

Diagram Kontrol Atribut untuk Memantau Loyalitas Pelanggan

¹Anita Puspita, ²Suwanda, ³Suliadi

^{1,2,3}Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung,
Jl. Ranggamalela No. 1 Bandung 40116

e-mail : ¹anitapuspitanurkamilah@yahoo.com , ²wanda_100358@yahoo.co.id

Abstrak. Dalam pasar yang kompetitif, terus memenuhi dan melampaui harapan pelanggan akan menyebabkan loyalitas pelanggan bertahan/meningkat. Kepuasan adalah salah satu faktor yang paling penting untuk mengukur loyalitas pelanggan. Loyalitas biasanya diukur dengan tingkat presentase pelanggan yang membeli kembali produk, baik barang maupun jasa. Dalam statistika program loyalitas pelanggan dilakukan dengan cara memonitor menggunakan diagram kontrol proses statistik. Diagram kontrol yang biasa digunakan dalam bidang manufaktur selama ini dikenal dengan diagram kontrol atribut. Dalam kasus loyalitas pelanggan, diagram kontrol atribut yang sudah ada kurang cocok digunakan karena memakai distribusi multinomial, untuk itu dibutuhkan pengembangan diagram kontrol yang sudah ada agar bisa digunakan untuk mengontrol sesuai karakteristik mutu bidang jasa. Diagram kontrol yang akan dibahas adalah diagram kontrol chi-kuadrat, diagram kontrol loyalitas pelanggan, dan diagram kontrol likelihood ratio. Masing-masing diagram kontrol akan diaplikasikan pada monitoring proporsi loyalitas mahasiswa UNISBA dengan lima level kepuasan terhadap perpustakaan UNISBA.

Kata Kunci : Kepuasan Pelanggan, Loyalitas Pelanggan, Diagram Kontrol, Bernoulli, Proporsi, Regresi Logistik.

A. Pendahuluan

Menurut Tjiptono dkk (2000 : 110) loyalitas konsumen/pelanggan adalah komitmen pelanggan terhadap suatu merek, toko atau pemasok berdasarkan sifat yang sangat positif dalam pembelian jangka panjang. Loyalitas biasanya diukur dengan tingkat presentase pelanggan yang membeli kembali produk, baik barang maupun jasa. Dalam statistika program loyalitas pelanggan dilakukan dengan cara memonitor perilaku pelanggan yaitu dengan cara menggunakan diagram kontrol proses statistik.

Diagram kontrol adalah salah satu alat *statistical proses control (SPC)* yang paling banyak digunakan dalam industri manufaktur dalam pemantauan proses (Montgomery, 2001). Pada saat ini tidak hanya di dunia industri saja yang menggunakan SPC, penelitian didunia pemasaran pun banyak menggunakan metode SPC. Diagram kontrol terbagi kedalam dua kelompok, yaitu diagram kontrol untuk data variabel dan diagram kontrol untuk data atribut. Namun untuk aplikasi di bidang pemasaran diagram kontrol tersebut kurang cocok untuk digunakan karena dalam kasus loyalitas pelanggan memakai distribusi multinomial, untuk itu dibutuhkan pengembangan diagram kontrol yang sudah ada agar bisa digunakan untuk mengontrol sesuai karakteristik mutu bidang jasa.

Dalam pelaksanaan mengukur loyalitas pelanggan ada dua variabel yang penting diukur yaitu tingkat kepuasan dan tingkat loyalitas. Cara untuk mengukur tingkat kepuasan yaitu dengan menggunakan skala likert dimana konsumen terbagi kedalam lima kelompok yaitu konsumen yang sangat puas, konsumen puas, konsumen netral, konsumen tidak puas dan konsumen yang tidak puas. Pada masing-masing tingkat kepuasan diukur tingkat loyalitasnya.

Tingkat loyalitas diukur dengan menggunakan skala biner, konsumen terbagi kedalam dua kelompok yaitu konsumen yang loyal dan konsumen yang tidak loyal. Untuk mengontrol loyalitas pelanggan tersebut perlu membangun diagram kontrol untuk mengontrol secara serempak proporsi loyalitas pada masing-masing tingkat

kepuasan dimana loyalitas dipandang sebagai variabel acak Bernoulli.

Mahasiswa prodi Statistika F-MIPA UNISBA, NPM : 10060111008

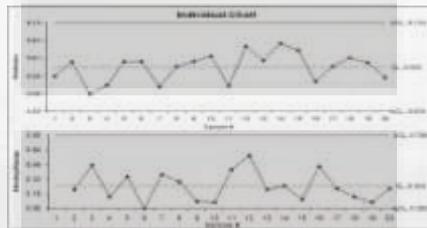
Dosen prodi Statistika F-MIPA UNISBA

Oleh karena itu rumusan masalah berdasarkan latar belakang untuk mengontrol loyalitas pelanggan dengan tujuan membahas bagaimana membuat diagram kontrol chi-kuadrat, bagaimana membuat diagram kontrol proporsi loyalitas, bagaimana membuat diagram kontrol likelihood ratio, dan bagaimana implementasi dari ketiga diagram control (diagram kontrol chi-kuadrat, diagram kontrol proporsi loyalitas, dan diagram kontrol likelihood ratio) pengaplikasiannya pada pengunjung perpustakaan UNISBA.

B. Kajian Pustaka

1. Diagram Kontrol

Diagram kontrol adalah sebuah grafik yang memberi gambaran tentang perilaku sebuah proses. Diagram kontrol digunakan untuk memahami apakah sebuah proses manufaktur atau proses bisnis berjalan dalam kondisi yang terkontrol atau tidak. Batas kontrol besarnya didapat dari perhitungan data itu sendiri, jadi perubahan data mempengaruhi besar batas. Diagram kontrol dikatakan tidak terkendali apabila titik yang mewakili (rata-rata, range, atau proporsi) berada diluar batas kendali.



Gambar 2.1 Contoh Diagram kontrol

1.1 Diagram kontrol Atribut

Diagram kontrol atribut biasa digunakan apabila data yang diperoleh berbentuk data atribut yang hanya memiliki dua nilai yang berkaitan dengan ya atau tidak, seperti sesuai atau tidak sesuai, lulus atau tidak lulus, dll. Ada beberapa macam diagram kontrol untuk data atribut, yaitu diagram kontrol p, np, dan u.

Diagram kontrol p adalah jenis diagram kontrol yang digunakan untuk memonitor proporsi dari ketidaksesuaian dalam sebuah sampel, dimana proporsi ketidaksesuaian ditentukan sebagai rasio unit yang memiliki ketidaksesuaian dibandingkan dengan jumlah sampel. Diagram kontrol p hanya mengakomodir inspeksi dengan dua keputusan, "OK / Gagal", "Bagus / Jelek". Adapun batas-batas kontrol dari diagram kontrol p yaitu:

$$BKA_p = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}; \quad Pusat_p = \bar{p}; \quad BKB_p = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \quad \dots(2.4)$$

dimana \bar{p} adalah estimasi rata-rata proporsi jangka panjang yang dihitung

dengan rumus $\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i}{nm}$. Jika nilai batas kontrol bawah lebih kecil atau sama dengan nol maka batas kontrol bawah dianggap nol.

Diagram kontrol np adalah jenis diagram kontrol yang digunakan di dunia industri atau bisnis untuk memonitor banyaknya ketidaksesuaian dalam sebuah sampel, yang membedakan dengan diagram kontrol p adalah, diagram kontrol

np tidak menghitung proporsi ketidaksesuaian tersebut. Adapun batas-batas kontrol dari diagram kontrol np yaitu:

$$BKA_{np} = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}; \quad Pusat_{np} = \bar{p}; \quad BKB_{np} = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} \quad \dots(2.5)$$

dimana n adalah jumlah sampel dan \bar{p} adalah estimasi rata-rata proporsi jangka panjang yang dihitung dengan rumus $\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i}{nm}$. Jika nilai batas kontrol bawah lebih kecil atau sama dengan nol maka batas kontrol bawah dianggap nol.

Diagram kontrol u adalah jenis diagram kontrol yang digunakan di dunia industri atau bisnis untuk memonitor data penghitungan, dimana kejadian tersebut hanya bisa dihitung pada saat kejadian itu muncul, dan probabilitas untuk terjadinya kejadian tersebut tidak sama. Contoh: Jumlah kecelakaan setiap bulan, Berapa kali listrik mati setiap bulan, dll. Adapun batas-batas kontrol dari diagram kontrol u yaitu:

$$BKA_u = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}; \quad Pusat_u = \bar{u}; \quad BKB_u = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$

... (2.6)

dimana \bar{u} adalah rata-rata jumlah kejadian per unit yang dihitung dengan rumus $\bar{u} = \frac{x_i}{n_i}$. Dimana x_i adalah jumlah kejadian untuk data ke i dan n_i adalah jumlah sampel untuk data ke i .

Dikarenakan diagram kontrol data atribut diatas kurang cocok untuk digunakan dalam pemantauan loyalitas pelanggan karena memakai distribusi multinomial, untuk itu dibutuhkan pengembangan diagram kontrol yang sudah ada agar bisa digunakan untuk mengontrol sesuai karakteristik mutu bidang jasa, maka pada kasus ini penulis menggunakan diagram kontrol chi-kuadrat, diagram kontrol proporsi loyalitas, dan diagram kontrol likelihood ratio (Samimi dkk, 2010).

2. Diagram kontrol Atribut Untuk Memantau Loyalitas Pelanggan

Untuk melaksanakan program mempertahankan/meningkatkan loyalitas pelanggan melalui pengontrolan proporsi loyalitas dapat dijelaskan sebagai berikut:

- a. Tingkat kepuasan pelanggan dibagi menjadi 5 kategori yaitu sangat tidak puas, tidak puas, netral, puas, dan sangat puas dengan proporsi pada masing-masing tingkat kepuasan loyalitas konsumen. p_1 (sangat tidak puas), p_2 (tidak puas), p_3 (netral), p_4 (puas), dan p_5 (sangat puas). Nilai p_i dengan $i=1-5$ diperoleh dari survey sebelumnya atau pra surey.
- b. Tetapkan panjang periode pengukuran, misal : satu bulan 1 kali, dua bulan 1 kali, atau 6 bulan 1 kali.
- c. Pada masing-masing periode lakukan survey konsumen dengan ukuran sampel sebesar n .
- d. Pada setiap konsumen dicatat tingkat kepuasan dan loyalitas terhadap produk/jasa. Misal : dari n orang terdapat n_1 yang menyatakan sangat tidak puas, n_2 menyatakan sangat puas, n_3 menyatakan netral, n_4 menyatakan puas, dan n_5 menyatakan sangat puas.
- e. Pada masing-masing kategori kepuasan dinyatakan sebagai n_i , dan pelanggan loyal sebagai Y_i .

- f. Untuk pembentukan batas kontrol pertama-tama pandang Y_i (banyaknya jumlah pelanggan yang loyal) merupakan variabel acak binomial dengan parameter n_i dan p_{io} .

Untuk menghitung paparan diatas akan dijelaskan 3 diagram kontrol yang dilakukan untuk memonitor pergeseran loyalitas pelanggan.

Tabel 2.1 Deskripsi Data

Tingkat kepuasan	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
Jumlah pelanggan	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5
Proporsi	p_{10}	p_{20}	p_{30}	p_{40}	p_{50}
Jumlah pelanggan loyal	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5

Berikut ini akan dijelaskan diagram kontrol baru untuk mengontrol loyalitas pelanggan secara keseluruhan, yaitu, diagram kontrol chi-kuadrat, diagram kontrol proporsi loyalitas, dan diagram kontrol likelihood ratio.

2.1 Diagram Kontrol Chi-Kuadrat (*Chi-square Control Chart*)

Dengan menggunakan dalil limit pusat Z_i pada persamaan (2.7) berasimtot normal standar terutama ketika $n_i p_i \geq 5$ dan $n_i(1 - p_i) \geq 5$ (Hogg and Craig, 1995).

$$Z_i = \frac{Y_i - n_i p_{io}}{\sqrt{n_i p_{io} (1 - p_{io})}}, i = 1, \dots, 5 \quad \dots(2.7)$$

Selanjutnya buat statistik Q_j .

$$Q_j = \sum_{i=1}^5 Z_i^2 \quad \dots(2.8)$$

Karena Z_i saling bebas menggunakan sifat d pada distribusi normal, Q berdistribusi $\chi^2_{(v)}$ dengan $v=5$. Statistik Q inilah yang akan digambarkan dalam diagram kontrol chi-kuadrat. Adapun batas kontrol dari diagram kontrol chi-kuadrat adalah: $\chi^2_{\alpha, (v)}$

$$\begin{aligned} BKA_c &= \chi^2_{\alpha, (v)}, & \text{dengan } v=5 & \dots(2.9) \\ BKB_c &= 0 \end{aligned}$$

dimana α merupakan kekeliruan tipe 1 biasanya menggunakan $\alpha = 1\%$ dan $\alpha = 5\%$, dalam hal diagram kontrol 3 sigma nilai α adalah 0,00275.

2.2 Diagram Kontrol Proporsi Loyalitas (*Loyalty Proportion Control Chart*)

Cara lain untuk mengontrol loyalitas pelanggan yaitu menggunakan diagram kontrol proporsi loyalitas. Mengukur loyalitas pelanggan dengan statistik yang ditunjukkan pada Persamaan (2.10) dapat menjadi solusi untuk menghitung tingkat loyalitas.

$$Q'_j = \frac{\sum_{i=1}^5 Y_i}{\sum_{i=1}^5 n_i} \quad \dots(2.10)$$

Q' mengukur proporsi pelanggan loyal. Berbeda dengan diagram kontrol chi-kuadrat, batas kontrol dalam diagram kontrol proporsi loyalitas ini dihitung dengan persamaan:

$$BKA_p = p_0 + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}; \quad BKB_p = p_0 - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}; \quad \dots(2.11)$$

Dimana $n = \sum_{i=1}^5 n_i$, p_0 menunjukkan probabilitas loyalitas yang dijelaskan dalam rumus:

$$p_0 = \frac{\sum_{i=1}^5 n_i p_{i0}}{\sum_{i=1}^5 n_i} \quad \dots(2.12)$$

Untuk menggunakan grafik diagram kontrol proporsi loyalitas ini, statistik Q' dihitung dan dibandingkan dengan BKA_p dan BKB_p, meskipun keluar dari titik kontrol dapat dengan mudah ditafsirkan, mengabaikan ketergantungan loyalitas pada kepuasan akan mempersulit diagram kontrol mendeteksi perubahan yang signifikan dalam tingkat loyalitas.

2.3 Diagram Kontrol Likelihood Ratio

Metode lain untuk memantau loyalitas pelanggan berdasarkan hubungan fungsional antara loyalitas dan kepuasan yaitu dengan menggunakan diagram kontrol likelihood ratio. Loyalitas dapat digambarkan sebagai fungsi dari tingkat kepuasan. Dengan menggunakan model regresi logistik, salah satu model yang sering digunakan antara model linear umum, probabilitas setiap tingkat loyalitas ditulis sebagai berikut (Myers, dkk, 2002):

$$p_{loyalty} = f(x) = \frac{1}{1 + e^{-(\beta_1 + \beta_2 x)}} \quad \dots(2.13)$$

dimana x menunjukkan kepuasan pelanggan yang diasumsikan variabel acak diskrit dengan lima nilai. Setiap perubahan parameter persamaan diatas akan mempengaruhi loyalitas pelanggan. Oleh karena itu, loyalitas pelanggan sebagai variabel dependen hubungan fungsional dengan kepuasan pelanggan. Dengan kata lain, hipotesis nya adalah:

$H_0 : \beta_1 = \beta_{10}, \beta_2 = \beta_{20}$, proporsi loyalitas masing-masing tingkat kepuasan *in control*.

$H_1 : \beta_1 \neq \beta_{10}, \beta_2 \neq \beta_{20}$, proporsi loyalitas masing-masing tingkat kepuasan *out of control*.

Hipotesis diatas diuji secara teratur sepanjang waktu di mana β_{10} dan β_{20} dapat diperkirakan berdasarkan informasi yang disediakan dari survei pelanggan dalam periode dasar.

Parameter dari model regresi logistik dapat diperkirakan dengan metode kemungkinan maksimum. Untuk tujuan ini, fungsi log-likelihood ditulis sebagai berikut (Myers, dkk, 2002):

$$\ln[L(\beta_1, \beta_2)] = \sum_{i=1}^5 \left[Y_i \ln \left(\frac{p_{loyalty}}{1 - p_{loyalty}} \right) + n_i \ln(1 - p_{loyalty}) \right] \quad \dots(2.14)$$

Setelah mensubstitusikan $p_{loyalty}$ Persamaan (2.13), Persamaan (2.14) menjadi sebagai berikut:

$$\ln[L(\beta_1, \beta_2)] = \sum_{i=1}^5 \left[Y_i (\beta_1 + \beta_2 x) - n_i \ln(1 + e^{-(\beta_1 + \beta_2 x)}) \right] \quad \dots(2.15)$$

Penaksir β_1 dan β_2 yaitu $\hat{\beta}_1$ dan $\hat{\beta}_2$ dipilih yang memaksimalkan $\ln[L(\beta_1, \beta_2)]$ dengan memecahkan system persamaan berikut:

$$\frac{\delta \ln[(\beta_1, \beta_2)]}{\delta \beta_1} = 0 \quad \dots(2.16)$$

$$\frac{\delta \ln[(\beta_1, \beta_2)]}{\delta \beta_2} = 0$$

Untuk melakukan uji hipotesis, dapat menggunakan statistik rasio kemungkinan, adapun rumusnya sebagai berikut:

$$\lambda = L_{reduce} / L_{full} \quad \dots(2.17)$$

Penyebut dan pembilang menunjukkan nilai maksimum likelihood. Jika H_0 benar dan ukuran sampel besar, maka statistik $-2\ln\lambda$ memiliki distribusi chi-kuadrat dengan derajat kebebasan $\nu=r$, dimana $\nu=r$ menunjukkan jumlah parameter yang ditentukan dalam H_0 (Mood, 1974).

Implementasi dalam pengontrolan proses untuk pergeseran proporsi loyalitas, andaikan bahwa $\hat{\beta}_1$ dan $\hat{\beta}_2$ itu diperoleh dari survey pendahuluan yang selanjutnya dipandang sebagai $\hat{\beta}_1 = \beta_{10}$, $\hat{\beta}_2 = \beta_{20}$. Untuk mengontrol apakah proporsi loyalitas berubah atau tidak sama dengan melakukan uji hipotesis dengan rumusan $H_0 : \beta_1 = \beta_{10}, \beta_2 = \beta_{20}$, ambil pengamatan/survey lanjutan berukuran n kemudian hitung L_{reduce} sama dengan nilai dari fungsi log likelihood Persamaan (2.14) dibawah H_0 benar dan hitung L_{full} juga dari persamaan (2.14) hanya β_1 dan β_2 diganti menjadi $\hat{\beta}_1$ dan $\hat{\beta}_2$ dari sampel lanjutan.

$$Q''_j = -2\ln\lambda \quad \dots(2.18)$$

Statistik Q''_j berdistribusi asimtotik χ^2_ν , sehingga batas-batas kontrol dari diagram kontrol likelihood ratio adalah:

$$\begin{aligned} BKA_l &= \chi^2_{\nu, \alpha}, \text{ dengan } \nu = r = 2 \\ BKB_l &= 0 \end{aligned} \quad \dots(2.19)$$

dimana α merupakan kekeliruan tipe 1 biasanya menggunakan $\alpha = 1\%$ dan $\alpha = 5\%$, dalam hal diagram kontrol 3 sigma nilai α adalah 0,00275.

C. Bahan dan Metode

Bahan yang digunakan adalah data primer yang diperoleh langsung oleh peneliti dengan cara menyebarkan kuesioner langsung kepada pengunjung perpustakaan UNIVERSITAS ISLAM BANDUNG. Yang menjadi pengunjung perpustakaan tersebut adalah mahasiswa/i UNIVERSITAS ISLAM BANDUNG. Perpustakaan diartikan sebagai sebuah ruangan atau gedung yang digunakan untuk menyimpan buku dan terbitan lainnya yang biasanya disimpan menurut tata susunan tertentu yang digunakan pembaca bukan untuk dijual.

Pengunjung perpustakaan dapat digunakan sebagai sampel dalam pengujian kepuasan pelanggan ini, perpustakaan didefinisikan sebagai salah satu produk yang dimiliki oleh suatu perusahaan dan pengunjung perpustakaan tersebut didefinisikan sebagai pelanggan dari produk tersebut. Diharapkan diagram kontrol chi-kuadrat, diagram kontrol proporsi loyalitas, dan diagram kontrol likelihood ratio dapat memantau loyalitas pelanggan.

Adapun langkah-langkah dalam menyelesaikan permasalahan dalam pemantauan loyalitas pelanggan yaitu sebagai berikut:

- Tentukan ukuran sampel minimal untuk mengetahui jumlah responden yang akan digunakan untuk penelitian, dengan menggunakan rumus:

$$b. \quad N \geq \left[\frac{Z_{\alpha/2} \sqrt{p(1-p)}}{\Delta} \right]^2 ; \Delta = |\hat{p} - p| \quad \dots(3.1)$$

- Penentuan ukuran sampel diatas dengan menggunakan margin error sebesar 5%, dengan koefisien kepercayaan 95%, dan $\alpha = 5\%$ didapatkan $n = 382$ dibulatkan menjadi 400.

- d. Mengedarkan kuesioner sebanyak 400 untuk mencatat tingkat kepuasan dan loyalitas mahasiswa/responden. Kriteria loyalitas dilihat dari jumlah kunjungan mahasiswa ke perpustakaan UNISBA, dimana apabila < 5 kali kunjungan mahasiswa dikatakan tidak loyal dan apabila ≥ 5 kali kunjungan mahasiswa dikatakan loyal terhadap perpustakaan UNISBA.
- e. Data yang diperoleh digunakan untuk menentukan nilai n_1, n_2, n_3, n_4, n_5 dan Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5 .
- f. Hitung proporsi loyalitas untuk masing-masing tingkat kepuasan $p_{1o}, p_{2o}, p_{3o}, p_{4o}, p_{5o}$.
- g. Lihat masing-masing kelompok kepuasan mahasiswa/pelanggan terhadap perpustakaan UNISBA untuk mengontrol apakah terjadi pergeseran pada $p_{1o} - p_{5o}$. maka akan dilakukan pengamatan selama 20 periode melalui simulasi dengan skenario sebagai berikut:
 1. Pada periode 1-10, dengan $p_{1o} - p_{5o}$ tidak bergeser. Pada periode 11-20, loyalitas bergeser menjadi $p_{1i} - p_{5i}$, paling sedikit satu periode.
 2. Pada masing-masing periode bangkitka data multinomial dengan parameter n_i/n dengan ukuran sampel 400.
 3. Pada masing-masing tingkat kepuasan bangkitkan tingkat loyalitas dengan parameter n_{ij} ($i=1-5$ dan $j=1-10$) dan p_{io} , dengan parameter n_{ij} ($i=1-5$ dan $j=11-20$) dan p_{i1} .
 4. Hitung nilai Q_j dengan Persamaan (2.8) lalu plotkan diagram kontrol dengan batas kontrol pada Persamaan (2.9).
 5. Hitung nilai Q'_j dengan Persamaan (2.10) lalu plotkan diagram kontrol dengan batas kontrol pada Persamaan (2.11).
 6. Hitung nilai Q''_j dengan Persamaan (2.18) lalu plotkan diagram kontrol dengan batas kontrol pada Persamaan (2.19).

D. Hasil dan Pembahasan

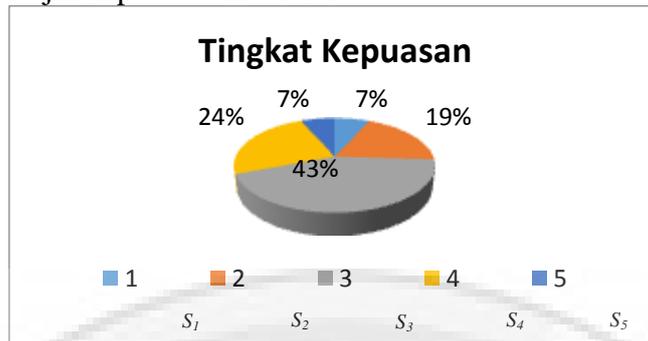
Berdasarkan langkah-langkah yang telah dijelaskan diatas, akan diuraikan hasil analisis terhadap nilai kepuasan dan proporsi loyalitas pelanggan perpustakaan Unisba. Dari 400 kuesioner yang didistribusikan ke 10 fakultas yang ada di Unisba, hanya sebanyak 308 yang mengisi sesuai dengan petunjuk yang ada pada kuesioner. Ringkasan data yang tercantum pada Lampiran 2 disajikan pada Tabel 4.1 berikut:

Tabel 4.1 Deskripsi Data Pengunjung Perpustakaan Unisba

Tingkat kepuasan	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
Jumlah pelanggan	21	59	133	75	20
Proporsi loyalitas	0.81	0.78	0.72	0.83	0.70
Jumlah pelanggan loyal	17	46	96	62	14

Berdasarkan Tabel 4.1, kategori S_3 (netral) mempunyai frekuensi pelanggan loyal menurut tingkat kepuasan yang paling tinggi yaitu sebesar 43% dan ada dua kategori yaitu S_1 (sangat tidak puas) dan S_5 (sangat puas) mempunyai frekuensi pelanggan loyal menurut tingkat kepuasan yang paling rendah masing-masing sebesar

7%. seperti yang disajikan pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Frekuensi Tingkat Kepuasan



Gambar 4.2 Tingkat Loyalitas Untuk Berbagai Tingkat Kepuasan

Diagram diatas menyimpulkan bahwa pada kategori 1 (S₁) ada 81% mahasiswa yang menyatakan loyal, pada kategori 2 (S₂) ada 78% mahasiswa yang menyatakan loyal, pada kategori 3 (S₃) ada 72% mahasiswa yang menyatakan loyal, pada kategori 4 (S₄) ada 83% mahasiswa yang menyatakan loyal, dan pada kategori 5 (S₅) ada 70% mahasiswa yang menyatakan loyal. Presentase dari tingkat loyalitas diatas tidak terlalu jauh berbeda.

1. Diagram Kontrol Chi-kuadrat

Dari data hasil survey, andaikan bahwa $p_{10} = 0.81$, $p_{20} = 0.78$, $p_{30} = 0.72$, $p_{40} = 0.83$, $p_{50} = 0.70$, merupakan parameter proporsi loyalitas dari semua tingkat kepuasan dipandang sebagai parameter *in control*. Untuk implementasi dibangkitkan data 20 periode dengan parameter 10 periode pertama parameternya 0.81, 0.78, 0.72, 0.83, 0.70 dan 10 periode berikutnya bergeser menjadi 0.81, 0.78, 0.72, 0.83, 0.75.

Berdasarkan data tersebut perilaku perubahan loyalitas dengan membentuk diagram kontrol chi-kuadrat hitung Z_{ij} terlebih dahulu, sebagai contoh periode 1:

$$Z_{11} = \frac{Y_{11} - n_{11}p_{10}}{\sqrt{n_{11}p_{10}(1-p_{10})}} = \frac{20 - (26 \times 0.81)}{\sqrt{(26 \times 0.81)(1-0.81)}} = -0,5299073$$

$$Z_{21} = \frac{Y_{21} - n_{21}p_{20}}{\sqrt{n_{21}p_{20}(1-p_{20})}} = \frac{40 - (58 \times 0.78)}{\sqrt{(58 \times 0.78)(1-0.78)}} = -1,660958$$

$$Z_{31} = \frac{Y_{31} - n_{31}p_{30}}{\sqrt{n_{31}p_{30}(1-p_{30})}} = \frac{95 - (134 \times 0.72)}{\sqrt{(134 \times 0.72)(1-0.72)}} = -0,2847502$$

$$Z_{41} = \frac{Y_{41} - n_{41}p_{40}}{\sqrt{n_{41}p_{40}(1-p_{40})}} = \frac{53 - (63 \times 0.83)}{\sqrt{(63 \times 0.83)(1-0.83)}} = 0,2381357$$

$$Z_{51} = \frac{Y_{51} - n_{51}p_{50}}{\sqrt{n_{51}p_{50}(1-p_{50})}} = \frac{21 - (27 \times 0.70)}{\sqrt{(27 \times 0.70)(1-0.70)}} = 0,881917$$

Setelah menghitung Z_{ij} hitung statistik Q_j , dengan rumus:

$$Q_1 = \sum_{i=1}^5 Z_{ij}^2 = (-0,529073)^2 + (-1,660958)^2 + (-0,2847502)^2 + (0,2381357)^2 + (0,881917)^2 \\ = 2.907417$$

Dengan menggunakan software, didapatkan nilai Q_j sebanyak 20 periode, seperti yang disajikan pada Tabel 4.2.

Setelah menghitung nilai statistik Q_j , hitung batas-batas kontrol untuk diagram kontrol chi-kuadrat dengan $\alpha = 5\%$ dan $\nu=5$, yaitu :

$$BKA_c = \chi_{\alpha,(v)}^2 = 11,07$$

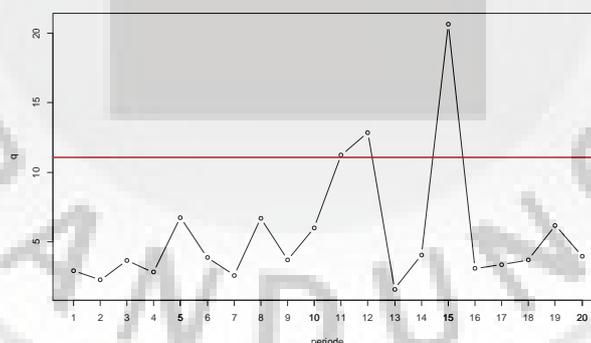
$$BKB_c = 0$$

Nilai Q_j pada Tabel 4.2 dipetakan pada diagram kontrol dengan batas-batas kontrol diatas, sebagaimana tersaji pada Gambar 4.3.

Tabel 4.2 Nilai Statistik Q_j Sebanyak 20 Periode

Periode	Nilai Q_j	Periode	Nilai Q_j
1	2.907417	11	11.252702
2	2.231776	12	12.847976
3	3.619484	13	1.554626
4	2.794460	14	4.037006
5	6.730955	15	20.669135
6	3.857266	16	3.062452
7	2.570169	17	3.333624
8	6.697583	18	3.692510
9	3.676169	19	6.170186
10	5.979607	20	3.955152

(Sumber: Hasil keluaran software R)



Gambar 4.3 Diagram Kontrol Chi-kuadrat

Berdasarkan gambar diatas, diagram kontrol chi-kuadrat memberikan sinyal *out of control* pada pengamatan ke-11.

2. Diagram Kontrol Proporsi Loyalitas

Pada diagram kontrol proporsi loyalitas, sama dengan diagram kontrol chi-kuadrat, untuk implementasi dibangkitkan data sebanyak 20 periode, dengan parameter yang sama seperti diagram kontrol chi-kuadrat.

Dengan menggunakan data hasil bangkitan, untuk membentuk diagram kontrol proporsi loyalitas, hitung statistik Q'_j , sebagai contoh periode 1 :

$$Q'_1 = \frac{\sum_{i=1}^5 Y_{ij}}{\sum_{i=1}^5 n_{ij}} = \frac{Y_{11} + Y_{21} + Y_{31} + Y_{41} + Y_{51}}{n_{11} + n_{21} + n_{31} + n_{41} + n_{51}}$$

$$= \frac{26 + 58 + 134 + 63 + 27}{20 + 40 + 95 + 53 + 21}$$

$$= 0.7564935$$

Dengan menggunakan software, didapatkan nilai Q'_j sebanyak 20 periode, seperti yang disajikan pada Tabel 4.3.

Tabel 4.3 Nilai Statistik Q'_j sebanyak 20 periode

Periode	Nilai Q'_j	Periode	Nilai Q'_j
1	0.7564935	11	0.7532468
2	0.7759740	12	0.7142857
3	0.7824675	13	0.7662338
4	0.7954545	14	0.7467532
5	0.7824675	15	0.7045455
6	0.8019481	16	0.7435065
7	0.7694805	17	0.7597403
8	0.7727273	18	0.7759740
9	0.7824675	19	0.7435065
10	0.7759740	20	0.7435065

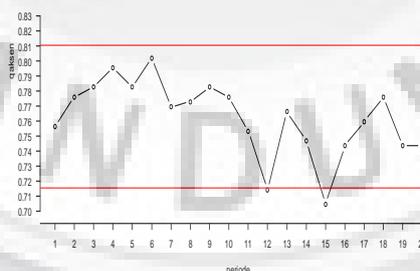
(Sumber: Hasil keluaran software R)

Setelah menghitung nilai statistik Q'_j , hitung batas-batas kontrol untuk diagram kontrol proporsi loyalitas dengan $n=308$, $\alpha=0,05$ dan nilai $P_0 = 0.7631169$, yaitu:

$$BKA_p = p_0 + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} = 0,8105996$$

$$BKB_p = p_0 - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} = 0,7156342$$

Nilai Q'_j pada Tabel 4.3 dipetakan pada diagram kontrol dengan batas-batas kontrol diatas, sebagaimana tersaji pada Gambar 4.4. dengan berdasarkan gambar tersebut, diagram kontrol proporsi loyalitas memberikan sinyal out of control pada pengamatan ke-12.



Gambar 4.4 Diagram Kontrol Proporsi Loyalitas

3. Diagram Kontrol Likelihood Ratio

Sebelum membuat diagram kontrol likelihood ratio, uji terlebih dahulu keberartian model regresi logistik. Dengan rumusan hipotesis untuk pengujian keberartian model regresi logistik, sebagai berikut:

$H_0 : \beta_2 = 0$; Model regresi logistik tidak berarti.

$H_1 : \beta_2 \neq 0$; Model regresi logistik berarti.

Adapun model regresi logistiknya yaitu:

$$g(x) = 1.20780 - 0.0126842x_i$$

Dengan menggunakan software statistik didapatkan nilai $G = 0.009$

Kriteria uji:

Tolak H_0 apabila $G > \chi^2_{(v, \alpha)}$ pada taraf nyata α tertentu selain itu terima H_0 .

Kesimpulan:

Dengan nilai $G = 0.009$ dan $\chi^2_{(1, 0.05)} = 3.841459$, maka $G < \chi^2_{(1, 0.05)}$ artinya H_0 diterima yaitu model regresi logistik tidak berarti. Karena model tidak berarti maka diagram kontrol likelihood ratio tidak digunakan.

4. Average Run Length (ARL) dari Ketiga Diagram Kontrol

Samimi dkk (2010), melakukan studi kinerja dari ketiga diagram kontrol yaitu diagram kontrol chi-kuadrat, diagram kontrol proporsi loyalitas, dan diagram kontrol likelihood ratio dengan cara simulasi, adapun cara dari simulasi tersebut yaitu sebagai berikut:

Bangkitkan sampel berukuran 200 dari distribusi multinomial dengan proporsi masing-masing tingkat kepuasan 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.35 dan proporsi loyalitas masing-masing tingkat kepuasan *in control* dengan $p_{10} = 0.1$, $p_{20} = 0.2$, $p_{30} = 0.4$, $p_{40} = 0.7$, $p_{50} = 0.9$ selama 10 periode pertama. Kemudian, pada 10 periode selanjutnya data yang sama dibangkitkan dengan proporsi loyalitas bergeser menjadi $p_{11} = 0.1$, $p_{21} = 0.2$, $p_{31} = 0.4$, $p_{41} = 0.7$, $p_{51} = 0.8$. Simulasi ini diulang sebanyak 1000 kali pengulangan, pada masing-masing pengulangan dihitung nilai run length yaitu panjang periode sejak parameter proporsi loyalitas bergeser sampai munculnya sinyal *out of control* dengan menggunakan tiga diagram kontrol, pada taraf nyata $\alpha = 0.05$.

Oleh karena itu akan terdapat 1000 nilai run length untuk masing-masing diagram kontrol. Pada akhir simulasi akan diperoleh nilai *average run length* (ARL) yaitu $ARL = \frac{\sum RL}{1000}$. Diagram kontrol yang mempunyai nilai *average run length* (ARL) yang paling kecil menunjukkan bahwa diagram kontrol tersebut mendeteksi proses *out of control* lebih cepat dibandingkan dengan diagram kontrol yang lainnya. Hasilnya disajikan pada Tabel 4.4. Dimana

Tabel 4.4 Nilai Average Run Length (ARL) untuk Tiga Diagram Kontrol dengan $\alpha = 5\%$

Diagram Kontrol	Probability of error type II (β)	ARL	SDRL
Chi-kuadrat	0.4700	1.8250	1.2522
Proporsi Loyalitas	0.8242	5.6892	5.1651
Likelihood Ratio	0.6110	2.5680	2.0375

(Sumber: *Journal of appl. Stochastic models*, 26:668-688)

Dari **Tabel 4.4** terlihat bahwa diagram kontrol chi-kuadrat yang mempunyai nilai ARL lebih kecil, hal itu menunjukkan bahwa diagram kontrol chi-kuadrat lebih cepat mendeteksi kondisi *out of control* dibandingkan dengan diagram kontrol yang lain dan diagram kontrol proporsi loyalitas memiliki kinerja yang lemah untuk mendeteksi kondisi *out of control*, karena diagram kontrol proporsi loyalitas memiliki nilai ARL yang paling tinggi.

Berdasarkan hasil dari survey penelitian diatas, memperkuat penelitian sebelumnya yang dilakukan Samimi dkk (2010) bahwa diagram kontrol chi-

kuadrat mempunyai kinerja paling baik. Namun untuk diagram kontrol likelihood ratio tidak dapat digunakan karena model regresi logistik tidak berarti.

E. Kesimpulan

Diagram kontrol chi-kuadrat identik dengan pengujian beberapa proporsi loyalitas yang nilainya sesuai dengan keadaan *in control*, diagram kontrol proporsi loyalitas identik dengan pengujian proporsi loyalitas tanpa melihat masing-masing proporsi tingkat kepuasan, dan diagram kontrol likelihood ratio identik dengan pengujian perubahan parameter regresi logistik antara tingkat kepuasan dan tingkat loyalitas.

Implementasi pada loyalitas pengunjung perpustakaan Unisba didasarkan menurut pelayanan, fasilitas (ruangan, komputer, tempat duduk, dll) dan banyak jumlah buku dan jurnal dengan skala likert 1 sampai dengan 5. Dari hasil survey bulan Mei 2015 menunjukkan ada 7% mahasiswa yang menyatakan sangat tidak puas, 19% menyatakan tidak puas, 43% menyatakan netral, 24% menyatakan puas, dan 6% menyatakan sangat puas terhadap perpustakaan unisba, serta proporsi loyalitas masing-masing 0.81, 0.78, 0.72, 0.83, 0.70.

Dengan menggunakan simulasi dari data hasil bangkitan simulasi selama 20 periode dimana periode 1 sampai dengan 10 dengan parameter 0.81, 0.78, 0.72, 0.83, 0.70 bergeser pada periode 11 sampai dengan 20 menjadi 0.81, 0.78, 0.72, 0.83, 0.75. pada diagram kontrol chi-kuadrat memberikan sinyal *out of control* pada pengamatan ke-11, diagram kontrol proporsi loyalitas memberikan sinyal *out of control* pada pengamatan ke-12, sedangkan diagram kontrol likelihood tidak dapat digunakan karena model regresi tidak berarti.

Hasil ini memperkuat penelitian sebelumnya yang dilakukan Samimi dkk (2010) bahwa diagram kontrol chi-kuadrat mempunyai kinerja paling baik, karena memiliki nilai ARL lebih kecil maka lebih cepat mendeteksi sinyal *out of control*, diagram kontrol proporsi loyalitas memiliki kinerja yang lemah untuk mendeteksi sinyal *out of control* karena memiliki nilai ARL yang besar.

Daftar Pustaka

- Montgomery, D.C. dan Mastrangelo, C.M. 2001, *Statistical Quality Control, six edition*. United States of America (USA)
- Hogg, R.V. dan Craig, A.T. 1995, *Introduction to Mathematical Statistics, Fourth Edition, Macmillan Publishing Co., Inc. NEW YORK*
- Tjiptono, dan Budiarto, T. 2000, *Pemasaran internasional*, edisi pertama, BPF, Yogyakarta
- Freund JE. 1992, *Mathematical statistics, five edition*. Prentice-hall: New jersey.
- Myers, R.H, Montgomery, D.C, dan Vining, G.G. 2002, *Generalized linear models, with applications in engineering and the sciences*. Wiley : New York.
- Samimi, Y. Aghaie, A. dan Tarokh, M.J. 2010. *Analysis of ordered categorical data to develop diagram controls for monitoring customer loyalty*. Journal of appl. Stochastic models, **26**:668-688.
- Mood, A.M. Graybill, F.A. dan Boes, D.C. 1974. *Introduction to the theory of statistics, third edition*. McGraw-Hill: New York.