 http://dx.doi.org/10.29313/.v7i1.26065

Pendugaan Model Distribusi Gumbel untuk Data Ekstrem Pasien Positif Baru COVID-19 di Indonesia dengan Metode Bayes

Helmi Fairuz Ichsan*, Abdul Kudus

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Indonesia.

*helmifairuz23@gmail.com, Abdul.kudus@unisba@unisba.ac.id

Abstract. This paper discusses extreme data modeling of new Covid-19 positive cases in Indonesia. This analysis aims to estimate Gumbel distribution model, which was fitted to weekly maximum new positive Covid-19 data in Indonesia. The data spanned from March to July 2020. The Gumbel distribution is a family member of the extreme value distribution. The estimation procedure used the Bayes approach. The simulated generated sample value will follow the posterior distribution if the average acceptance probability between 0.4 to 0.5. The algorithm's convergence was determined using a trace plot, autocorrelation plot, and ergodic mean plot. The parameter estimates are obtained from the average value of the simulation results after the burn-in period. From the research conducted, it can be concluded that the parameter estimation of μ and v is 2.93122 and 3.70536 with the standard error of 0.01554 and 0.01535.

Keywords: Bayes, Gibbs Sampler, Gumbel.

Abstrak. Penelitian ini membahas permodelan data ekstrem pasien positif baru Covid-19 di Indonesia. Tujuan analisis ini adalah untuk menduga parameter model dari data ekstrem pasien positif baru Covid-19 di Indonesia. Data yang digunakan adalah data sekunder hasil catatan periode Maret hingga Juli tahun 2020. Data tersebut dimodelkan dengan distribusi Gumbel yang merupakan keluarga dari distribusi extreme value. Penaksiran parameter model menggunakan pendekatan Bayes dan metode Markov Chain Monte Carlo menggunakan versi algoritme Gibbs Sampler. Nilai sampel bangkitan hasil simulasi akan mengikuti distribusi posteriornya apabila nilai peluang penerimaan rata-ratanya berada diantara 0.4 hingga 0.5. Penentuan konvergensi algoritme dilakukan melalui trace plot, autocorrelation plot dan ergodic mean plot. Taksiran parameter diperoleh dari rata-rata nilai sampel hasil simulasi dari iterasi setelah *burn-in period* hingga iterasi terakhir. Dari penelitian yang dilakukan dapat disimpulkan bahwa pendugaan parameter $\boldsymbol{\mu}$ dan $\boldsymbol{v}$ adalah 2.93122 dan 3.70536 dengan masing-masing standard errornya adalah 0.01554 dan 0.01535.

Kata Kunci: Bayes, Gibbs Sampler, Gumbel, MCMC.

1. Pendahuluan

Kejadian ekstrem indentik dengan suatu kejadian yang bersifat merusak atau merugikan kehidupan manusia seperti masalah yang sedang dihadapi saat ini yaitu fenomena pasien positif Covid-19 yang terus meningkat. Kejadian ekstrem biasanya memiliki sifat yang kompleks, sulit diprediksi dan memiliki intensitas yang tidak teratur (Rinaldi, 2019). Maka dari itu, perlu mencari nilai pendugaan yang tepat dari parameter distribusi data pasien positif baru Covid-19 di Indonesia, sehingga hasil yang didapatkan bisa dijadikan informasi bagi pemerintah Indonesia dalam menghadapi masalah Covid-19 di Indonesia.

Hal yang tidak dapat dipisahkan dari kajian distribusi adalah mengenai pendugaan parameter. Pendugaan parameter dapat dilakukan dengan menggunakan dua metode yaitu metode klasik dan metode Bayes. Metode klasik memiliki kelemahan dalam hal interpretasi terhadap selang kepercayaan dari parameter distribusi (Casella dan Berger, 2002). Oleh karena itu, pendugaan parameter akan dilakukan dengan metode Bayes yang dikombinasikan dengan Markov Chain Monte Carlo (MCMC).

Metode Bayes memiliki kelebihan dalam menduga nilai parameter distribusi. Prosedur pendugaannya tidak hanya berdasarkan pada informasi dari sampelnya tetapi juga atas informasi subyektif dari peneliti (informasi prior). Penggabungan dari kedua informasi tersebut hasilnya dinyatakan dalam bentuk distribusi yang disebut distribusi posterior. Pada dasarnya pemilihan prior secara umum dilakukan berdasarkan diketahui atau tidaknya informasi mengenai parameter. Jika distribusi prior dari parameter bukan merupakan sekawan (non-conjugate) maka komputasi dari distribusi posterior parameternya akan cukup rumit. Kondisi ini akan menjadi sangat sulit apabila melibatkan banyak parameter. Dalam kondisi inilah simulasi MCMC diperlukan.

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka tujuan penulisan makalah ini adalah untuk menerapkan metode Bayes pada kasus data ekstrem pasien positif baru Covid-19 di Indonesia dengan menggunakan model Markov Chain Monte Carlo versi algoritme Gibbs Sampler.

2. Landasan Teori

Metode Bayes

Pada dasarnya, teorema Bayes mengatakan bahwa kejadian di masa depan dapat diprediksi dengan syarat kejadian sebelumnya telah terjadi (Sugandi, 2008). Metode Bayes merupakan metode yang menggabungkan informasi terdahulu dari parameter yang akan ditaksir dengan informasi yang didapat dari sampel. Informasi terdahulu tersebut merupakan pandangan subyektif seseorang (*prior*). Penggabungan kedua infromasi tersebut kemudian menghasilkan distribusi *posterior* yang selanjutnya akan ditaksir parameternya. Teorema Bayes merupakan salah satu teori dalam probabilitas.

Bentuk dari aturan Bayes adalah sebagai berikut:

$$f(\theta|x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{f(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta)}{f(x_1, x_2, \dots, x_n)} = \frac{f(x_1, x_2, \dots, x_n|\theta).f(\theta)}{f(x_1, x_2, \dots, x_n)} \quad \dots (1)$$

Persamaan di atas merupakan bentuk lain dari aturan Bayes, dengan fungsi $f(\theta|x_1, x_2, \dots, x_n)$ disebut fungsi densitas probabilitas (*probability density function*, PDF) *posterior* dari θ, fungsi $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ disebut fungsi densitas marginal dari *X*, sedangkan fungsi $f(x_1, x_2, \dots, x_n|\theta)$ merupakan *likelihood* dari sampel acak $x_1, x_2, \dots, x_n$ dan fungsi $f(\theta)$ disebut sebagai fungsi densitas probabilitas *prior* dari θ. Karena $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ tidak bergantung pada θ dengan nilai *x* tetap, maka $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ dianggap sebagai konstanta (Dey dan Yan, 2016). Aturan Bayes sering ditulis sebagai berikut:

$$f(\theta|x_1, x_2, \dots, x_n) \propto f(x_1, x_2, \dots, x_n|\theta)f(\theta) \quad \dots (2)$$

Pendugaan parameter didasarkan pada distribusi *posterior* yang nilainya sebanding dengan hasil perkalian antara distribusi *prior* $f(\theta)$ dan fungsi *likelihood* $f(x_1, x_2, \dots, x_n|\theta)$.

Markov Chain Monte Carlo

MCMC adalah sebuah rangkaian metode untuk menciptakan barisan sampel acak yang berasal dari distribusi probabilitas, dengan membangun rantai markov sesuai dengan distribusi tertentu yang diinginkan. Metode ini memiliki dua algoritme yang populer yang sering digunakan yaitu algortime *Metropolis-Hastings* dan *Gibbs Sampler*.

Algortima Gibbs Sampler

Gibbs Sampler diperkenalkan oleh Geman dan Geman (1984). Gibbs sampler merupakan kasus khusus dari algoritme *Metropolis-Hastings*, dimana biasanya disebut juga sebagai teknik simulasi yang terpisah karena kepopuleran dan kemudahannya.

Dengan merujuk penelitian Dey dan Yan (2016), penyusunan makalah ini menggunakan pendekatan *trial-and-error* pada setiap parameter yang akan dibangkitkan. Dimana nilai probabilitas penerimaan rata-rata ($\bar{r}_j$) berada diantara nilai 0.4 dan 0.5, yang biasanya menghasilkan suatu simulasi hasil bangkitan data yang diinginkan. Persamaan peluang penerimaan untuk setiap parameternya adalah sebagai berikut:

$$r = \frac{f\left(\theta_j^* \middle| \theta_{\setminus j}^{t-1}, x\right).\, f\left(\theta_j^{t-1} \middle| \theta_j^*\right)}{f\left(\theta_j^{t-1} \middle| \theta_{\setminus j}^{t-1}, x\right).\, f\left(\theta_j^* \middle| \theta^{t-1}\right)} \qquad \ldots (3)$$

Algortima *gibbs sampler* dapat diringkas dengan langkah-langkah berikuti ini:
Menentukan nilai awal $\theta^{(0)}$ yang sesuai dengan variabel acak *X*.
Untuk $t = 1, \ldots, T$ ulangi langkah berikut:

1. Untuk $j = 1, \ldots, d$; perbaharui θ_j^* dari $\theta_j^* \sim f\left(\theta_j^* \middle| \theta_{\setminus j}^{t-1}, x\right)$
2. Hitung nilai peluang penerimaan pada setiap parameter
3. Atur nilai

$$\theta_j^t \begin{cases} \theta_j^* \text{ ; } dengan\ peluang \min(r, 1) \\ \theta_j^{t-1} \text{ ; } lainnya \end{cases}$$

Dari proses tersebut akan didapatkan $\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \ldots, \theta^{(T)}$ yang masing-masing merupakan nilai peubah acak yang dibangkitkan dari algoritme *gibbs sampler*.

Penduga parameter θ diperoleh dari nilai rata-rata dari nilai-nilai sampel yang tersimulasi MCMC ($\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \ldots, \theta^{(T)}$).

Menghitung *standard error* untuk menentukan ketelitian dari penduga parameter θ yang dihitung dalam simulasi MCMC.

Konvergensi Algoritme

Terdapat 3 metode untuk mengevaluasi apakah rantai markov telah mencapai kondisi konvergen dalam algoritme MCMC*:*

Trace Plot

Trace plot merupakan gambaran sebuah plot dari iterasi *versus* nilai yang telah dibangkitkan. *Trace plot* terutama sekali penting ketika algoritme MCMC dimulai dengan nilai-nilai parameter yang jauh dari pusat distribusi target. Sebuah trend naik atau turun pada nilai parameter pada *trace plot* menunjukkan bahwa *burn-in period* belum tercapai.

Autocorrelation Plot

Untuk algoritme MCMC, nilai simulasi pada iterasi ke-(*t*+1) bergantung pada nilai simulasi pada iterasi ke-(*t*). Jika pada rantai terdapat korelasi yang kuat diantara iterasi yang berurutan menunjukkan bahwa algoritme masih berada pada daerah tertentu dari ruang parameter dan mungkin membutuhkan waktu yang lama untuk penyampelan dari keseluruhan daerah distribusi.

Ergodic Mean Plot

Istilah *ergodic mean* menunjukan nilai *mean* sampai *current iteration*. *Ergodic mean plot* adalah plot antara nilai *ergodic mean* terhadap iterasinya. Jika *ergodic mean* stabil setelah beberapa iterasi, maka algoritme dapat dianggap konvergen.

Pendugaan Parameter

Pendugaan parameter dengan menggunakan metode MCMC biasanya digunakan untuk kasus-kasus inferensi Bayes. Dengan menjalankan sebuah algoritme MCMC, nilai-nilai $\theta^{(1)}, \ldots, \theta^{(T)\prime}$ masing-masing terdistribusi mendekati distribusi posterior $f(\theta | x_1, x_2, \ldots, x_n)$.
Penduga dari parameter θ diperoleh dari nilai rata-rata dari nilai-nilai sampel yang tersimulasi, yaitu:

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{t=1}^{T'} \theta^{(t)}}{T'} \quad \ldots (4)$$

Setelah didapatkan dugaan parameter, perhitungan penting lainnya pada analisis output adalah mengenai *standard error*. Maka pendugaan *standard error* $\hat{\theta}$ dapat diduga, yaitu:

$$S_{\hat{\theta}} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{T'} (\bar{\theta}^{t} - \bar{\theta})^2}{(T' - 1)}} \quad \ldots (5)$$

3. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Hubungan Pembentukan Distribusi Posterior pada Distribusi Gumbel dengan Penerapan Metode Bayes

Pada bagian ini akan dilakukan pembentukan distribusi posterior dengan penerapan metode

Tabel 1. Nilai Statistik Hitung dan P-Value Uji Kolmogorov-Smirnov

Jenis Distribusi	Statistic Hitung	P-Value	Peringkat
GEV	0.13183	0.83385	2
Gumbel	0.11122	0.94262	1
Frechet	0.13534	0.81044	3
Weibull	0.16734	0.57311	4

Sumber: Data Penelitian yang Sudah Diolah, 2020.

Bayes. Model-model distribusi peluang akan dicocokkan dengan data ekstrem pasien positif baru Covid-19 di Indonesia.

Hasil Uji kecocokan Kolmogorov-Smirnov disajikan pada Tabel 1. Kesimpulannya bahwa data ekstrem pasien positif baru Covid-19 di Indonesia periode Maret hingga Juli 2020 paling cocok dimodelkan dengan distribusi Gumbel.

Dalam pembentukan distribusi *posterior* akan dilakukan dengan metode analitik dari perkalian antara fungsi *likelihood* dan distribusi *prior*. Model distribusi data ekstrem pasien positif baru Covid-19 di Indonesia kemudian akan diestimasi dengan menggunakan algoritme *Gibbs Sampler*. Dengan distribusi Gumbel yang mempunyai parameter μ dan ν sebagai berikut

$$f(x;\mu,\nu) = \frac{1}{\nu} exp\left\{-\left(\left(\frac{x-\mu}{\nu}\right) + exp\left[-\left(\frac{x-\mu}{\nu}\right)\right]\right)\right\}$$

Kemudian akan dibentuk fungsi *likelihood* berdasarkan sampel acak $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Bentuk fungsi *likelihood*-nya adalah:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n|\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x;\mu,\nu)$$

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n|\theta) = \prod_{i=1}^{n} \left[\frac{1}{\nu} exp\left\{-\left(\left(\frac{x-\mu}{\nu}\right) + exp\left[-\left(\frac{x-\mu}{\nu}\right)\right]\right)\right\}\right]$$

$$= \frac{1}{\nu^n} exp\left\{-\left(\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\mu}{\nu}\right) + exp\left[-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\mu}{\nu}\right)\right]\right)\right\}$$

Distribusi *prior* yang akan digunakan adalah *prior* non-informatif yaitu distribusi Normal dimana $\mu \sim N(0, 10^2)$ dan $\nu \sim N(0, 10^2)$, bentuk PDF distribusi *prior* adalah sebagai berikut:

$$f(\theta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

Bentuk distribusi *posterior* untuk parameter μ yang sebanding dengan perkalian antara fungsi *likelihood* dan distribusi *prior* adalah sebagai berikut:

$$f(\mu|x) = \frac{1}{\nu^n} exp\left\{-\left(\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\mu}{\nu}\right) + exp\left[-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\mu}{\nu}\right)\right]\right)\right\}.\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$$
$$= \frac{1}{\nu^n\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2 - \left(\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\mu}{\nu}\right) + exp\left[-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\mu}{\nu}\right)\right]\right)\right\}$$

Bentuk distribusi *posterior* untuk parameter v yang sebanding dengan perkalian antara fungsi *likelihood* dan distribusi *prior* adalah sebagai berikut:

$$f(v|x) = \frac{1}{\nu^n} exp\left\{-\left(\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\mu}{\nu}\right) + exp\left[-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\mu}{\nu}\right)\right]\right)\right\}.\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$$
$$= \frac{1}{\nu^n\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2 - \left(\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\mu}{\nu}\right) + exp\left[-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\mu}{\nu}\right)\right]\right)\right\}$$

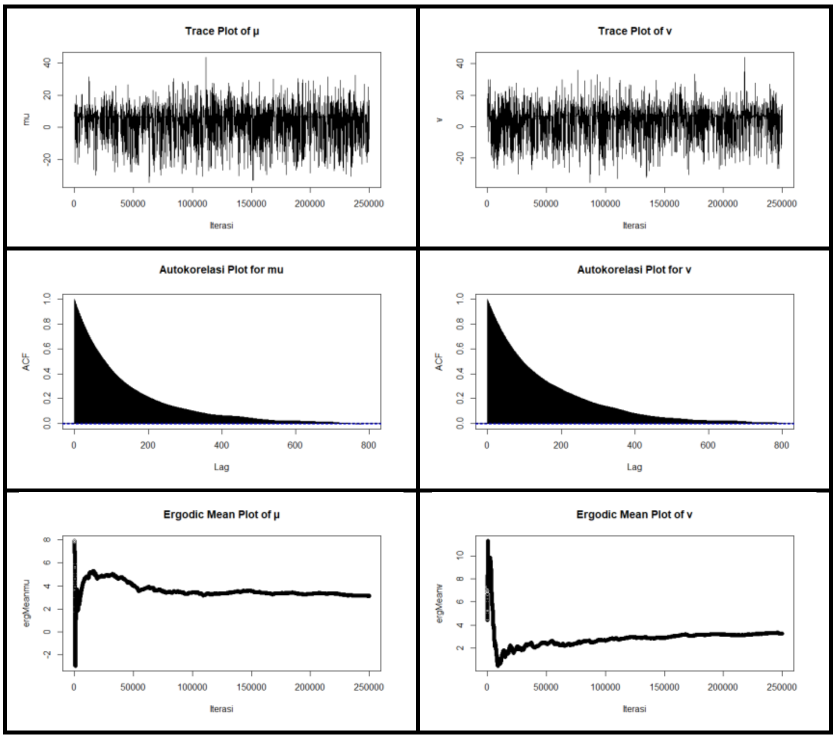
Pendugaan parameter dari data ekstrem pasien positif baru Covid-19 di Indonesia didasarkan pada distribusi *posterior* yang telah dibentuk. Distribusi *posterior* tersebut sulit diselesaikan, sehingga dibutuhkan bantuan pendekatanm numerik untuk menyelesaikan pendugaan parameternya. Berikut ini akan dipaparkan pendugaan parameter dengan metode MCMC versi algoritme *Gibbs Sampler*.

Pendugaan Parameter Distribusi Gumbel Menggunakan Algoritme Gibbs Sampler

Penggunaan metode MCMC versi algoritme *gibbs sampler* akan dilakukan dalam menduga parameter dari distribusi Gumbel. Algoritme *gibbs sampler* digunakan untuk membangkitkan nilai-nilai sampel *random* yang dianggap berasal dari distribusi *posterior* tersebut. Dalam pelaksanaanya, penyusunan makalah ini menggunakan pendekatan *trial-and-error* pada setiap parameter yang akan dibangkitkan, dimana hanya mengambil sampel ulang dengan nilai σ_j yang berbeda-beda dimana nilai peluang penerimaan rata-rata $(\bar{r}_j)$ berada diantara nilai 0.4 dan 0.5 yang biasanya menghasilkan suatu simulasi hasil bangkitan data yang diinginkan. Jika σ_j terlalu besar, maka nilai peluang penerimaan (r) akan semakin kecil dan θ_j^* akan sulit untuk diterima. Jika σ_j terlalu kecil, maka nilai r akan sering diterima akan tetapi θ_j^* akan sangat dekat dengan θ_j^{t-1}.

Proses pendugaan parameter distribusi Gumbel dilakukan menggunakan software R. Pada prosesnya, distribusi *posterior* akan diduga dalam skala *log*, hal ini untuk menghindari masalah dari nilai yang terlalu besar (*overflow*) dan nilai yang terlalu kecil (*underflow*). Ukuran sampel yang akan digunakan adalah 20. Nilai awal μ_0 adalah 7, dan v_0 adalah 6.5. Sampel *random* tersebut akan terus dilakukan sampai konvergen. Pemantauan konvergensi disajikan dalam Gambar 1.

Pada Gambar 1, *trace plot* hasil simulasi untuk parameter μ dan v terlihat bahwa plot antara sampel yang dibangkitkan dengan banyaknya iterasi yang dijalankan tidak membentuk suatu pola atau *trend* naik atau turun. *Autocorrelation plot* hasil simulasi untuk parameter μ dan v terlihat bahwa nilai autokorelasi pada lag pertama mendekati satu dan nilai-nilai selanjutnya semakin mendekati 0. E*rgodic mean* plot hasil simulasi untuk parameter μ dan v terlihat bahwa grafik tidak membentuk pola atau *trend* naik atau turun. Kedua *ergodic mean plot* tersebut sudah menunjukan kestabilan, dari nilai rata-rata yang dibangkitkan terlihat stabil pada setelah iterasi ke 100.000. Batas iterasi ke 100.000 tersebut merupakan nilai *burn-in period*. Oleh karena itu, dapat disimpulkan dari ketiga metode yang digunakan telah membuktikan bahwa sampel yang dibangkitkan sudah konvergen, yang berarti bahwa sampel yang dibangkitkan setelah mengalami proses *burn-in period* berasal dari distribusi *posterior*nya. Sampel yang memenuhi target untuk dibangkitkan akan dimulai dari iterasi ke 100.001 sampai dengan iterasi ke 250.000.



Gambar 1. *Trace Plot, Autocorrelation Plot* dan *Ergodic Mean Plot* Hasil Simulasi pada Parameter μ dan v

Dalam penelitian ini, tingkat peluang penerimaan rata-rata untuk parameter μ adalah 0.52 dan parameter v adalah 0.51. Sangat sulit untuk mencapai tingkat peluang penerimaan rata-rata berada diantara 0.4 sampai dengan 0.5 untuk kedua parameter tersebut. Peneliti membuang 100.000 iterasi pertama, untuk pendugaan parameter digunakan sampel yang dimulai dari iterasi ke 100.001 sampai dengan iterasi ke 250.000.

Perhitungan pendugaan parameter dilakukan menggunakan *software* R. Hasil pendugaan parameter $\hat{\mu}$ dan parameter $\hat{v}$ adalah sebagai berikut:

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^{S'} \mu^{(s)}}{S'} = 2.93122 \qquad \hat{v} = \frac{\sum_{i=1}^{S'} v^{(s)}}{S'} = 3.70536$$

Perhitungan *standard error* untuk penduga parameter dilakukan menggunakan *software* R. Hasil *standard error* dari penduga parameter $\hat{\mu}$ dan parameter $\hat{v}$ adalah sebagai berikut:

$$S_{\hat{\mu}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{b} (\bar{\mu}^S - \bar{\mu})^2}{(b-1)b}} = 0.01554 \qquad S_{\hat{v}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{b} (\bar{v}^S - \bar{v})^2}{(b-1)b}} = 0.01535$$

Nilai *standard error* yang kecil mengindikasikan bahwa nilai pendugaan parameter dari hasil sampel yang dibangkitkan memiliki tingkat kesalahan/*error* yang kecil.

4. Kesimpulan

Bentuk distribusi *posterior* dari distribusi Gumbel untuk data ekstrem pasien positif baru Covid-19 di Indonesia adalah sebagai berikut:

Distribusi *posterior* untuk parameter μ,

$$f(\mu|x) = \frac{1}{v^n}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2 - \left(\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\mu}{v}\right) + exp\left[-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\mu}{v}\right)\right]\right)\right\}$$

Distribusi posterior untuk parameter v,

$$f(v|x) = \frac{1}{v^n}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2 - \left(\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\mu}{v}\right) + exp\left[-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\mu}{v}\right)\right]\right)\right\}$$

Pendugaan parameter distribusi Gumbel dengan menggunakan metode Bayes dan model *Markov Chain Monte Carlo* pada kasus data ekstrem pasien positif baru Covid-19 di Indonesia diperoleh bahwa nilai dugaan untuk parameter $\hat{\mu}$ adalah 2.93122 dengan nilai *standard error* sebesar 0.01554 dan nilai dugaan untuk parameter $\hat{v}$ adalah 3.70536 dengan nilai *standard error* sebesar 0.01535. Dengan hasil pendugaan model berdistribusi Gumbel didapatkan rata-ratanya adalah 2.93122 ≈ 3. Maka dapat disimpulkan bahwa wabah Covid-19 di Indonesia akan berakhir apabila nilai data maksimum pasien positif baru di periode minggunya di bawah angka 3.

5. Saran

Pada penelitian selanjutnya penulis berharap dalam pengembangan penelitian ini dengan menggunakan distribusi *prior* informatif dengan didukung data pembaruan pada kasus data pasien positif baru Covid-19 di Indonesia. Dengan hal ini, hasil penelitian tersebut akan semakin mendekati nilai yang dicapai.

Daftar Pustaka

[1] Andrew, G., Stern, H., Carlin, J., Dunson, D., Vehtari, A., Rubin, & D. (2000). *Bayes Data Analysis Third Edition.* United States: Chapman and Hall.

[2] Anifa, Mukid, M. A., & Rusgiyono, A. (2012). Simulasi Stokastik Menggunakan Algoritme Gibbs Sampling. *Jurnal Gaussian*.

[3] Bain, L., & Engelhardt. (1992). *Introduction to Probability and Mathematical Statistics.* California: Wadsworth Publishing Company.

[4] Box, G. E., & Tiao, G. C. (1973). *Bayes Inference In Statistical Analysis.* Filipina: Addision-Wesley Publishing Company.

[5] Burhan, E., Isbaniah, F., Susanto, A. D., & dll. (2020). *Pneumonia COVID-19.* Jakarta: Perhimpunan Dokter Paru Indonesia.

[6] Carlin, B. P., & Chib, S. (1995). *Bayes Model Choice via Markov Chain Monte Carlo Methods. Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 473-484.

[7] Casella, G., & Berger, R. L. (2002). *Statistical Inference, Second Ed.* Duxbury: Thomson Learning.

[8] Chib, S. (2001). *Markov Chain Monte Carlo Methods: Computation and Inference.* Washington: Handbook of Econometrics.

[9] Cooray, K. (2010). Generalized Gumbel distribution. *Journal of Applied Statistics*, 171-179.

[10] Dey, D. K., & Yan, J. (2016). *Extreme Value Modelling and Risk Analysis.* New York: CRC Press Taylor & Francis Group, LLC.

[11] Diana, E. N., & Soehardjoepri. (2016). Pendekatan Metode Bayes untuk Kajian Estimasi Parameter Distribusi Log-Normal untuk Non-Informatif Prior. *Jurnal Sains dan Seni Its*.

[12] Hasan, M. I. (2002). *Pokok-Pokok Statistik 2 (Statistik Inferensif).* Jakarta: PT. Bumi Aksara.

[13] Hasbi, M., & Syarip, M. (2017). Penerapan Metode Bayes Network dalam Aplikasi E-Learning Berbasis Web. *Jurnal Sistem Informasi*.

[14] Irwanti, L. K., Mukid, M. A., & Rahmawati, R. (2012). Pembangkitan Sampel Random Menggunakan Algortima Metropolis-Hastings. *Gaussian*, 135-146.

[15] Prahutama, A., Sugito, & Rusgiyono, A. (2012). Inferensi Statistika dari Distribusi Binomial dengan Metode Bayes untuk Non-Informatif Prior. *Media Statistika*.

[16] Putri, R. D. (2020). Perbandingan Kekuatan Uji Metode Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling dan Shapiro-Wilk untuk Menguji Normalitas. *Repository USD*.

[17] Rahayu, A. (2018). Estimasi Parameter Distribusi Generalized Extreme Value (GEV). *Institut*

Teknologi Sepuluh Nopember Repository.

[18] Rinaldi, A. (2019). Penerapan Sebaran Generalized Extreme Value (Gev) untuk Menduga Kejadian Ekstrim. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*.

[19] Rugiyono, A., Wuryandari, T., & Rahmawati, A. (2015). Model Curah Hujan Ekstrem di Kota Semarang Menggunakan Estimasi Moment Probabilitas Terboboti. *Media Statistika*.

[20] Scolichah, I., Kuswanto, H., & Sutijo, B. (2019). Studi Simulasi Parameter Distribusi Generalized Extreme Value (GEV) dengan Pendekatan L-Moment dan MLE. *Institut Teknologi Sepuluh November Repository*.

[21] Soejati, Z., & Soebanar. (1988). *Inferensi Bayes*. Jakarta: Karunika Universitas Terbuka.

[22] Sutopo, Y., & Slamet, A. (2017). *Statistik Inferensial*. Yogyakarta: Penerbit ANDI.

[23] Taha, M. A. (1997). *Operation Research*. Fayetteville: University of Arkansas.

[24] Walpole, R. E., & Myers, R. H. (1995). *Ilmu Peluang Dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan*. Bandung: ITB.

[25] Walsh, B. (2004). *Markov Chain Monte Carlo and Gibbs Sampling.* Lecture Notes for EEB 581: version 26 April 2004.

[26] Yunus, N. R., & Rezki, A. (2020). Kebijakan Pemberlakuan Lockdown sebagai Antisipasi Penyebaran Corona Virus Covid-19. *Jurnal Sosial & Budaya Syar-i*.