

## Interpretasi *Return Period* sebagai *Bearing Prognosis* Menggunakan *Generalized Pareto*

Rias Pradina\*, Sutawanir Darwis

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,  
Universitas Islam Bandung, Indonesia.

\*rias.pradinap@gmail.com, std.darwis@gmail.com

**Abstract.** Prognosis of a machine is defined as the ability to observe future condition of an engine component before the damage occurs to an engine component. Extreme rise or fall in bearing vibration can be an indicator to observe the engine condition. Extreme Value Theory (EVT) is a statistical method developed to analyze extreme events by looking at the tail behavior of the distribution. Peak Over Threshold method assumes that the bearing acceleration vibration data comes from the Generalized Pareto Distribution population. Parameters in the Generalized Pareto distribution are estimated using Maximum Likelihood Estimation (MLE) method through iterative numerical method. Data that used are acceleration vibration data from bearing testing experiments through 17 bearings and 34 accelerometers that are installed horizontally and vertically. The results of this study are that the remaining useful life for bearings 1\_2 in vertical direction is 4.5 years. The remaining useful life for bearings 2\_2 in horizontal direction is less than one month, and the remaining useful life for bearings 2\_2 in vertical direction is more than 25 years.

**Keywords:** EVT, Generalized Pareto, Return Period, Bearing Prognosis.

**Abstrak.** Prognosis pada mesin diartikan sebagai kemampuan untuk mengamati kondisi masa depan suatu komponen mesin sebelum terjadinya kerusakan pada komponen mesin tersebut. Naik atau turunnya vibrasi pada *bearing* mesin secara ekstrim dapat menjadi indikator untuk mengamati kondisi mesin. *Extreme Value Theory* (EVT) merupakan metode statistika yang dikembangkan untuk menganalisis kejadian yang ekstrim dengan melihat perilaku ekor (*tail*) distribusi. EVT dengan metode *Peak Over Threshold* mengasumsikan bahwa data vibrasi akselerasi bearing berasal dari populasi yang berdistribusi *Generalized Pareto*. Parameter-parameter dalam distribusi *Generalized Pareto* diestimasi dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) melalui metode numerik iterasi. Data yang digunakan merupakan data vibrasi akselerasi yang berasal dari eksperimen uji *bearing* melalui 17 *bearing* dan 34 akselerometer yang dipasang secara horizontal dan vertikal. Dalam penelitian ini digunakan data vibrasi akselerasi *bearing* 1\_2 dan *bearing* 2\_2 pada arah horizontal dan vertikal. Dari penelitian yang dilakukan disimpulkan bahwa pada data vibrasi akselerasi *bearing* menghasilkan sisa usia pakai untuk *bearing* 1\_2 arah vertikal yaitu selama 4,5 tahun. Sisa usia pakai untuk *bearing* 2\_2 arah horizontal adalah kurang dari satu bulan, dan sisa usia pakai *bearing* 2\_2 arah vertikal yaitu lebih dari 25 tahun. Nilai *return period* ini dapat dijadikan sebagai patokan untuk peramalan *bearing prognosis*.

## Kata Kunci: EVT, Generalized Pareto, Return Period, Bearing Prognosis.

### 1. Pendahuluan

Kondisi kesehatan mesin merupakan hal yang sangat penting, sehingga harus dilakukan pemantauan secara teratur terhadap vibrasi mesin agar tidak terjadi penurunan waktu operasi atau kerusakan yang tidak terduga. Untuk memantau kesehatan mesin dipasang sebuah alat sensor pada *bearing* yang dapat menangkap sinyal vibrasi. Naik atau turunnya vibrasi secara ekstrim bisa menjadi indikator untuk mengamati kondisi mesin. *Extreme Value Theory* merupakan metode statistika yang dikembangkan untuk menganalisis kejadian yang ekstrim. EVT dengan metode *Peak Over Threshold* digunakan untuk memprediksi risiko kerugian yang mungkin terjadi dengan mengasumsikan distribusi dari data yaitu *Generalized Pareto* yang diterapkan pada data amplitudo vibrasi akselerasi *bearing*. Data amplitudo vibrasi akselerasi *bearing* berasal dari *Prognostics and Health Management* tahun 2012, *FEMTO-ST Institute*. Metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter dari *Generalized Pareto Distribution* (GPD) yaitu metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). EVT diharapkan dapat memprediksi kerugian maksimum terkait sinyal vibrasi akselerasi *bearing* pada mesin sehingga dapat digunakan untuk mengidentifikasi kondisi mesin, dengan cara memprediksi nilai ekstrim dari data vibrasi *bearing* tersebut melalui *return level*. Oleh karena itu tujuan dari penelitian ini yaitu mengkaji estimasi parameter distribusi *Generalized Pareto* menggunakan metode MLE pada data vibrasi akselerasi *bearing* dan menginterpretasi *return period plot* sebagai *bearing prognosis* dengan pendekatan *Generalized Pareto*.

### 2. Landasan Teori

*Extreme Value Theory* (EVT) adalah bagian dari ilmu statistika yang mempelajari perilaku ekor (*tail*) dari suatu distribusi, yang biasanya digunakan untuk memodelkan kejadian-kejadian yang bersifat ekstrim. EVT telah banyak diaplikasikan dalam berbagai bidang, misalnya dalam industri asuransi, penilaian risiko pada transaksi di pasar keuangan, pemodelan tinggi gelombang laut, dan lain sebagainya (Coles, 2001). EVT bertujuan untuk mengestimasi peluang kejadian ekstrim dengan memerhatikan ekor fungsi distribusi berdasarkan nilai-nilai ekstrim yang diperoleh.

Gilli dan Kellezi (2006) menyatakan bahwa terdapat dua cara untuk mengidentifikasi nilai ekstrim, yaitu melalui metode *Block Maxima* dan metode *Peak Over Threshold*.

1. Metode *Block Maxima* yaitu mengambil nilai maksimum dari data yang dikelompokkan berdasarkan periode tertentu, misalnya bulanan atau tahunan. Seluruh nilai maksimum dari setiap periode dianggap sebagai nilai ekstrim.
2. Metode *Peak Over Threshold* yaitu mengambil nilai-nilai yang melampaui ambang batas ( $u$ ). Seluruh nilai yang berada di atas ambang batas ( $u$ ) diidentifikasi sebagai nilai ekstrim.

Penentuan nilai maksimum menggunakan metode *Block Maxima* memilih nilai maksimum dari setiap periode, yang mengakibatkan diabaikannya nilai-nilai pada periode lain yang mungkin lebih besar dari nilai maksimum yang terpilih pada periode tersebut. Metode lain yang lebih efisien menurut Gilli dan Kellezi (2006) yaitu *Peak Over Threshold* yang mengambil seluruh nilai yang melebihi ambang batas sebagai nilai maksimum.

Penentuan nilai ambang batas harus dilakukan dengan akurat. Jika nilai ambang batas terlalu rendah, maka akan menghasilkan penduga yang bias. Sebaliknya, jika ambang batas terlalu tinggi, akibatnya jumlah data yang terpilih untuk menjadi model semakin sedikit. Hal ini dapat mengakibatkan ragam yang besar (Mallor dkk., 2009). Penentuan ambang batas dilakukan dengan menggunakan metode persentase. Metode persentase merupakan metode untuk mendapatkan data ekstrim melalui 10% data kelebihan (Chavez dan Embrechts (2002) dalam Sari dan Sutikno (2013)). Langkah-langkah dalam melakukan metode persentase adalah sebagai berikut:

1. Mengurutkan seluruh data pengamatan mulai dari yang terbesar hingga terkecil.
2. Menghitung jumlah data ekstrim dengan rumus  $n = 10\% \times N$  dengan  $N$  adalah total data pengamatan, sehingga data yang berada pada urutan 1 sampai  $n$  merupakan data ekstrim.

3. Menentukan nilai ambang batas ( $u$ ) dengan rumus  $u = n + 1$ , sehingga data pada urutan ke- ( $n + 1$ ) merupakan nilai ambang batas.

Metode *Peak Over Threshold* mengacu pada *Generalized Pareto Distribution* (GPD). Teorema Pickands-Balkema dan de Haan dalam Gilli dan Kellezi (2006) menyatakan bahwa semakin tinggi nilai *threshold* atau ambang batas ( $u \rightarrow \infty$ ), maka distribusi dari nilai ekstrim akan mengikuti *Generalized Pareto Distribution* (GPD).

$$F_u(y) \approx G_{\xi, \sigma}(y), u \rightarrow \infty$$

$$G_{\xi, \sigma}(y) = \begin{cases} 1 - (1 + \frac{\xi}{\sigma}y)^{-1/\xi} & \text{apabila } \xi \neq 0 \\ 1 - e^{-\frac{y}{\sigma}} & \text{apabila } \xi = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Untuk mengestimasi parameter dari distribusi *Generalized Pareto* digunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* yang merupakan salah satu metode estimasi yang memaksimalkan fungsi *likelihood* untuk mendapatkan estimasi parameternya.

Persamaan fungsi *likelihood* sebagai berikut:

$$L(y_1, y_2, \dots, y_n | \xi, \sigma) = f(y_1 | \xi, \sigma) \dots f(y_n | \xi, \sigma) = \prod_{i=1}^n f(y_i | \xi, \sigma) \quad (2)$$

Selanjutnya fungsi *likelihood* dimaksimalkan dengan memodifikasi fungsi *likelihood* ke dalam bentuk logaritma natural, sehingga Persamaan 2 dimodifikasi menjadi

$$\ln L(y_1, y_2, \dots, y_n | \xi, \sigma) = \ln \prod_{i=1}^n f(y_i | \xi, \sigma) \quad (3)$$

Dimana  $\xi$  dan  $\sigma$  merupakan parameter untuk nilai estimasi  $\hat{\xi}$  dan  $\hat{\sigma}$ . Nilai estimasi  $\hat{\xi}$  dan  $\hat{\sigma}$  yang memaksimalkan fungsi log *likelihood* diperoleh dari turunan pertama terhadap parameter yang disamakan dengan nol sehingga menghasilkan persamaan yang *closed form*. Persamaan *closed form* adalah persamaan dari hasil estimasi parameter yang tidak memuat parameter distribusi di dalam persamaan akhirnya, sehingga diperoleh estimasi dari masing-masing parameter tersebut.

Untuk menyelesaikan persamaan yang tidak *closed form* digunakan analisis numerik. Salah satu analisis numerik yang dapat digunakan yaitu metode BFGS Quasi Newton.

Rumus umum dari metode ini adalah sebagai berikut.

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha^{(k)} S^{(k)} \quad (4)$$

Iterasi berhenti ketika  $\|x^{(k+1)} - x^{(k)}\| < \varepsilon$ , dengan  $\varepsilon$  adalah nilai yang sangat kecil. Nilai estimasi untuk setiap parameter diperoleh ketika iterasi berhenti.

Selanjutnya dilakukan pemeriksaan kesesuaian distribusi untuk menunjukkan adanya kesesuaian distribusi teoritis menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*. Pengujian ini dilakukan dengan menyesuaikan fungsi distribusi empiris  $F_n(x)$  dengan fungsi distribusi teoritis  $F_0(x)$ . Pengujian hipotesis sebagai berikut:

$$H_0 : F_n(x) = F_0(x) \text{ (Data mengikuti distribusi teoritis)}$$

$$H_1 : F_n(x) \neq F_0(x) \text{ (Data tidak mengikuti distribusi teoritis)}$$

Statistik uji untuk kesesuaian distribusi sebagai berikut:

$$D_{hitung} = \text{Maks } |F_n(x) - F_0(x)| \quad (5)$$

Dengan  $F_n(x) = \frac{n}{N}$ ,  $n$  adalah frekuensi kumulatif dan  $N$  adalah banyaknya data yang melebihi ambang batas  $u$ . Tolak  $H_0$  jika  $D_{hitung} > D_\alpha$  pada tabel *Kolmogorov-Smirnov* satu sampel atau jika  $P\text{-value} < \alpha$  dengan taraf signifikansi ( $\alpha$ ) (Daniel, 1989).

*Return level* merupakan nilai maksimum yang diharapkan akan dilampaui satu kali dalam jangka waktu tertentu (*return period*). Penentuan *return level* pada GPD melibatkan parameter bentuk, parameter skala, dan nilai *threshold* atau ambang batas. Nilai *return level* yang diperoleh dapat digunakan sebagai acuan dalam meramalkan terjadinya kejadian ekstrim pada periode tertentu.

Rumus untuk estimasi nilai *return level* pada  $m$  pengamatan sebagai berikut:

$$x_m = \begin{cases} u + \frac{\sigma}{\xi} ((m\delta_u)^\xi - 1) & \xi \neq 0 \\ u + \sigma \log(m\delta_u) & \xi = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Nilai  $\delta_u$  diduga dengan  $\frac{n_u}{N}$ , dengan  $n_u$  banyaknya data yang lebih besar dari ambang batas  $u$  dan  $N$  adalah total pengamatan (Mallor dkk., 2009).

### 3. Hasil Penelitian dan Pembahasan

#### Ekstraksi Data

Dalam penelitian ini digunakan data vibrasi akselerasi *bearing* dari *bearing 1\_2* dan *bearing 2\_2* untuk arah horizontal dan vertikal yang diekstraksi menjadi data *root mean square* (rms). Ekstraksi data diperoleh dengan bantuan *software* Matlab, sehingga diperoleh data sebagai berikut:

**Tabel 1.** RMS Vibrasi Akselerasi *Bearing 1\_2*  
Arah Horizontal dan Vertikal

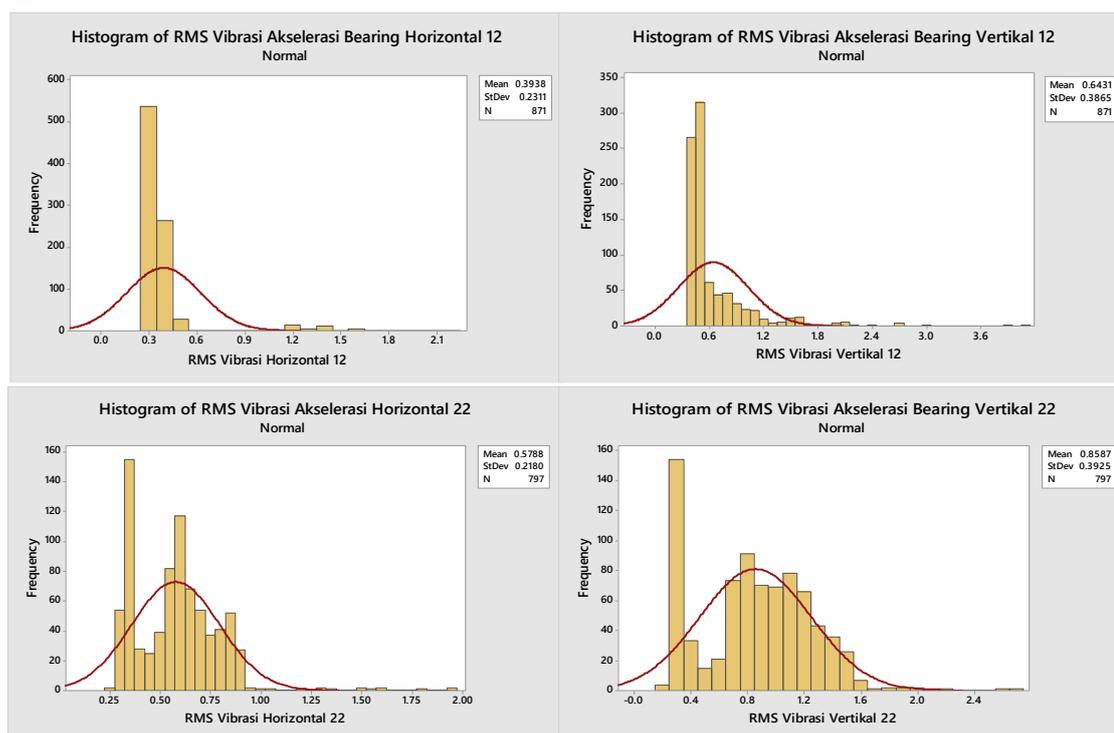
t	RMS	t	RMS
1	0.53871	1	0.42071
2	0.50558	2	0.43396
3	0.54244	3	0.452
⋮	⋮	⋮	⋮
869	1.78109	869	2.97312
870	2.13565	870	3.93932
871	2.23438	871	4.0679

**Tabel 2.** RMS Vibrasi Akselerasi *Bearing 2\_2*  
Arah Horizontal dan Vertikal

t	RMS	t	RMS
1	0.28018	1	0.18961
2	0.25302	2	0.20245
3	0.26139	3	0.21402
⋮	⋮	⋮	⋮
795	1.57479	795	2.037
796	1.59974	796	2.1506
797	1.96285	797	2.69559

#### Pola Sebaran Data

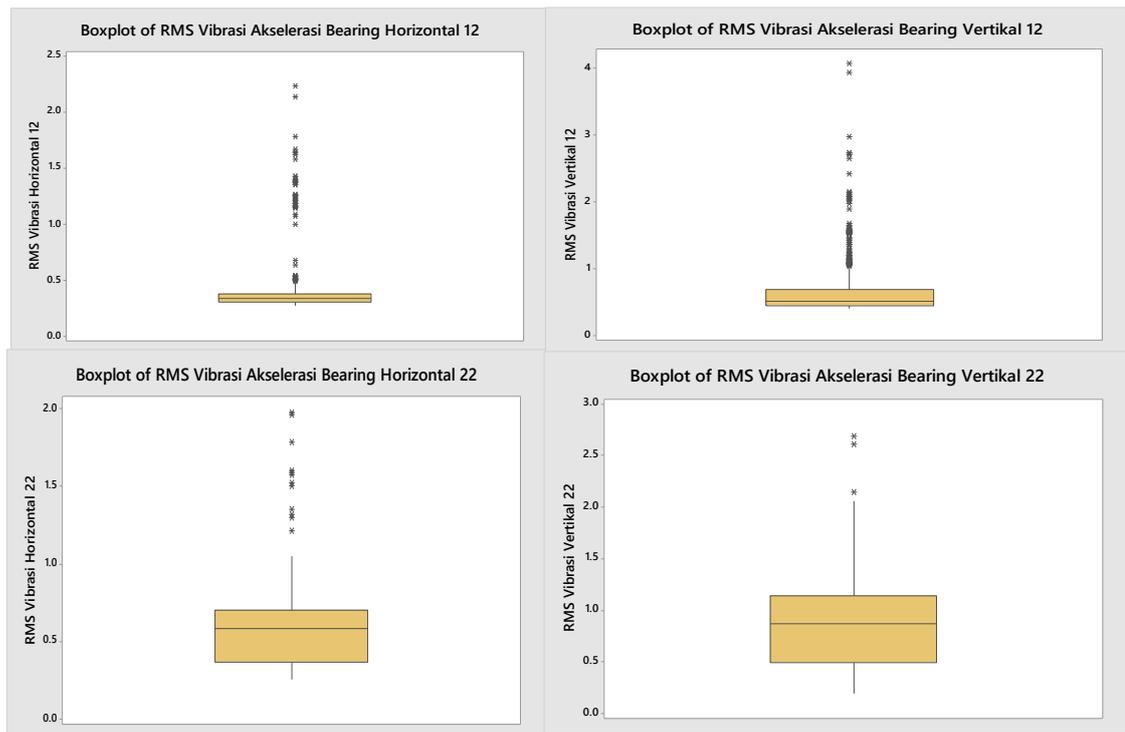
Untuk mengetahui pola sebaran data vibrasi akselerasi *bearing* dilakukan dengan menggunakan histogram.



**Gambar 1.** Histogram RMS Vibrasi Akselerasi *Bearing*

Gambar 1 menampilkan histogram dari data rms vibrasi akselerasi *bearing 1\_2* dan *bearing 2\_2* pada arah horizontal dan vertikal yang cenderung memanjang ke kanan dan tidak simetris, yang berarti data memiliki pola distribusi *heavy tail*. Hal ini mengindikasikan bahwa data vibrasi akselerasi tidak mengikuti distribusi normal.

Untuk mengetahui adanya indikasi nilai ekstrim pada data rms vibrasi akselerasi *bearing 1\_2* dan *bearing 2\_2* untuk arah horizontal dan vertikal digunakan *boxplot*.



**Gambar 2.** *Boxplot* RMS Vibrasi Akselerasi *Bearing*

Gambar 2 menampilkan *boxplot* dari data rms vibrasi akselerasi *bearing*. Pada Gambar di atas dapat dilihat bahwa terdapat nilai rms yang berada di atas whisker atau garis perpanjangan dari *box*. Hal ini menunjukkan adanya indikasi nilai ekstrim pada data.

**Pemilihan Data Ekstrim dengan *Peak Over Threshold***

Pemilihan data ekstrim dilakukan dengan metode *peak over threshold*, dimana penentuan nilai *threshold* atau ambang batasnya didapatkan melalui metode persentase 10%. Seluruh data rms vibrasi akselerasi *bearing* dirurutkan dari yang terbesar hingga yang terkecil. Sebanyak 10% data yang berada pada urutan teratas diidentifikasi sebagai data ekstrim.

Nilai *threshold* untuk data rms vibrasi akselerasi *bearing* 1\_2 dan *bearing* 2\_2 arah horizontal dan vertikal dapat dilihat pada Tabel 3.

**Tabel 3.** Nilai *Threshold* RMS Vibrasi Akselerasi *Bearing*

RMS Vibrasi Akselerasi	N	<i>threshold</i> (u)	n
<i>Bearing</i> 1_2 Horizontal	871	0.4327111	87
<i>Bearing</i> 1_2 Vertikal	871	1.039182	87
<i>Bearing</i> 2_2 Horizontal	797	0.8415192	80
<i>Bearing</i> 2_2 Vertikal	797	1.347113	80

Keterangan:

N = Jumlah Seluruh Data

u = Nilai *Threshold*

n = Jumlah Data Ekstrim

**Estimasi Parameter Distribusi *Generalized Pareto***

Setelah didapatkan data ekstrim untuk setiap data rms vibrasi akselerasi *bearing*, selanjutnya dilakukan estimasi parameter distribusi *Generalized Pareto* dengan metode *maximum likelihood estimation* (MLE).

Untuk mendapatkan nilai estimasi parameter dari masing-masing data, digunakan *software* R. Nilai parameter estimasi ditampilkan pada Tabel 4.

**Tabel 4.** Nilai Estimasi Parameter GPD dengan MLE

RMS Vibrasi Akselerasi	Parameter Bentuk ( $\hat{\xi}$ )	Parameter Skala ( $\hat{\sigma}$ )
<i>Bearing 1_2</i> Horizontal	-0.155	0.5603037
<i>Bearing 1_2</i> Vertikal	0.13308	0.4600722
<i>Bearing 2_2</i> Horizontal	0.89486	0.03832261
<i>Bearing 2_2</i> Vertikal	0.1914	0.1564847

**Uji Kesesuaian Distribusi**

Uji *Kolmogorov-Smirnov* digunakan sebagai pengujian distribusi dari data ekstrim rms vibrasi akselerasi untuk mengetahui apakah data ekstrim tersebut mengikuti distribusi *Generalized Pareto*. Pengujian kesesuaian distribusi untuk data rms vibrasi akselerasi adalah sebagai berikut:

Hipotesis:

$H_0 : F_n(x) = F_0(x)$  (Data mengikuti distribusi *Generalized Pareto*)

$H_1 : F_n(x) \neq F_0(x)$  (Data tidak mengikuti distribusi *Generalized Pareto*)

**Tabel 5.** Uji Kolmogorov-Smirnov

RMS Vibrasi Akselerasi	<i>P</i> value	Keputusan
<i>Bearing 1_2</i> Horizontal	1.63E-07	Tolak $H_0$
<i>Bearing 1_2</i> Vertikal	0.3577	Terima $H_0$
<i>Bearing 2_2</i> Horizontal	0.2204	Terima $H_0$
<i>Bearing 2_2</i> Vertikal	0.1667	Terima $H_0$

Berdasarkan Tabel 5 dapat disimpulkan bahwa data ekstrim rms vibrasi akselerasi untuk *bearing 1\_2* arah horizontal tidak mengikuti distribusi *Generalized Pareto*. Sedangkan untuk *bearing 1\_2* arah vertikal, *bearing 2\_2* arah horizontal, dan *bearing 2\_2* arah vertikal mengikuti distribusi *Generalized Pareto*.

**Return Period**

Penentuan *return period* pada distribusi *Generalized Pareto* melibatkan parameter bentuk ( $\xi$ ), parameter skala ( $\sigma$ ), dan nilai *threshold*. Berdasarkan Persamaan 6 maka diperoleh nilai *return period* yang disajikan pada Tabel 6 sebagai berikut:

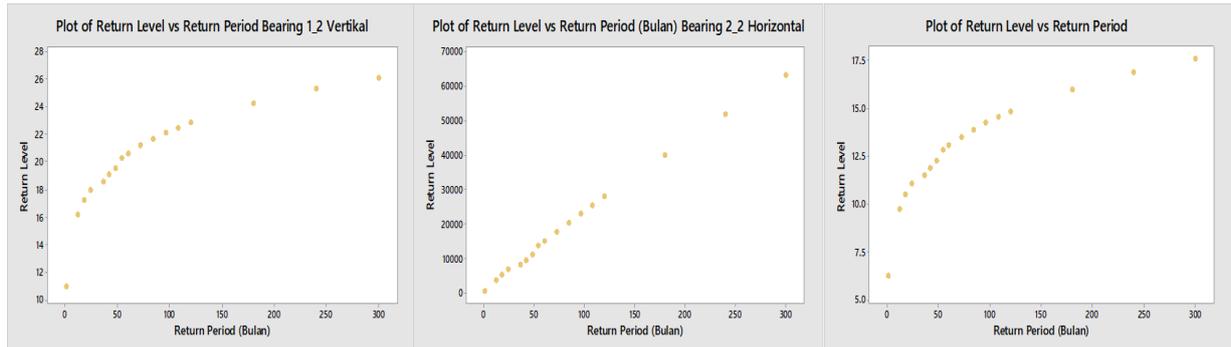
**Tabel 6.** Prediksi *Return Period*

<i>Return Period</i>	Nilai <i>Return Level</i>		
	<i>Bearing 1_2</i> Vertikal	<i>Bearing 2_2</i> Horizontal	<i>Bearing 2_2</i> Vertikal
1 bulan	10.94827238	383.5935469	6.25245677
12 bulan	16.18679189	3536.545521	9.73774968
18 bulan	17.21825049	5082.985555	10.4808321
24 bulan	17.98457917	6575.096218	11.0441469
36 bulan	18.599526	8028.067257	11.502956
42 bulan	19.11570796	9450.590445	11.8926528
48 bulan	19.56201154	10848.28244	12.2329142
54 bulan	20.30954709	13583.81839	12.8096314
60 bulan	20.63045661	14926.75845	13.0597886
72 bulan	21.19651741	17571.83819	13.504773
108 bulan	22.50571762	25257.27884	14.5518461
120 bulan	22.85763674	27754.37947	14.837494

180 bulan	24.25893021	39893.63726	15.9921149
240 bulan	25.30003005	51606.4199	16.8674081
300 bulan	26.13546929	63011.96399	17.5803176

Masa manfaat *bearing* dianggap berakhir ketika sinyal vibrasinya mencapai 20 (Tayade, 2019). Dari Tabel 6 dapat disimpulkan bahwa *bearing 1\_2* arah vertikal akan mengalami kerusakan pada rentang waktu 54 bulan atau 4,5 tahun. *Bearing 2\_2* arah horizontal akan mengalami kerusakan pada rentang waktu kurang dari satu bulan, dan *Bearing 2\_2* arah vertikal akan mengalami kerusakan pada rentang waktu lebih dari 300 bulan atau 25 tahun.

Plot untuk prediksi *return period* pada *bearing 1\_2* arah vertikal, *bearing 2\_2* arah horizontal, dan *bearing 2\_2* arah vertikal yaitu sebagai berikut:



**Gambar 3.** Plot *Return Period*

Gambar di atas menampilkan plot *return period* untuk *bearing 1\_2* arah vertikal, *bearing 2\_2* arah horizontal, dan *bearing 2\_2* arah vertikal. Plot ini memberikan informasi mengenai grafik estimasi fungsi *return level* dengan *return period* dari model distribusi *Generalized Pareto* yang digunakan. Titik di dalam grafik menyatakan nilai vibrasi akselerasi maksimum yang mungkin dicapai satu kali dalam setiap *return period* (periode pengembalian). Interpretasi dari plot *return period* di atas yaitu semakin lama waktu pakai maka nilai vibrasi *bearing* akan semakin tinggi. Naik atau turunnya vibrasi pada *bearing* bisa menjadi indikator untuk mengamati kondisi mesin. Artinya semakin tinggi nilai vibrasi yang terukur menandakan terjadinya gangguan pada mesin yang kemungkinan menyebabkan kerusakan mesin.

#### 4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang dilakukan, dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

Dalam mengestimasi parameter distribusi *Generalized Pareto* digunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) kemudian didapatkan persamaan yang tidak *closed form* sehingga diselesaikan dengan analisis numerik menggunakan iterasi.

Melalui plot dari *return period* dapat disimpulkan bahwa semakin lama waktu pakai mesin maka nilai vibrasi *bearing* akan semakin tinggi. Semakin tinggi nilai vibrasi yang terukur menandakan terjadinya gangguan pada mesin yang kemungkinan menyebabkan kerusakan mesin.

#### 5. Saran

Saran yang dapat diberikan untuk penelitian selanjutnya yaitu menggunakan metode lain dalam menentukan nilai *threshold* atau ambang batas seperti metode *Measure of Surprise*, *Mean Residual Life Plot* (MRLP), *Sample Mean Excess Function* (SMEF), dan lain sebagainya. Daftar Pustaka] Coles, S. (2001). An Introduction to Statistical Modelling of Extremes.

### Daftar Pustaka

- [1] Coles, S. (2001). *An Introduction to Statistical Modelling of Extreme Values*. London: Springer-Verlag.
- [2] Daniel, W. (1989). *Statistika Nonparametrik Terapan*. Jakarta: Gramedia.
- [3] Dharmawan, K. (2012). Estimasi Nilai VaR Dinamis Indeks Saham Menggunakan *Peak-Over Threshold* dan *Block Maxima*. *Jurnal Matematika*, 2(2).
- [4] Gilli, M. dan Kellezi, E. (2006). An Application of Extreme Value Theory for Measuring Financial Risk. *Computational Economics*, 27, 207-228.
- [5] Hosking, JRM. Wallis JR., dan Wood EF. (1985). Estimation of the Generalized Extreme Value Distribution by the Method of Probability-Weighted Moments. *Thecnometrics*. August 1985, 2(3), 251-261.
- [6] Kotz, S., dan Nadarajah, S. (2000). *Extreme Value Distributions Theory and Applications*. Imperial College Press.
- [7] Mallor, F., Nualart, E., dan Omey, E. (2009). *An Introduction to Statistical Modelling of Extreme Values Application to Calculate Extreme Wind Speeds*. Hogeschool Universteit Brussel Research Paper.
- [8] Sari, Y.D.W. (2013). Estimasi Parameter *Generalized Pareto Distribution* Pada Kasus Identifikasi Perubahan Iklim di Sentra Produksi Padi Jawa Timur. Skripsi: Jurusan Statistika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [9] Tung, T.V., dan Yang, B.S. (2009). Machine Fault Diagnosis and Prognosis: The State of The Art. *International Journal of Fluid Machinery and System*, 2(1), 61-71.