\ 4.2650 \\ 3.4977 \\ 3.9408 \end{pmatrix}, \quad \text{dan} \quad \Sigma_0 = \begin{pmatrix} 0.6608 & 0.2802 & 0.2295 & 0.2328 \\ 0.2802 & 0.6737 & 0.5775 & 0.2586 \\ 0.2295 & 0.5775 & 0.6966 & 0.2641 \\ 0.2328 & 0.2586 & 0.2641 & 0.7296 \end{pmatrix}$$

Selanjutnya akan dibangkitkan data proses pertama berukuran 50, dibangkitkan dari proses *in control* normal multivariate dengan berdasar vektor rata-rata (μ_0) dan matriks kovarians (Σ_0). Data ke dua juga berukuran 50, dibangkitkan dengan menggeser vektor rata-rata variabel X_1 sebesar 1.5 sigma atau

$\mu_1 = \mu_0 + 1.5\sigma_1 = 3.5853 + 1.5\sqrt{0.6608} = 4.804664$ sehingga vektor rata-rata menjadi :

$$\mu_1 = \begin{pmatrix} 4.804664 \\ 4.2650 \\ 3.4977 \\ 3.9408 \end{pmatrix}$$

dan matriks kovarians tetap (Σ_0). Kedua data digabungkan sebagai data aktual X berdimensi 100×4 . Pertama menghitung jarak Mahalanobis untuk data historis. Jarak Mahalanobis untuk data pertama $M(F_m, Y_1) = 4.1169$ sehingga nilai *depth* nya :

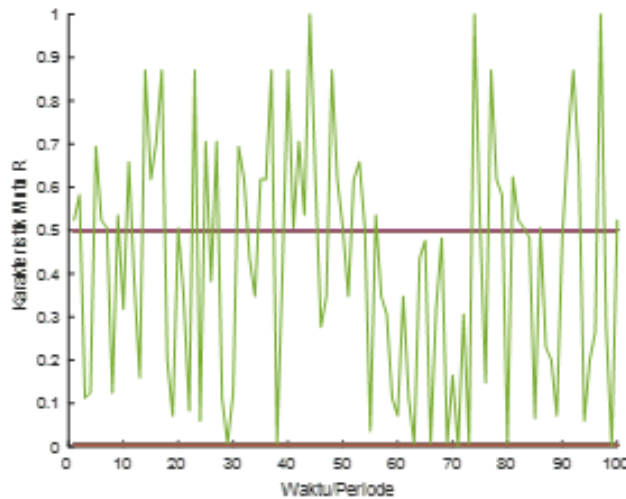
$$MD(F_m, Y_1) = \frac{1}{1 + 4.1169} = 0.19543$$

Kemudian menghitung jarak Mahalanobis untuk seluruh data aktual. Jarak Mahalanobis untuk data aktual pertama $M(F_m, X_1) = 3.6614$, sehingga nilai *depth* nya :

$$MD(F_m, X_1) = \frac{1}{1 + 3.6614} = 0.2145$$

Akan terdapat nilai MD untuk data historis sebanyak 180 buah dan untuk data actual (proses) sebanyak 100 buah. Selanjutnya akan diperoleh nilai R sebanyak 100 buah yang dihitung dengan Persamaan (2). *Control Chart* 3 sigma akan digunkanakan sehingga batas-batas kontrolnya adalah GP=0.5 dan BKB=0.00273.

Jika semua nilai R diplotkan pada control chart akan menghasilkan gambar sebagai berikut:



Gambar 1. Diagram Kontrol R

Berdasarkan pada Gambar 3.1, tampak terdapat nilai R yang jatuh di bawah BKB, yaitu data no.71 (R=0) dan no. 99 (R=0). Hal ini mengindikasikan bahwa proses *out of control* dan memang faktanya vektor rata-rata telah bergeser mulai pengamatan atau periode ke 51. Dan baru memberi sinyal *out of control* pada pengamatan ke 71. Kemudian nilai R pada no.1 (periode ke-1) sd no.50 semua nilainya di atas BKB, karena memang dibangkitkan dari data proses *in control*.

Dengan demikian untuk data hasil bangkitan menunjukkan bahwa diagram kontrol R dapat memberi sinyal proses *out of control*.

4. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada subab sebelumnya kesimpulan yang didapatkan pada penulisan skripsi ini, yaitu:

Tampak terdapat nilai R yang jatuh di bawah BKB, yaitu data no.71 (R=0) dan no. 99 (R=0). Hal ini mengindikasikan bahwa proses *out of control* dan memang faktanya vektor rata-rata telah bergeser mulai pengamatan atau periode ke 51. Dan baru memberi sinyal *out of control* pada pengamatan ke 71. Kemudian nilai R pada no.1 (periode ke-1) sd no.50 semua nilainya di atas BKB, karena memang dibangkitkan dari data proses *in control*.

5. Saran

Saran terkait dengan penulisan artikel ini yaitu bagi pembaca yang ingin menggunakan diagram kontrol R sebaiknya menggunakan data historis yang sudah stabil agar hasil penelitiannya memberikan hasil yang lebih baik serta tidak perlu melakukan pendeteksian *outlier* dan menggunakan data yang benar-benar data interval jadi tidak memerlukan penaikan skala.

Daftar Pustaka

[1] Andriana, D. S. (2007). Peta Kendali Nonparametric Berdasarkan Jumlah Ranks.

- [2] Hamurkaroglu, C., Mert, M., & Saykan, Y. (2004). Nonparametric Control Charts Based On Mahalanobis Depth. *Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics*, 57-67.
- [3] Hussain, I (2020). Outlier Detection using Nonparametric Depth-Based Techniques in Hydrology International Journal of Advanced Computer Science and Applications, Vol. 11, No. 9, 2020 www.ijacsa.thesai.org
- [4] Liu, R. (1990). On a notion of data depth based on random simplices. *The Annals of Statistics*, 405-414.
- [5] Montgomery, D. C. (2001). *Introduction to statistical Quality Control 4th Edition*. New York: Jon Wiley & Sons.
- [6] Montgomery, D. C. (2009). *Introduction to Statistical Quality Control Sixth Edition*. New York: John Wiley & Sons.
- [7] Rahmadina, R. P., Ayu, R., Rizky, F., & Rahayu, S. P. (2019). Deteksi Missing Value, Deteksi Outlier, Uji Normal Multivariat, Uji Bartlett, dan Uji T2 Hotelling pada Data Pengaruh Kadar Enzim Alanine Transaminase, Enzim Gamma Glutamyl Transferase, dan Molekul Creatinine terhadap Ketahanan Hidup Pasien Kanker Hepatoc. *Analisis Multivariate*.
- [8] Salam, M. I. (2009). Penentuan Batas-Batas Bagan Kontrol Dispersi Multivariat VV dengan Metode Bootstrap. *Tesis S2 Statistika Pasca Sarjana UNPAD*.