

Pengendalian Proses Menggunakan Diagram Kendali *Median Absolute Deviation (MAD)*

¹Hanida Lestari, ²Suliadi, ³Lisnur Wachidah

^{1,2,3}Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung,
Jl. Tamansari No.1 Bandung 40116

e-mail : ¹hanidalestari93@gmail.com, ²Suliadi@gmail.com, ³lisnur_w@yahoo.co.id

Abstrak. Diagram kendali adalah salah satu alat yang digunakan untuk menemukan kelakuan yang menyimpang dalam proses industri. Ada dua jenis diagram kendali diantaranya yaitu diagram kendali variabel dan diagram kendali atribut. Pada diagram kendali variabel terdapat dua jenis diagram kendali, yaitu rata-rata proses dan variabilitas proses. Diagram kendali rata-rata proses salah satunya yaitu diagram kendali rata-rata (\bar{x}), sedangkan pada variabilitas proses yang paling umum digunakan yaitu diagram kendali rentang (R) dan diagram kendali simpangan baku (S). Diagram kendali S merupakan salah satu teknik proses pengendalian kualitas yang dikembangkan untuk mengontrol variabilitas proses berdasarkan asumsi dibawah distribusi normal atau ada *outlier*. Ketika asumsi normalitas tidak terpenuhi atau adanya pencilan, maka akan digunakan suatu metode tertentu. Metode tersebut dinamakan *Median Absolute Deviation (MAD)*. Dalam menentukan MAD dilakukan melalui beberapa tahapan, hingga diperoleh proses dalam keadaan terkendali. Untuk membandingkan diagram kendali MAD, selanjutnya dilakukan perbandingan pada diagram kendali MAD dan diagram kendali S. Sehingga diperoleh hasil lebar batas kendali pada diagram kendali rata-rata berdasarkan MAD sedikit lebih lebar dibandingkan diagram kendali rata-rata berdasarkan S.

Kata Kunci : Diagram Kendali, Normalitas, *Outlier*, *Median Absolute Deviation*.

A. Pendahuluan

Sektor industri merupakan sektor yang sangat penting dalam pembangunan di Indonesia. Munculnya industri kecil dan besar baik perusahaan swasta maupun perusahaan negara akan menjadi tonggak dalam memajukan bangsa. Hanya perusahaan yang mempunyai daya saing tinggi yang dapat bertahan di dalam usaha meningkatkan keuntungan. Dalam dunia perindustrian, kualitas atau mutu produk dan produktivitas adalah kunci keberhasilan bagi berbagai sistem produksi. Keduanya merupakan kriteria kinerja perusahaan yang sangat penting baik bagi perusahaan yang berorientasi keuntungan. Kemampuan perusahaan menghasilkan produk barang atau jasa yang bermutu tinggi merupakan kunci bagi posisi persaingan dan prospek keberhasilan jangka panjangnya.

Pengendalian kualitas merupakan suatu teknik yang bermanfaat agar suatu perusahaan dapat mengetahui kualitas produknya sebelum dipasarkan kepada konsumen. Salah satu alat terpenting dalam pengendalian proses statistik adalah diagram kendali. Diagram kendali merupakan teknik pengendalian proses produksi serta menentukan kemampuan proses dan memberi informasi yang berguna dalam meningkatkan sebuah proses (Muchlis, 2010). Diagram kendali ini digunakan untuk memahami apakah sebuah proses berjalan dalam kondisi terkendali atau tidak. Suatu proses dikatakan dalam keadaan terkendali, bila dalam proses tersebut tidak terdapat keragaman yang dapat dihindarkan. Jika pengendalian proses ditempuh dengan melibatkan metode statistika, maka dapat digunakan suatu alat yang namanya *diagram kendali shewhart* yang lebih dikenal dengan nama *diagram shewhart*. *Diagram shewhart* dibagi menjadi dua bagian yaitu diagram kendali variabel dan diagram kendali atribut.

Yang termasuk kedalam variabilitas proses salah satunya yaitu diagram kendali S. Diagram kendali S digunakan dalam asumsi normalitas yang harus terpenuhi. Sedangkan tidak semua karakteristik didistribusikan secara normal. Maka kelemahan dari diagram kendali S ini adalah berdistribusi normal dan sangat dipengaruhi ada atau tidaknya pencilan (Abu-Shawiesh, 2008). Untuk itu perlu adanya diagram yang dapat digunakan sehingga menghasilkan analisis yang optimal untuk semua karakteristik yang tidak berdistribusi normal atau ada pencilan. Tujuan penelitian, membangun diagram kendali berdasarkan MAD, membangun diagram kendali \bar{x} berdasarkan MAD, mengetahui lebar batas kendali untuk diagram kendali \bar{x} berdasarkan MAD dan diagram kendali \bar{x} berdasarkan S.

B. Landasan Teori

1. Diagram Kendali

Diagram kendali merupakan teknik pengendalian proses yang secara luas digunakan untuk menaksir parameter suatu proses produksi serta menentukan kemampuan proses dan memberi informasi yang berguna dalam meningkatkan sebuah proses (Muchlis, 2010).

Salah satu alat terpenting dalam pengendalian mutu secara statistik ini adalah diagram kendali Shewhart. Dinamakan diagram kendali Shewhart karena dikembangkan oleh Dr. Walter Andrew Shewart di Amerika Serikat pada tahun 1924 sewaktu ia bekerja pada Bell Telephone Laboratories (Grant, 1994).

2. Diagram Kendali Variabel

Karakteristik mutu yang diukur secara numerik disebut diagram kendali variabel. Pada diagram kendali variabel terdapat dua ciri karakteristik mutu yaitu rata-rata proses (\bar{x}) dan variabilitas proses. Pada rata-rata proses terdapat diagram kendali rata-rata (\bar{x}), sedangkan variabilitas proses terdapat diagram kendali rentang (R) dan diagram kendali simpangan baku (S).

Ketika berhadapan dengan karakteristik mutu secara variabel, biasanya perlu untuk dilihat nilai rata-rata dari karakteristik mutu dan variabilitas. Pada diagram rata-rata disebut diagram kendali \bar{x} , sedangkan pada diagram kendali untuk simpangan baku disebut diagram kendali S, dan diagram kendali untuk rentang disebut diagram kendali R. Rentang merupakan ukuran penyimpangan yang paling sederhana, mengukur beda nilai terendah dan tertinggi. Untuk mengamati proses produksi, biasanya penggunaan diagram kendali selalu berpasangan, diagram kendali \bar{x} dengan diagram kendali R atau diagram kendali \bar{x} dengan diagram kendali S (Adekeye, 2013).

Diagram kendali (\bar{x} dan R) atau (\bar{x} dan S) digunakan untuk mengendalikan proses yang dilihat dari rata-rata dan variabilitas proses.

3. Median Absolute Deviation (MAD)

Median Absolute Deviation (MAD) dianggap salah satu estimasi yang baik untuk σ^2 . Karena sifat yang baik dari estimasi ini digunakan sebagai alternatif diagram kendali simpangan baku S, ketika asumsi normalitas diagram kendali S tidak terpenuhi akan ada pencilan (Adekeye, 2013).

Pada MAD ini kita ketahui bahwa data yang digunakan adalah tidak berdistribusi normal atau ada pencilan. Jika kita ingin membangun diagram kendali variabel (rata-rata proses dan variabilitas proses) berdasarkan MAD, maka akan ada dua diagram kendali yaitu diagram kendali rata-rata proses (\bar{x}

berdasarkan MAD) dan variabilitas proses MAD (Adekeye, 2013). Penaksir bagi σ dengan menggunakan MAD adalah sebagai berikut:

$$\hat{\sigma} = b_n \overline{MAD} \quad \dots (2.1)$$

Dimana $\overline{MAD} = \frac{\sum_{j=1}^m MAD_j}{m}$, b_n adalah suatu nilai yang merupakan fungsi

dari ukuran sampel (n) dan

$$MAD_j = 1,4826 \left[\text{Median} \left\{ |X_{ij} - MD_j| \right\} \right] \quad \dots (2.2)$$

Dimana 1,4826 adalah konstanta dan $MD_j = \text{Median} (X_{ij})$

Dengan demikian, batas kontrol dan garis pusat untuk Shewhart pada diagram kendali S berdasarkan MAD diperoleh batas diagram kendali S berdasarkan MAD adalah

$$BKA = B_6 b_n \overline{MAD}$$

$$GP = C_4 b_n \overline{MAD}$$

$$BKB = B_5 b_n \overline{MAD}$$

Dimana $B_5 = C_4 - 3\sqrt{1 - C_4^2}$ dan $B_6 = C_4 + 3\sqrt{1 - C_4^2}$.

Persamaan (2.3) dapat disederhanakan dengan menggunakan Persamaan (2.1). Sehingga diperoleh batas kontrol untuk diagram kendali variabilitas MAD adalah sebagai berikut:

$$BKA = B_4 b_n \overline{MAD}$$

$$GP = b_n \overline{MAD}$$

$$BKB = B_3 b_n \overline{MAD}$$

Penurunan diagram kendali \bar{x} berdasarkan MAD dari Persamaan (2.1) adalah

$$BKA = \bar{X} + 3 \frac{b_n \overline{MAD}}{\sqrt{n}}$$

$$GP = \bar{X}$$

$$BKB = \bar{X} - 3 \frac{b_n \overline{MAD}}{\sqrt{n}}$$

Untuk $A_6 = \frac{3b_n}{\sqrt{n}}$, maka batas kontrol dalam Persamaan (2.5) adalah

$$BKA = \bar{X} + A_6 \overline{MAD}$$

$$GP = \bar{X}$$

$$BKB = \bar{X} - A_6 \overline{MAD}$$

Untuk melihat proses terkendali atau tidak terkendali dari diagram kendali MAD sama dengan proses terkendali atau tidak terkendali dari diagram kendali S.

C. Hasil dan Pembahasan

Data yang akan digunakan merupakan data sekunder, yaitu data hasil yang diperoleh dari PT. Dirgantara Indonesia. Data tersebut yaitu data *tensile strength* lempengan besi dengan ketebalan 2,5 mm pada pembuatan kulit pesawat dengan material 2013A, data diambil pada tahun 2013. Banyaknya periode adalah 24 periode pengamatan. Dari tiap periode diambil 5 lempengan besi untuk diukur *tensile strength* nya. Data lengkap disajikan pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Data *Tensile Strength* pada Pembuatan Kulit Pesawat dengan Ketebalan 2.5mm Tahun 2013

Periode Sampel	<i>Tensile Strength</i>				
	1	2	3	4	5
1	50,12	50,26	32,34	32,12	41,64
2	43,33	43,11	26,46	26,48	41,17
3	58,33	57,4	41,64	41,43	38,88
4	59,47	59,39	53,56	53,84	41,51
5	48,88	48,97	30,68	29,67	40,24
6	42,78	42,69	26,08	26,16	36,41
7	54,73	55,05	47,12	45,83	38,88
8	54,66	54,82	48,1	47,79	39,39
9	42,22	42,05	26,84	25,25	42,46
10	46,35	46,36	30,31	30,52	42,96
11	47,71	48,51	30,44	31,54	41,72
12	54,67	53,46	47,88	49,93	42,06
13	59,39	61,3	54,15	55,82	39,32
14	55,89	40,78	49,68	50,56	39,95
15	57,5	57	52,82	52,36	41,18
16	54,06	55,37	47,88	49,93	44,04
17	58,37	48,16	43,24	53,51	69,61
18	43,33	43,11	36,9	37,14	36,11
19	54,84	54,88	46,76	47,5	66,47
20	60,35	60,04	54,07	54,89	43,05
21	47,95	48,18	30,5	30,49	41,08
22	46,78	47,23	31,15	31,08	44,33
23	49,26	48,76	31,76	31,32	39,34
24	43,21	43,18	26,47	26,23	42,68

Sumber: PT. Dirgantara Indonesia, 2013

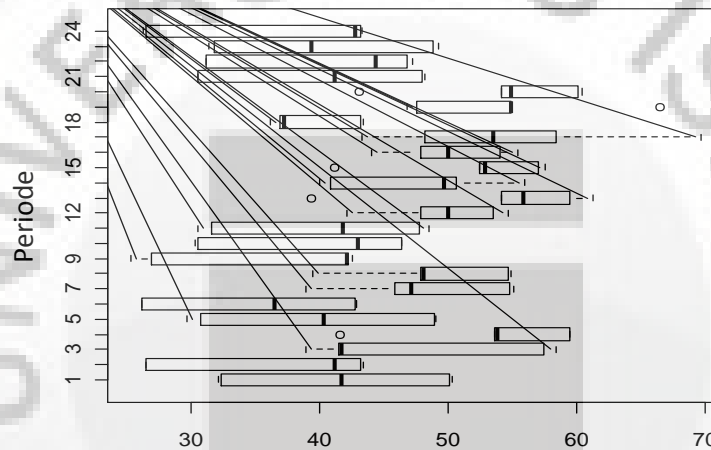
1. Langkah-Langkah Perhitungan Diagram Kendali *Median Absolute Deviation* (MAD)

1. Lakukan pemeriksaan pencilan melalui eksplorasi data.
2. Tentukan nilai median untuk setiap periode pengamatan.
3. Menghitung MAD dari setiap sampel dengan rumus seperti pada Persamaan 2.2.
4. Menghitung rata-rata dari MAD dengan rumus pada Persamaan 2.1.
5. Tentukan BKA, BKB dan GP untuk diagram kendali MAD dengan rumus pada Persamaan 2.4, kemudian buat gambar diagram kendali MAD.
6. Jika terdapat pengamatan yang tidak terkendali, buang pengamatan yang tidak terkendali tersebut dan kembali ke langkah 4.

7. Hitung \bar{x} dan \bar{s} .
8. Tentukan BKA, BKB dan GP untuk diagram kendali \bar{x} berdasarkan MAD dengan rumus pada Persamaan 2.6, kemudian buat gambar diagram kendali \bar{x} berdasarkan MAD.
9. Jika terdapat pengamatan yang tidak terkendali, buang pengamatan yang tidak terkendali tersebut dan kembali ke langkah 4.
10. Untuk menentukan diagram kendali simpangan baku dan diagram kendali \bar{x} berdasarkan simpangan baku, langkah-langkahnya sama dengan diagram kendali MAD dan diagram kendali \bar{x} berdasarkan MAD, namun dengan rumus yang berbeda.

2. Eksplorasi Data Menggunakan *Boxplot*

Langkah pertama yang dilakukan dalam menentukan diagram kendali MAD adalah melakukan eksplorasi data menggunakan *boxplot* untuk melihat ada atau tidaknya pencilan. Berikut ini adalah hasil dari analisis *boxplot*.



Gambar 3.1 *Boxplot* Pengamatan *Tensile Strength* Untuk Setiap Periode

Berdasarkan pada Gambar 3.1 terlihat pada periode ke 4, 13, 15, 19 dan 20 tidak simetris dan terdapat beberapa data yang dicurigai *outlier* atau ada pencilan.

3. Diagram Kendali Berdasarkan MAD

3.1 Diagram Kendali Variabilitas Berdasarkan MAD

Karena adanya pencilan maka digunakan diagram kendali variabilitas berdasarkan MAD. Pada pembahasan sebelumnya terlihat pada Gambar 3.1 bahwa ada pencilan dalam data, maka langkah pertama untuk menghitung MAD yaitu mencari median setiap periode pengamatan. Hasil dari perhitungan median ditampilkan pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Hasil Median *Tensile Strength*

Periode Sampel	<i>Tensile Strength</i>					Median
	1	2	3	4	5	
1	50,12	50,26	32,34	32,12	41,64	41,64
2	43,33	43,11	26,46	26,48	41,17	41,17
3	58,33	57,4	41,64	41,43	38,88	41,64
4	59,47	59,39	53,56	53,84	41,51	53,84
5	48,88	48,97	30,68	29,67	40,24	40,24
6	42,78	42,69	26,08	26,16	36,41	36,41
7	54,73	55,05	47,12	45,83	38,88	47,12
8	54,66	54,82	48,1	47,79	39,39	48,1
9	42,22	42,05	26,84	25,25	42,46	42,05

10	46,35	46,36	30,31	30,52	42,96	42,96
11	47,71	48,51	30,44	31,54	41,72	41,72
12	54,67	53,46	47,88	49,93	42,06	49,93
13	59,39	61,3	54,15	55,82	39,32	55,82
14	55,89	40,78	49,68	50,56	39,95	49,68
15	57,5	57	52,82	52,36	41,18	52,82
16	54,06	55,37	47,88	49,93	44,04	49,93
17	58,37	48,16	43,24	53,51	69,61	53,51
18	43,33	43,11	36,9	37,14	36,11	37,14
19	54,84	54,88	46,76	47,5	66,47	54,84
20	60,35	60,04	54,07	54,89	43,05	54,89
21	47,95	48,18	30,5	30,49	41,08	41,08
22	46,78	47,23	31,15	31,08	44,33	44,33
23	49,26	48,76	31,76	31,32	39,34	39,34
24	43,21	43,18	26,47	26,23	42,68	42,68

Setelah menentukan median kemudian dihitung MAD dan rata-rata MAD dengan rumus pada Persamaan (2.2).

Dari Persaman (2.2) terdapat nilai rata-rata MAD sebesar 7,289. Setelah menghitung rata-rata MAD langkah berikutnya adalah menghitung BKA, BKB dan GP untuk diagram kendali variabilitas berdasarkan MAD, terdapat $n = 5$ adalah $B_4 = 2,089, B_3 = 0, b_n = 1,206$. Oleh karena itu, batas-batas diagram kendali MAD adalah sebagai berikut :

$$BKA = B_4 \overline{b_n MAD} = 2,089(1,206)(7,289) = 18,363$$

$$GP = \overline{b_n MAD} = 1,206(7,289) = 8,791$$

$$BKB = B_3 \overline{b_n MAD} = 0(1,206)(7,289) = 0$$

... (3.1)

Dari hasil keseluruhan nilai MAD *tensile strength* pada pembuatan kulit pesawat, seluruh titik berada dalam batas kendali serta sebaran titik tidak membentuk pola-pola tertentu. Berdasarkan hal tersebut dapat disimpulkan MAD *tensile strength* proses pembuatan kulit pesawat adalah dalam kondisi terkendali. Hal ini berarti bahwa variabilitas proses dari *tensile strength* adalah terkendali. Jadi diagram kendali variabilitas berdasarkan MAD dapat digunakan untuk data masa yang akan datang.

3.2 Diagram Kendali \bar{x} Berdasarkan MAD

Setelah menentukan variabilitas proses berdasarkan MAD dan hasilnya terkendali maka langkah selanjutnya membuat diagram kendali rata-rata berdasarkan MAD. Pada diagram kendali rata-rata berdasarkan MAD untuk langkah pertama yaitu menentukan $\bar{\bar{x}}$ untuk setiap pengamatan dan \bar{x} , terdapat nilai \bar{x} sebesar 44,891. Setelah menghitung $\bar{\bar{x}}$ dan \bar{x} maka langkah berikutnya adalah menghitung BKA, BKB dan GP untuk diagram kendali rata-rata berdasarkan MAD, terdapat nilai $n = 5$ adalah $A_6 = 1,618$. Oleh karena itu, batas-batas diagram kendali rata-rata berdasarkan MAD adalah sebagai berikut:

$$BKA = \bar{\bar{x}} + A_6 \overline{MAD} = 44,891 + 1,618(7,289) = 56,685$$

$$GP = \bar{x} = 44,891$$

$$BKB = \bar{\bar{x}} - A_6 \overline{MAD} = 44,891 - 1,618(7,289) = 33,097 \quad \dots (3.2)$$

Dari hasil keseluruhan nilai \bar{x} berdasarkan MAD *tensile strength* pada

pembuatan kulit pesawat, seluruh titik berada dalam batas kendali serta sebaran titik tidak membentuk pola-pola tertentu. Berdasarkan hal tersebut dapat disimpulkan rata-rata proses pembuatan kulit pesawat pada *tensile strength* ada dalam kondisi terkendali. Hal ini berarti bahwa rata-rata proses dari *tensile strength* adalah terkendali. Jadi diagram kendali rata-rata berdasarkan MAD dapat digunakan untuk data masa yang akan datang.

4. Perbandingan Batas-batas Kendali pada Diagram Kendali Rata-rata Berdasarkan MAD dan Diagram Kendali Rata-rata Berdasarkan Simpangan Baku

Untuk melihat perbandingan antara diagram kendali rata-rata berdasarkan MAD dan rata-rata berdasarkan simpangan baku dapat disajikan pada Tabel 4.6.

Tabel 3.2 Perbandingan Diagram Kendali \bar{x} Berdasarkan MAD dan Diagram Kendali \bar{x} Berdasarkan Simpangan Baku

Batas Kendali	\bar{x} berdasarkan MAD	\bar{x} berdasarkan S
BKA	56,685	55,986
GP	44,891	44,891
BKB	33,097	33,796
Lebar BK	23,588	22,19

Pada Tabel 3.2 terdapat lebar batas kendali \bar{x} berdasarkan MAD sebesar 23,588, dan lebar batas kendali \bar{x} berdasarkan S sebesar 22,19. Maka terlihat bahwa diagram kendali rata-rata berdasarkan MAD sedikit lebih lebar jika dibandingkan dengan diagram kendali rata-rata berdasarkan S. Hal ini disebabkan karena diagram MAD mengakomodir adanya pencilan atau *outlier*. Sedangkan variabilitas berdasarkan S tidak mengasumsikan bahwa ada pencilan dalam data. Yang ditunjukkan \bar{x} berdasarkan MAD lebih lebar dari pada diagram kendali berdasarkan S. Oleh karena itu, jika terdapat pencilan diagram kendali S lebih cenderung menyatakan proses tidak terkendali (*out of control*) dibandingkan diagram kendali \bar{x} berdasarkan MAD.

D. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis pada diagram kendali MAD dan diagram kendali \bar{x} berdasarkan MAD (kasus *tensile strength* pada pembuatan kulit pesawat), dapat diambil kesimpulan yaitu, dari hasil keseluruhan nilai MAD dan keseluruhan nilai \bar{x} berdasarkan MAD *tensile strength* pada pembuatan kulit pesawat, seluruh titik berada dalam batas kendali serta sebaran titik tidak membentuk pola-pola tertentu. Maka dapat disimpulkan MAD *tensile strength* dan rata-rata proses pembuatan kulit pesawat adalah dalam kondisi terkendali. Hal ini berarti bahwa variabilitas proses dari *tensile strength* adalah terkendali. Jadi diagram kendali variabilitas berdasarkan MAD dan rata-rata berdasarkan MAD dapat digunakan untuk data masa yang akan datang. Sedangkan, lebar batas kendali \bar{x} berdasarkan MAD sebesar 23,588, dan lebar batas kendali \bar{x} berdasarkan S sebesar 22,19. Maka diagram kendali rata-rata berdasarkan MAD sedikit lebih lebar jika dibandingkan dengan diagram kendali rata-rata berdasarkan S, Hal ini disebabkan karena diagram MAD mengakomodir adanya pencilan atau *outlier*.

Daftar Pustaka

Abu-Shawiesh, M.O.A. 2008. A Simple Robust Control Chart Based on MAD. *Journal of Mathematics and Statistics*; 4(2): 102-107.

- Adekeye K. S. and Azubuiké, P.I. 2012. Derivation of the Limits For Control Chart Using The Median Absolute Deviation For Monitoring Non-Normal Process. *Journal of Mathematics and Statistics*; 8(1): 37-41.
- Adekeye K. S. 2013. Modified Simple Robust Control Chart Based on MAD. *Journal of Science and Technology*; vol.2, No. 4.
- Grant, E. L. R. S. Leavenworth. 1994. *Pengendalian Mutu Statistik*. Erlangga: Jakarta.
- Montgomery, Douglas C. 2001. *Introduction to Statistical Quality Control*. 4th ed., John Wiley & Sons, New York.
- Muchlis, R. Dachlan. 2010. *Pengendalian Kualitas Statistika*. Pustaka Ceria: Jakarta-Bandung.

