 http://dx.doi.org/10.29313/.v7i1.25716

Estimasi Parameter Distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV) dengan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan L-*Moments* pada Data Vibrasi Akselerasi *Bearing*

Novilia Ayu Dinaryanti*, Sutawanir Darwis

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Indonesia.

*noviliaayud@gmail.com, std.darwis@gmail.com

Abstract. States that the statistical method developed in relation to the analysis of extreme events is the Extreme Value Theory (EVT), Coles (2001). This method is able to look at the characteristics of the extreme values because it focuses on the behavior of the tail (tail) distribution in determining the probability of the extreme values. The approach used to identify the movement of the extreme value of the EVT is Block Maxima from the Generalized E xtreme Value (GEV) distribution. The Block Maxima method is a method that identifies the extreme value based on the highest value of observation data that has been grouped based on a certain period. Taking this extreme sample data using Block Maxima following the Generalized Extreme Value (GEV) distribution including the Gumbell, Frechet, and Weibull distributions. Parameter estimation is calculated using the Maximum Likelihood Estimation (MLE) and Linear Moments (L-Moments) approach. Comparison of the parameter estimation approach method was carried out with a simulation study applied to vibration data from the Prognostic and Health management, FEMTO ST-Instute. Bearing vibration data with block time period on Block Maxima is 10 seconds. After that, this study obtained the estimator bias value between the MLE and L-Moments methods, where the method with a smaller estimator bias value is an appropriate approach for large sample data. The data used are secondary data from bearing test experiments which produce run-to-failure data by taking into account the vibration of the bearings. In this study, bearings 4 and 6 were used in data set 2. In estimating parameters using MLE, an equation that is not closed form is obtained so that iteration of numerical analysis is carried out, while using L-Moments, a closed form equation is obtained. With the return period, the remaining service life for 2_4 horizontal bearings, 2_6 horizontal bearings, 2_6 vertical bearings, both with parameter estimation values using MLE or L-Moments is more than 10 years.

Keywords: Extreme Value Theory, Generalized Extreme Value, Block Maxima, Bearing Vibration, Return Period.

Abstrak. Metode statistika yang dikembangkan berkaitan dengan analisis kejadian ekstrim adalah *Extreme Value Theory* (EVT), Coles (2001). Metode ini dapat melihat karakteristik nilai ekstrimkarena berfokus pada perilaku ekor (*tail*) distribusi dalam menentukan probabilitas nilai-nilai ekstrimnya. Pendekatan yang digunakan untuk mengidentifikkasi pergerakan nilai ekstrim EVT yaitu *Block Maxima* dari distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV). Metode *Block Maxima* merupakan metode yang mengidentifikasi nilai ekstrim berdasarkan nilai tertinggi data observasi yang sudah dikelompokkan berdasarkan periode tertentu. Pengambilan data sampel ekstrim ini menggunakan *Block Maxima* mengikuti distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV) meliputi distribusi Gumbell, Frechet, dan Weibull. Estimasi Parameter dihitung dengan pendekatan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan *Linier Moments* (L-*Moments*). Perbandingan metode pendekatan estimasi parameter dilakukan dengan studi simulasi yang diterapkan pada data vibrasi dari *Prognostic and Health management, FEMTO ST-Instute*. Data vibrasi *bearing* dengan blok periode waktu pada *Block Maxima* yaitu 10 detik. Setelah itu penelitian ini didapatkan nilai bias estimator anata metode MLE dan L-*Moments*, dimana metode dengan nilai bias estimator lebih kecil adalah metode pendekatan yang sesuai untuk data sampel besar. Data yang digunakan adalah data sekunder eksperimen uji *bearing* yang menghasilkan data run-to-failure dengan memperhatikan vibrasi dari *bearing*. Dalam penelitian ini digunakan *bearing* 4 dan 6 dalam data set 2. Dalam melakukan estimasi parameter menggunakan MLE didapatkan persamaan yang tidak *closed form* sehingga dilakukan analisis numerik dengan iterasi, sedangkan dengan menggunakan L-*Moments* didapatkan persamaan yang *closed form*. Dengan *return period* didapatkan sisa usia pakai untuk *bearing* 2_4 horizontal, *bearing* 2_6 horizontal, *bearing* 2_6 vertikal baik dengan nilai estimasi parameter menggunakan MLE atau L-*Moments* adalah lebih dari 10 tahun.

Kata Kunci : *Extreme Value Theory, Generalized Extreme Value, Block Maxima,* Vibrasi *Bearing, Return period*.

1. Pendahuluan

Saat ini metode statistika tidak hanya sebatas mengumpulkan data tetapi sudah berkembang menjadi banyak metode ilmiah lainnya yang bisa dipakai di bidang ekonomi, industri, kesehatan mesin, dll. Dalam penelitian ini merode statistika digunakan untuk data vibrasi *bearing*. Mesin didalam bidang industri merupakan komponen utama dalam proses produksi. Kondisi kesehatan mesin merupakan prioritas utama pada sebuah perusahaan. Sehingga setiap waktunya, mesin harus selalu dipantau agar tidak terjadi penurunan waktu operasi atau kerusakan pada mesin yang tak terduga.

Mesin terdiri dari beberapa elemen yanng masing-masing elemennya memiliki fungsi tersendiri agar mesin tersebut bisa berjalan dengan lancar. Dalam penggunaan elemen mesin bisa berfungsi sebagai elemen pengikat, elemen transmisi, elemen penyangga dan sebagainya. Salah satu elemn penyangga adalah *bearing* atau bantalan. *Bearing* adalah elemen mesin yang mendukung elemen mesin lainnya bergerak, berfungsi sebagai penmbatas gerak relative antara dua atau lebih komponen agar selalu bergerak pada arah yang diinginkan. Biasanya, untuk memantau kesehatan mesin dipasang sebuah alat sensor pada bering untuk menangkap vibrasi baik secara horizontal maupun vertikal. Naikatau turunnya vibrasi pada bearing bisa menjadi suatu indikator bagi kondisi film.

Metode statistika yang dikembangkan berkaitan dengan analisis kejadian ekstrim adalah *Extreme Value Theory* (EVT). Metode ini dapat melihat karakteristik nilai ekstrim karena berfokus pada perilaku ekor (*tail*) distribusi dalam menentukan probabilitas nilai-nilai ekstrimnya. Pendekatan yang digunakan untuk mengidentifikkasi pergerakan nilai ekstrim EVT yaitu *Block Maxima* dari distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV). Metode *Block Maxima* merupakan metode yang mengidentifikasi nilai ekstrim berdasarkan nilai tertinggi data observasi yang sudah dikelompokkan berdasarkan periode tertentu. Dalam metode *Block Maxima* data amatan yang dimasukkan dalam sampel adalah pengamatan yang memiliki nilai tertinggi, karena nilai maksimum tersebut merupakan nilai ekstrim data dalam satu periode tertentu.

Berdasarkan uraian tersebut, maka dalam penelitian ini mengkaji data akselerasi vibrasi *bearing* ekstrim dengan pendekatan distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV) dengan dua teknik pendekatan estimasi parameter, yaitu Maximum Likelihood Estimate (MLE) dan Linier *Moments*s (L-*Moments*). Penelitian ini juga mengkaji teknik pendekatan estimasi parameter

terhadap distribusi GEV dengan simulasi data dari macam-macam distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV), yaitu distribusi Gumbel, Frechet, dan Weibull dan mengaplikasikan pada data vibrasi akselerasi *bearing*. Serta menerapkan *Generalized Extreme Value* (GEV) pada masalah *Return period* dan *Return Plot* pada data degradasi *bearing.*
Berdasarkan uraian diatas, tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Mendapatkan estimasi parameter distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV) dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan *Linear Moments* (L-*Moments*).
2. Menerapkan metode *Generalized Extreme Value* (GEV) pada masalah *Return period* dan *Return Plot* pada data akselerasi *bearing.*

2. Landasan Teori

Extreme Value Theory (EVT)

EVT adalah salah satu metode statistika yang mempelajari bagaimana perilaku ekor (*tail*) distribusi tersebut. Metode EVT ini fokus pada perilaku ekor (*tail*) suatu distribusi yang nantinya bisa digunakan untuk menentukan probabilitas nilai-nilai ekstrimnya. EVT mampu meramalkan terjadinya suatu kejadian ekstrim pada data heavy-tail yang tidak bisa dilakukan dengan pendekatan biasa. Metode ini bisa menjelaskan kerugian kejadian ekstrim dan jika terjadi kejadian bernilai maksimum yang berarti memiliki konsekuensi kerugian yang sangat besar tidak dapat dimodelkan dengan pendekatan biasa.

Metode Block Maxima

Metode *Block Maxima* adalah metode yang dapat mengidentifikasi nilai ekstrim berdasarkan nilai tertinggi data observasi yang dikelompokan berdasarkan periode tertentu. Metode ini membagi data dalam blok-blok periode waktu tertentu, misalnya bulanan, triwulanan, semester atau tahunan. Setiap blok periode yang terbentuk selanjutnya ditentukan nilai yang paling tinggi. Data yang paling tinggi dimasukkan dalam sampel karena nilai inilah yang merupakan nilai ekstrim pada suatu periode tertentu.

Generalized Extreme Value (GEV)

Generalized Extreme Value (GEV) merupakan distribusi dari nilai ekstrim untuk pendekatan *Block Maxima*. Berikut ini *Cumulative Distribution Function* (CDF) dari *Generalized Extreme Value* (GEV).

$$F(x,\mu,\sigma,\xi)=\begin{cases} exp\left\{-\left(1+\xi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right)^{-\frac{1}{\xi}}\right\}, -\infty<x<\infty, \xi\neq 0, 1+\xi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \\ exp\left\{-exp\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right\}, -\infty<x<\infty, \xi=0 \end{cases}$$

dimana μ adalah parameter lokasi (*location*) dengan $-\infty<\mu<\infty$, σ adalah parameter skala (*scale*) dengan $\sigma>0$, dan ξ adalah parameter bentuk (*shape*). *Probability Density Function* (PDF) untuk distribusi GEV adalah :

$$f(x,\mu,\sigma,\xi)=\begin{cases} \frac{1}{\sigma}\left\{1+\xi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right\}^{-\frac{1}{\xi}-1} exp\left\{-\left(1+\xi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right)^{-\frac{1}{\xi}}\right\}, \xi\neq 0 \\ \frac{1}{\sigma}exp\left\{-\frac{x-\mu}{\sigma}\right\}exp\left\{-exp\left\{-\frac{x-\mu}{\sigma}\right\}\right\}, \xi=0 \end{cases}$$

Nilai ξ pada GEV juga menjelaskan jika $\xi<0$ distribusi nilai ekstrim memiliki batas atas tetentu, jika $\xi>0$ distribusi nilai ekstrim tidak memiliki batas atas, sedangkan $\xi=0$, distribusi nilai ekstrim batasan yang tidak terbatas (Coles,2001).

Estimasi Parameter dengan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE)

Untuk memperoleh estimasi melalui metode MLE yaitu dengan cara memaksimumkan fungsi likelihood dari funsgi probabilitas distribusi GEV, sebagai berikut:

1. Merumuskan fungsi *likelihood* pada kedua fungsi densitas peluang untuk distribusi GEV $L(\mu,\sigma,\xi)=\prod_{i=1}^{n}f(x_i)$
2. Memaksimumkan fungsi likelihood

Karena fungsi densitas berupa fungsi eksponen, memaksimumkan fungsi *likelihood* adalah dengan mentransformasi ln fungsi *likelihood* ln $L\ (\mu, \sigma, \xi)$

3. Selanjutnya dari persamaan ln *likelihood* yang diperoleh maka dilanjutkan dengan diturunkan terhadap parameter yang akan ditaksir lalu disamakan dengan nol.

Apabila hasil persamaan yang didapat dari masing-masing tipe distribusi, diperoleh persamaan yang tidak *closed form* maka dibutuhkan analisis numerik lebih lanjut menggunakan iterasi untuk memaksimumkan fungsi ln *likelihood*. Misalnya dengan analsis numerik yaitu metode *Newton Rhapson.*

Estimasi Parameter dengan Linier *Moments* (L-*Moments*)

L-*Moments* dikembangkan dari orde statistik. Diketahui $X_1, X_2, \dots, X_r$ adalah sampel acak berukuran r, dan $X_{1:r} \leq X_{2:r} \leq \cdots \leq X_{r:r}$ berupa orde statistik. Maka persamaan L-*Moments* (r^{th}) adalah sebagai berikut.

$$\lambda_r = \frac{1}{r}\sum_{n=0}^{r-1}(-1)^n \binom{r-1}{n} E(X_{r-n:r}) \qquad (2.1)$$

dengan $E(X_{i:r})$ dapat ditulis menjadi Persamaan 2.14.

$$E(X_{i:r}) = \frac{r!}{(i-1)!(r-i)!}\int_0^1 x(F)F^{i-1}(1-F)^{r-1}dF \qquad (2.14)$$

dimana $x(F)$ adalah fungsi quantile suatu distribusi. Untuk fungsi *quantile* dari distribusi GEV adalah sebagai berikut.

$$x\ (F) = \hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}}{\xi}\left(1 - \left[-\ln\left(1 - \frac{1}{F}\right)\right]^{-\xi}\right) \qquad (2.2)$$

Dimana $\hat{\mu}$ adalah taksiran parameter lokasi, $\hat{\sigma}$ adalah taksiran skala, dan $\hat{\xi}$ adalah taksiran parameter bentuk tail index. Sedangkan F adalah level ke $-f(F = 1,2, \dots, n)$.

Maka untuk fungsi L-*Moments* yang terbentuk akan menjadi seperti berikut.

$$\lambda_1 = E(X_{1:1}) \qquad (2.3)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2}E(X_{2:2} - X_{1:2}) \qquad (2.4)$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{3}E(X_{3:3} - 2X_{2:3} + X_{1:3}) \qquad (2.5)$$

$$\lambda_4 = \frac{1}{4}E(X_{4:4} - 3X_{3:4} + 3X_{2:4} - X_{1:4}) \qquad (2.6)$$

Pemeriksaan Kesesuaian Distribusi

Pemeriksaan kesesuaian distribusi ini dilakukan untuk menunjukkan adanya kesesuaian distribusi seacara teoritis. Pemeriksaan distribusi dapat dilakukan dengan Uji *Kolmogorov-Smirnov.*

Pengujian ini dilakukan dengan cara menyesuaikan fungsi distribusi empiris (berdasarkan sampel) $F_n(x)$ dengan distribusi teoritis tertentu (sesuai dengan yang dihipotesiskan) $F_0(x)$.

1. Uji Hipotesis :
   $H_0 : F_n(x) = F_0(x)$; Data mengikuti distribusi teoritis $F_0(x)$
   $H_1 : F_n(x) \neq F_0(x)$; Data tidak mengikuti distribusi teoritis $F_0(x)$
2. Statistik Uji :
   $D = Maks\ |F_n(x) - F_0(x)|$
3. Kriteria Uji :
   H_0 ditolak apabila $D > D_\alpha$ pada tabel *Kolmogorov-Smirnov* satu sampel dengan taraf signifikansi $(\alpha)\ atau$ P $- value < \alpha$.. $F_n(x)$ adalah nilai peluang kumulatif (fungsi distribusi kumulatif) berdasarkan data sampel sedangkan $F_0(x)$ adalah nilai peluang kumulatif (fungsi distribusi kumulatif) dibawah H_0 (Daniel, 1989).

Return Period

*Return period*e adalah nilai maksimum yang diharapkan dapat melampaui satu kali dalam jangka waktu k dengan periode p (Gilli dan Kellezi,2003) atau dengan kata lain dalam jangka waktu k dan periode p vibrasi *bearing* akan mencapai nilai maksimum R_p^k satu kali. Rumus untuk estimasi return level adalah :

$$\hat{R}_p^k = \begin{cases} \hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}}\left\{1 - \left(-ln\left(1 - \frac{1}{k}\right)\right)^{-\xi}\right\}, \hat{\xi} \neq 0 \\ \hat{\mu} - \hat{\sigma} ln\left\{\left(-ln\left(1 - \frac{1}{k}\right)\right)\right\}, \hat{\xi} = 0 \end{cases} \tag{2.7}$$

dengan:
$\hat{R}_p$ = nilai *return period*
$\hat{\mu}$ = nilai estimasi parameter lokasi (*location*)
$\hat{\sigma}$ = nilai estimasi parameter skala (*scale*)
$\hat{\xi}$ = nilai estimasi parameter bentuk (*shape*)
k = jumlah blok dalam satu interval periode yang diprediksi

Perhitungan *return period* bergantung pada seberapa panjang periode yang ingin diprediksi nilai *return period* nya, dan juga seberapa besar peluang terjadinya kejadian ekstrem yang diperhitungkan oleh peneliti.

Bearing

Bearing (bantalan) merupakan bagian dari elemen mesin yang memiliki peranan cukup penting. *Bearing* adalah elemen msin berfungsi sebagai pembatas gerak antara dua atau lebih komponen agar dapat bergerak sesuai arah. Menurut Sularso (1997) *bearing* adalah elemen mesin yang mampu menumpu poros berbeban, yang dapat membuat gesekan bolak-baliknya berlangsung secara halus, aman dan panjang usia pemakaiannya.

3. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Penentuan Nilai Ekstrim dengan metode *Block Maxima*

Block Maxima adalah metode dalam menentukan nilai ekstrim pada distribusi *Generalized Extreme Value*, yaitu dengan cara mengambil nilai maksimum pada blok periode tertentu. Dalam penelitian ini digunakan blok periode 10 detik dimana dalam 1/10 detik terdapat sebanyak 2560 pengamatan vibrasi akselerasi *bearing*. Kemudian dari setiap blok dicari nilai maksimum data vibrasi akselerasi *bearing* menggunakan bantuan *software* MATLAB R2017B, dimana data tersebut adalah data ekstrim yang digunakan sebagai sampel untuk analisis selanjutnya. Berikut merupakan nilai ekstrim tiap *bearing* yang diamati dalam penelitian:

Tabel 1. Data ekstrim bearing 2_4

No	*Bearing* 2_4 Arah horizontal	*Bearing* 2_4 Arah vertikal
1	1,13	0,775
2	1,08	0,832
⋮	⋮	⋮
612	1,342	1,123

Tabel 2. Data ekstrim bearing 2_6

No	*Bearing* 2_4 Arah horizontal	*Bearing* 2_4 Arah vertikal
1	1,009	1,198
2	1,1	1,107
⋮	⋮	⋮
572	0,82	1,053

Estimasi Parameter Distribusi Generalized Extreme Value dengan Metode Maximum Likelihood Estimation

Berikut merupakan hasil estimasi parameter distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV) dengan metode pendekatan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) yang diperoleh dari *software* MATLAB R2017b.

Tabel 3. Estimasi Parameter GEV menggunakan MLE

Parameter	*Bearing* 2_4		*Bearing* 2_6	
	Horizontal	Vertikal	Horizontal	Vertikal
$\hat{\xi}$ CI 95%	$\hat{\xi} = 0{,}0447$ [0,0033;0,0862]	$\hat{\xi} = -0{,}0240$ [-0,0395;-0,0084]	$\hat{\xi} = 0.0447$ [0,0033;0,0862]	$\hat{\xi} = 0.0942$ [0,0545;0.1,1339]
$\hat{\sigma}$ CI 95%	$\hat{\sigma} = 0{,}1621$ [0,1522;0,1726]	$\hat{\sigma} = 0{,}2257$ [0,2149;0.2371]	$\hat{\sigma} = 0{,}1621$ [0.1522;0.1726]	$\hat{\sigma} = 0{,}1237$ [0.1158;0.1321]
$\hat{\mu}$ CI 95%	$\hat{\mu} = 1{,}1471$ [1,1331;1,1612]	$\hat{\mu} = 0.9926$ [0.9738;1.0113]	$\hat{\mu} = 1.1471$ [1.1331;1.1612]	$\hat{\mu} = 1.1259$ [1.1149;1.1369]

Parameter bentuk (ξ) menunjukkan perilaku titik ujung kanan dari fungsi peluangnya, parameter skala (σ) menunjukkan pola keragaman data dan parameter lokasi (μ) menunjukkan letak titik pemusatan data.

Estimasi Parameter Distribusi *Generalized Extreme Value* dengan Metode Linier *Moments* (L-*Moments*)

Berikut merupakan hasil estimasi parameter distribusi Generalized Extreme Value (GEV) dengan metode pendekatan Metode Linier Moments (L-Moments) yang diperoleh dari software RStudio.

Tabel 4. Estimasi Parameter Distribusi GEV dengan Metode L-Moments

Parameter	Bearing 2_4		Bearing 2_6	
	Horizontal	Vertikal	Horizontal	Vertikal
$\hat{\xi}$	-0,0061	-0,4082	-0,0423	-0,1511
$\hat{\sigma}$	0,1639	0,1029	0,1426	0,112
$\hat{\mu}$	1,1511	0,9719	0,7896	1,1247

Parameter bentuk ($\boldsymbol{\xi}$) menunjukkan perilaku titik ujung kanan dari fungsi peluangnya, parameter skala ($\boldsymbol{\sigma}$) menunjukkan pola keragaman data dan parameter lokasi ($\boldsymbol{\mu}$) menunjukkan letak titik pemusatan data.

Uji Kesesuaian Distribusi

Pada penelitian ini, pemeriksaan dilakukan dengan uji Kolmogorov Smirnov.

Tabel 5. Uji Kolmogorov Smirnov

Bearing	P-Value	Kesimpulan
Bearing 2_4 Horizontal	0.6749	H_0 diterima (data mengikuti distribusi GEV)
Bearing 2_4 Vertikal	3.7998e-23	H_0 ditolak (data tidak mengikuti distribusi GEV)
Bearing 2_6 Horizontal	0.2146	H_0 diterima (data mengikuti distribusi GEV)
Bearing 2_6 Vertikal	0.2246	H_0 diterima (data mengikuti distribusi GEV)

Setelah didapatkan nilai P-Value pada tabel 5. dapat ditunjukkan bahwa pada bearing 2_4 horizontal, bearing 2_6 horizontal, bearing 2_6 vertikal memiliki nilai p-value yang lebih besar dari $\boldsymbol{\alpha}$ sehingga dapat disimpulkan bahwa data nilai ekstrim vibrasi akselerasi bearing 2_4 horizontal, bearing 2_6 horizontal, bearing 2_6 vertikal mengikuti distribusi Generalized Extreme Value. Sedangkan bearing 2_4 vertikal memiliki nilai p-value yang lebih kecil dari $\boldsymbol{\alpha}$ sehingga dapat disimpulkan bahwa data nilai ekstrim vibrasi bearing 2_4 vertikal tidak mengikuti distribusi Generalized Extreme Value.

Return Period

Setelah dilakukan estimasi parameter distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV) dengan metode dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan Linier *Moments* (L-*Moments*s) pada tabel 5. dan tabel 7. yang dapat digunakan untuk mengestimasi nilai *return period* pada data vibrasi akselerasi *bearing*. Pada penelitian ini ingin diketahui periode ulang 3110400, … , 62208000 blok. Blok yang digunakan adalah 10 detik sehingga diartikan sebagai 1 tahun sampai 10 tahun.

Menurut (Tayde, 2019) ketika vibrasi *bearing* mencapai 20 tahun maka masa manfaat pada *bearing* dianggap sudah berakir atau dapat juga dikatakan *bearing* tersebut sudah mengalami kerusakan.

Berikut adalah nilai estimasi *return period* dengan nilai estimasi parameter diperoleh menggunakan metode MLE dan L-*Moments* :

Tabel 6. Nilai *Return Period* dengan MLE

Periode Ulang	Nilai *Return period*		
	Bearing 2_4 Horizontal	*Bearing* 2_6 Horizontal	*Bearing* 2_6 Vertikal
3110400 = 1 tahun	4,595342	5,6333667	5,182338
6220800 = 2 tahun	4,817972	6,0949466	5,544643
⋮	⋮	⋮	⋮
31104000 = 10 tahun	4,595342	7,3053074	6,482986

Berdasarkan tabel 6. dapat dilihat bahwa *bearing* 2_4 horizontal, *bearing* 2_6 horizontal dan *bearing* 2_6 vertikal memiliki nilai *return period* 4.595342, 7.3053074, 6.482986 secara berurutan menunjukkan angka kurang dari 20 maka disimpulkan bearing akan mengalami kerusakan yang cukup lama atau lebih dari 10 tahun.

Tabel 7. Nilai *Return Period* dengan L-*Moments*

Periode Ulang	Nilai Return period		
	Bearing 2_4 Horizontal	*Bearing* 2_6 Horizontal	Bearing 2_6 Vertikal
3110400 = 1 tahun	3.493037	2.369604	1.788505
6220800 = 2 tahun	3.596522	2.421358	1.796204
⋮	⋮	⋮	⋮
31104000 = 10 tahun	3.835128	2.535834	1.811256

Berdasarkan tabel 7. dapat dilihat bahwa bearing 2_4 horizontal, bearing 2_6 horizontal dan bearing 2_6 vertikal memiliki nilai return period 3.835128, 2.535834, 1.811256 secara berurutan menunjukkan angka kurang dari 20 maka disimpulkan bearing akan mengalami kerusakan yang cukup lama atau lebih dari 10 tahun.

4. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dalam penelitian ini, peneliti menyimpulkan beberapa hasil penelitian sebagai berikut:

Dalam mengestimasi parameter distribusi *Generalized Extreme Value* yaitu parameter bentuk (ξ), parameter skala (σ), parameter lokasi (μ) dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) didapatkan persamaan yang tidak *closed form* maka diselesaikan dengan analisis numerik yaitu dengan iterasi, sedangkan dengan metode Linier *Moments* (L-*Moments*) didapatkan persamaan yang *closed form*.

Dengan menggunakan nilai estimasi *return period* dengan pendekatan MLE dan L -

Moments didapatkan untuk *bearing* 2_4 horizontal, *bearing* 2_6 horizontal dan *bearing* 2_6 vertikal akan mengalami kerusakan yang cukup lama atau lebih dari 10 tahun. Dan hasil return plot kedua metode estimasi parameter bahwa semakin lama waktu pemakaian *bearing* maka semakin tinggi nilai vibrasi *bearing* nya dengan artian semakin lama akan mengakibatkan kerusakan pada *bearing* yang akan mempengaruhi kegagalan sistem kerja mesin.

5. Saran

1. Untuk penelitian berikutnya, dalam megestimasi parameter distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV) disarankan untuk menggunakan metode selain contohnya *Probability Weighted Moments* (PWM) .
2. Untuk mencari sisa usia pakai disarankan untuk menggunakan metode lain yang bisa mendapatkan waktu sisa usia pakai yang tepat dengan nilai yang sudah kita tentukan.

Daftar Pustaka

[1] Coles, S. (2001). *An Introduction to Statistical Modelling of Extreme* Values. London: Spinger-Verlag.

[2] Dawson, T. H. (2000). Maximum Wave Crests in Heavy Seas. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering* - Transactions of the AMSE 122, 222- 224.

[3] Gilli,M., dan Kellezi,E, (2003*). An application of extreme value theory for measuring risk, Department of Econometrics*. University of Geneva and FAME CH1211, Geneva, Switzerland.

[4] Hermawan, S. & Jamari, J (2012) Studi Karakteristik Hidrodinamika pada Slider*Bearing* dengan Permukaan Slip Dan atau Permukaan Berstruktur. Undergraduate thesis, mechanical engineering department, faculty engineering of Diponegoro University, 9-11.

[5] Hosking, J. R. M., Wallis, J. R. (1988). The Effect of Inter-Site Dependence on Regional Flood Frequency Analysis.*Water Resources Research*, 24, p588– 600

[6] Hosking, J. R. M. (1990). L-*Moments*s: Analysis and Estimation of Distributions Using Linear Combinations of Order Statistics. *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B, 52, p105–124.

[7] Lavenda, B. H.,Cipollone, E. (2000). Extreme Value Statistics and Thermodynamics of Earthquakes: Aftershock Sequences. *Annali di geofisica* 43, 967-982.

[8] P. Nextoux, R. Gouriveau, K. Medjaher, E. Ramasso, B. Morello, N. Zerhouni, C. Varnier, PRONOSTIA: An Experimental Platform for *Bearing*s Accelerated Life Test IEEE Int. *Conf. on Progn. and Health Manag.*, Denver, USA (2012)

[9] Prang, J. D (2006). *Sebaran Nilai Ekstrim Terampat dalam fenomena Curah Hujan*. Bogor: Program Pasca Sarjana, Institut Pertanian Bogor.

[10] Roberts, S. J. (2000). Extreme Value Statistics for Novelty Detection in Biomedical Data Processing. *lEE Proceedings - Science Measurement and Technology* 147, 363-367.

[11] Sholichah, I. (2015). *Studi Simulasi Parameter Distribusi Generalized Extreme Value (GEV) dengan Pendekatan Linier Moments (L-Moments) dan Maximum Likelihood Estimate (MLE)*. Surabaya: Jurusan Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, 7-15.

[12] Sularso & Kiyokatsu, S., 1997. *Dasar Perencanaan dan Pemilihan Elemen Mesin*. Jakarta : PT Pradnya Paramita.