

## Diagram Kendali *Grup Runs* untuk Mendeteksi Pergeseran dalam Rata-rata Proses

**Handi Firli Pratama\*, Suwanda**

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,  
Universitas Islam Bandung, Indonesia.

\*handifirli14@gmail.com, suwanda@unisba.ac.id

**Abstract.** The control chart used to check for large changes in the average effective process above  $2\sigma$  is the Shewhart control chart ( $\bar{X}$ ), but the Shewhart control chart is less sensitive or performs poorly in detecting small or moderate changes. To detect small changes below  $1\sigma$  can use CUSUM (Cumulative Sum) and EWMA (Exponentially Weighted Moving Average), but these two diagrams are not yet popular in practice. Wu and Spedding [12] have proposed a synthetic control chart for detecting small shifts in the process mean. For the same problem we propose a control chart called a 'Group Runs' (GR) control chart which is a combination of a Shewhart control chart and an extended version of the CRL (Conforming Run Length) chart. Average Time to Signal (ATS) on the GR control chart will be compared with the Shewhart control chart and Synthetic control chart.

**Keywords:** Average Time To signal, Conforming Run Length Chart, Synthetic Chart,  $\bar{X}$  Chart.

**Abstrak.** Diagram kendali yang digunakan untuk mendeteksi perubahan besar dalam rata-rata proses secara efektif diatas  $2\sigma$  yaitu diagram kendali Shewhart ( $\bar{X}$ ), namun diagram kendali Shewhart kurang sensitif atau kinerjanya buruk dalam mendeteksi perubahan kecil atau sedang. Untuk mendeteksi perubahan kecil dibawah  $1\sigma$  dapat menggunakan diagram CUSUM (*Cumulative Sum*) dan EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*), namun kedua diagram ini belum populer dalam praktiknya. Wu dan Spedding[12] telah mengusulkan diagram kendali sintetis untuk mendeteksi pergeseran kecil dalam rata-rata proses. Untuk masalah yang sama kami mengusulkan diagram kendali yang disebut diagram kendali '*Grup Runs*' (GR) yang merupakan kombinasi antara diagram kendali Shewhart dan diagram CRL (*Conforming Run Length*) versi diperpanjang. Aplikasi diagram kendali *Grup Runs* diterapkan pada data kecepatan pelayanan di BPS DKI Jakarta yang merupakan hasil penelitian Salam dan Suwanda (2009).

**Kata Kunci:** Diagram Kendali Sintetis, Diagram Kendali  $\bar{X}$ , Rata-Rata Waktu Sinyal, Penyesuaian Panjang Lari.

### 1. Pendahuluan

Pengendalian kualitas statistik merupakan suatu metode pengumpulan dan analisis data kualitas, serta penentuan dan interpretasi pengukuran-pengukuran yang menjelaskan tentang proses dalam suatu sistem industri yang sedang berlangsung. Tujuan utama dilakukan pengendalian proses secara statistik adalah untuk mendeteksi adanya perubahan atau pergeseran rata-rata

proses yang disebabkan oleh penyebab-penyebab khusus sedini mungkin, sehingga dapat segera dilakukan tindakan perbaikan. Tindakan ini dilakukan terhadap proses yang sedang berlangsung agar tidak menghasilkan banyak produk yang cacat.

Dalam pengendalian kualitas statistik ada berbagai jenis diagram kendali kualitas telah diusulkan untuk memantau rata-rata proses dan variabilitas. Salah satunya yaitu diagram kendali shewhart ( $\bar{X}$ ), diagram ini banyak digunakan dalam industri karena merupakan diagram kendali yang paling umum diterapkan dalam praktik untuk memantau rata-rata dari sebuah karakteristik mutu.

Diagram kendali Shewhart mendeteksi perubahan atau pergeseran besar dalam rata-rata proses secara efektif, namun kinerjanya 'buruk' dalam mendeteksi perubahan kecil atau sedang. Hal ini yang menjadi kelemahan pada diagram kendali  $\bar{X}$ . Untuk mengatasi kelemahan diagram kendali shewhart munculah suatu diagram kendali yang mampu mendeteksi dengan baik untuk pergeseran rata-rata kecil dibawah  $1\sigma$  yaitu diagram kendali CUSUM (*Cumulative Sum*) dan EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*). Namun demikian, diagram kendali CUSUM dan EWMA kurang begitu populer jika dibandingkan dengan diagram kendali Shewhart. Agar diagram kendali rata-rata Shewhart peka terhadap pergeseran kecil dari rata-rata proses, Wu and Spedding (2002), telah membuat diagram kendali sintetis rata-rata, yang menggabungkan diagram kendali rata-rata Shewhart dengan diagram kendali *conforming run length* (CRL). Implementasi diagram kendali sintetis rata-rata ini telah digunakan Rina (2014) pada pengontrolan rata-rata proses di sebuah perusahaan benang untuk bahan baku kain. Dalam penelitian ini akan dikaji pengembangan diagram kendali sintetis rata-rata Shewhart Group Runs (GR) yang merupakan gabungan dari diagram Shewhart dan CRL (*Conforming Run Length*) versi diperluas yang digagas Gadre dan Rattihalli (2004).

## 2. Landasan Teori

### Menurut Notasi dan Ketentuan

Diagram kendali shewhart digunakan untuk menentukan status kelompok dalam diagram kendali *Grup Runs*. Grup dikatakan tidak sesuai jika berada diluar batas atas ataupun batas bawah dalam diagram kendali shewhart. Diagram kendali *Grup Runs* digunakan untuk melihat status proses dengan cara memplot nilai CRL, apabila nilai  $CRL \leq L$  maka dapat dikatakan status proses tidak terkendali. Berikut merupakan notasi yang digunakan dalam konstruksi diagram kendali *Grup Runs*.

$\mu_0$	: nilai <i>in control</i> dari rata-rata proses.
$\sigma$	: variabilitas proses.
ATS ( $\delta$ )	:jumlah rata-rata unit yang dibutuhkan oleh grafik GR untuk mendeteksi pergeseran rata-rata proses dari $\mu_0$ ke $\mu_0 \pm \delta\sigma$ .
$\delta_1$	:pergeseran desain dalam rata-rata, yang besarnya dianggap cukup besar untuk secara serius mengganggu kualitas produk.
n	: ukuran grup.
k	: koefisien yang digunakan dalam batas kendali sub diagram.
L	: batas bawah grafik GR.
$Y_r$	:nilai ke r ( $r = 1,2,..$ ) dari CRL ketika kelompok diperlakukan sebagai unit.
$\tau$	: nilai ATS minimum yang diwajibkan (0).

### Implementasi Grafik *Grup Runs*

Diagram kendali *Grup Runs* merupakan kombinasi antara diagram kendali shewhart dan diagram kendali CRL versi diperluas. Implementasi diagram kendali *Grup Runs* sebagai berikut :

1. Periksa n item yang diproduksi secara berurutan, yang merupakan kelompok masing-masing.
2. Tentukan grup sesuai atau tidak menggunakan sub diagram kendali shewhart.
3. Suatu proses dikatakan diluar kendali statistik, jika  $Y_1 \leq L$  atau dua  $Y_r$  berturut-turut

- kurang dari atau sama dengan L.  
 4. Ketika proses tidak terkendali, maka cari tahu penyebabnya.

**Desain Diagram Kendali Grup Runs**

Dalam diagram kendali sintetis, untuk masalah yang sama, Wu dan Spedding (2000) menghitung nilai optimal dari parameter kendali ( $k, L$ ) untuk ukuran grup yang diberikan. Dalam kasus diagram *Grup Runs*, desain optimal dipilih dari ketiga parameter ( $n, k, L$ ). Dalam mendesain diagram *Grup Runs*, modelnya adalah :

$$\left. \begin{array}{l} \text{Minimumkan } ATS_{G1}(\delta_1) \\ \text{dengan batasan} \\ ATS_G(0) \geq \tau \end{array} \right\} \tag{2.1}$$

misalkan  $P$  merupakan probabilitas kelompok yang tidak sesuai. Kemudian

$$P(\delta) = 1 - P(L_{\bar{x}|s} < \bar{X} < U_{\bar{x}|s} \mid \bar{X} \sim N(\mu_0 + \delta\sigma, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})) \tag{2.2}$$

Dimana

$$\begin{aligned} L_{\bar{x}|s} &= \mu_0 - k \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ U_{\bar{x}|s} &= \mu_0 + k \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \end{aligned}$$

dengan demikian  $P(\delta)$  dapat ditulis sebagai

$$P(\delta) = 1 - \Phi(k - \delta\sqrt{n}) + \Phi(-k - \delta\sqrt{n}) \tag{2.3}$$

Perhatikan bahwa,  $Y_r (r=1,2,...)$  terdistribusi secara bebas dan identic (i.i.d) variabel acak geometrik dengan rata-rata ( $1/P$ ). Oleh karena itu, jika  $N$  adalah jumlah kelompok cacat yang diamati sebelum menyatakan proses menjadi tidak terkendali, maka distribusi  $N$  dapat seperti yang dijelaskan dibawah ini. Misalkan  $A=P(Y \leq L)=1-(1-P)^L$  dan pertimbangkan bahwa

$$P = (N=1) = P(Y_1 \leq L) = A \tag{2.4}$$

dan

$$P = (N=2) = 0 \tag{2.5}$$

Untuk  $r \geq 3$

$$\begin{aligned} P = (N=r) &= (P(Y_r \leq L) P(Y_{r-1} \leq L) P(Y_{r-2} > L)) P(N > r-3) \\ &= A^2 (1-A) (1 - P(N \leq r-3)) \\ &= A^2 (1-A) (1 - \sum_{s=1}^{r-3} P_s) \end{aligned} \tag{2.6}$$

Dengan demikian, distribusi probabilitas  $N$  diberikan oleh

$$P_r = P(N=r) = \begin{cases} A & \text{jika } r=1 \\ 0 & \text{jika } r=2 \\ A^2(1-A) \left(1 - \sum_{s=1}^{r-3} P_s\right) & \text{jika } r \geq 3 \end{cases} \tag{2.7}$$

Menggunakan relasi  $\sum_{r=1}^{\infty} p_r=1$  dan  $E(N) = \sum_{r=1}^{\infty} r p_r$  dapat ditunjukkan bahwa

$$E(N) = \frac{1}{A^2} \tag{2.8}$$

Oleh karena itu, jika suatu proses menandakan situasi di luar kendali untuk pertama kalinya ketika kelompok ke- $N$  yang tidak teramati diamati, maka

$$ATS_{G1}(\delta_1) = \frac{n}{p(\delta_1)} \frac{1}{(1-(1-p(\delta_1))^L)^2} \tag{2.9}$$

Dengan demikian, masalah optimisasi (2.1) dapat ditulis dalam bentuk ( $n,k,L$ ) sebagai

$$\left. \begin{array}{l} \text{Minimumkan } ATS_{G1} \\ \text{dengan batasan} \\ \frac{n}{p(0)} \frac{1}{(1-(1-p(0))^L)^2} \geq \tau \end{array} \right\} \tag{2.10}$$

**Contoh Numerik**

Pada bagian ini akan dibandingkan antara diagram kendali Grup Runs, Sintetik, dan Shewhart

untuk nilai  $\mu_0 = 0$ ,  $\sigma = 1$ ,  $\delta = 0,2$  dan  $\tau = 10000$

Nilai parameter kontrol untuk diagram kendali Grup Runs, Sintetik dan Shewhart bersama dengan ATS masing-masing adalah sebagai berikut :

1. Shewhart :  $n_{\bar{x}} = 186$ ,  $k_{\bar{x}} = 2.35$ ,  $ATS_{\bar{x}}(\delta_1) = 288$
2. Sintetik :  $n_s = 102$ ,  $k_s = 1.94$ ,  $ATS_s(\delta_1) = 201$
3. Grup Runs :  $n_g = 98$ ,  $k_g = 1.59$ ,  $ATS_g(\delta_1) = 165$

Dalam contoh ini terlihat bahwa diagram kendali grup runs memiliki nilai n,k,dan ATS yang kecil dibandingkan dengan dua diagram kendali lain yaitu shewhart dan sintetik.

### 3. Hasil Penelitian dan Pembahasan

#### Aplikasi Pada Data Real

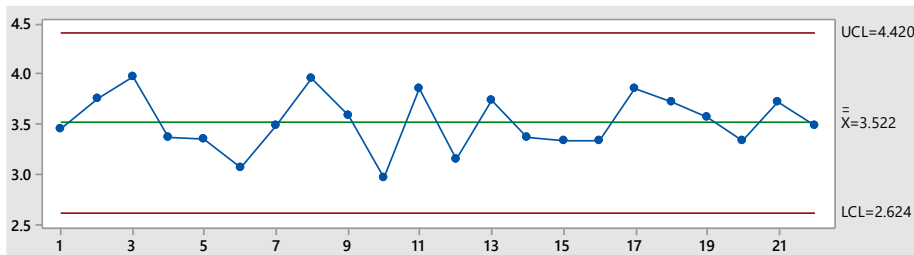
Data yang digunakan dalam aplikasi adalah data sekunder yang diambil dari hasil penelitian Salam dan Suwanda (2009). Data tersebut merupakan data hasil survei di BPS DKI Jakarta yang dilakukan pada periode waktu mulai 27 Juli sampai dengan 31 Agustus 2009. Survei ini sebenarnya dilakukan terutama untuk menangkap informasi mengenai kebutuhan data para konsumen data BPS. Namun demikian di dalamnya juga diukur kualitas pelayanan data BPS. Terdapat 22 sampel masing-masing berukuran 9. Salah satu karakteristik yang akan dikontrol adalah rata-rata “kecepatan pelayanan” BPS DKI dalam penyediaan data. Kecepatan pelayanan diukur dalam skala Likert 1 s/d 6. Nilai 1 menunjukkan “sangat tidak memuaskan” dan 6 menunjukkan “sangat memuaskan”. Data akan disajikan dalam tabel 1 sebagai berikut :

**Tabel 1.** Data Menangkap Informasi Mengenai Kebutuhan Data Para Konsumen Data BPS

sub grup	Kecepatan Pelayanan								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4.000	4.241	2.096	3.073	4.241	3.073	3.073	4.241	3.073
2	4.241	3.073	1.000	3.073	4.241	4.241	5.431	4.241	4.241
3	5.431	4.241	4.241	5.431	3.073	3.073	3.073	4.241	3.073
4	4.241	4.241	3.073	2.096	4.241	2.096	3.073	4.241	3.073
5	3.073	4.241	3.073	4.241	4.241	3.073	3.073	2.096	3.073
6	3.073	1.661	3.073	4.241	3.073	2.096	3.073	3.073	4.241
7	5.431	3.073	2.096	3.073	3.073	3.073	4.241	3.073	4.241
8	4.241	4.241	1.661	4.241	5.431	4.241	3.073	4.241	4.241
9	4.241	3.073	4.241	3.073	3.073	4.241	3.073	3.073	4.241
10	1.000	3.073	2.096	3.073	1.661	3.073	4.241	4.241	4.241
11	4.241	4.241	4.241	4.241	3.073	3.073	3.073	5.431	3.073
12	5.431	3.073	3.073	1.661	3.073	1.661	4.241	3.073	3.073
13	3.073	5.431	4.241	3.073	4.241	3.073	4.241	4.241	2.096

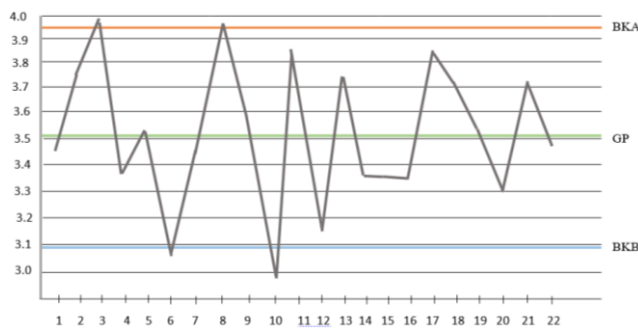
14	4.241	3.073	4.241	3.073	3.073	2.096	5.431	3.073	2.096
15	1.000	3.073	4.241	1.661	5.431	4.241	3.073	4.241	3.073
16	4.241	3.073	3.073	3.073	3.073	3.073	4.241	3.073	3.073
17	5.431	4.241	3.073	3.073	5.431	3.073	3.073	3.073	4.241
18	4.241	4.241	4.241	4.241	4.241	3.073	3.073	3.073	3.073
19	4.241	4.241	4.241	3.073	3.073	3.073	3.073	1.661	5.431
20	3.073	3.073	3.073	4.241	4.241	3.073	3.073	3.073	3.073
21	3.073	3.073	3.073	4.241	4.241	5.431	3.073	3.073	4.241
22	2.096	3.073	4.241	3.073	4.241	4.241	3.073	4.241	3.073

Data diatas diimplementasikan kedalam diagram kendali shewhart dan diagram kendali Grup Runs. Pada diagram kendali Shewhart diperoleh BKA = 4.420, GP = 3.522, BKB = 2.624. Dibawah ini merupakan diagram kendali shewhart.



**Gambar 1.** Diagram Kendali Shewhart

Sedangkan pada diagram kendali Grup Runs didapat BKA = 3.951, GP = 3.522, BKB = 3.093. Dibawah ini merupakan diagram kendali Geup Runs.



**Gambar 2.** Diagram Kendali Geup Runs

#### 4. Kesimpulan

Dari hasil penelitian terlihat bahwa diagram kendali shewhart menunjukkan diagram terkendali namun ketika menggunakan diagram kendali Grup Runs diagram menunjukkan tidak terkenali pada pengamatan ke-3, hal ini mengindikasikan bahwa diagram kendali Grup Runs lebih sensitif untuk pergeseran yang kecil dibandingkan dengan diagram kendali shewhart.

#### Daftar Pustaka

- [1] Albin, S. L. ; Kang, L. and Shea, G. 1997. *An X and EWMA Chart For Individual Observation*. Journal of Quality Technology 29, 41-48
- [2] Bourke, P.D. 1991. Detecting a Shift in Fraction Nonconforming Using Run Length Control Charts with 100% Inspection. J. Qual. Techol. 23(3), 225-238
- [3] Gadre, M. P. and Rattihalli R. N. 2004. A Group Runs Control Chart to Identify Increases in Fraction Non-Conforming .
- [4] Grant, E. L. and Leavenworth, R. S. 1994. *Pengendalian Mutu Statistis*. Penerbit Erlangga: Jakarta.
- [5] Handayani, F.R . 2012. *Diagram Kontrol Shewhart Rata-Rata Untuk Proses Yang Berautokorelasi*, Bandung : Skripsi Universitas Islam Bandung
- [6] Montgomery, D. C. 2009. Introduction to Statistical Quality Control, Sixth Edition. John Wiley & Sons, New York
- [7] Salam, M.I dan Suwanda . 2009 . Penentuan Batas-Batas Diagram Kontrol Dispersi MultivariatVV Dengan Metode Bootstrap. Proseding Seminar Nasional Statistika UNPAD.
- [8] Sudjana . 2005. *Metoda Statistika edisi ke-7*. Bandung : Tarsito
- [9] Wu, Z. and Spedding, T. A. 2000. A Synthetic Control Chart for Detecting Small Shifts in the Process Mean. Journal of Technology 32, 32-38