

Diagram Kendali T^2 Hotelling Sintetik dengan Parameter *In Control* dalam Interval Kecil

Friska Aulia Resky*, Suwanda

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Islam Bandung, Indonesia.

*friskaaulia63@gmail.com

Abstract The T^2 Hotelling control chart is a class of Shewhart control diagrams, so it is less sensitive in detecting small mean vector shifts. To overcome this, a synthetic T^2 Hotelling control chart was created, which is a combination of the T^2 Hotelling control chart and the Conforming Run Length (CRL) control chart. In this way, the synthetic T^2 Hotelling control chart is expected to be sensitive in detecting small changes in the process mean vector while maintaining good performance. If it is true that there is a shift in the average vector in the process, the Average Run Length (ARL) becomes a minimum, but if there is no shift in the average vector ARL becomes a maximum. In this thesis discusses the synthetic T^2 Hotelling control chart for cases where in a state of control the magnitude of the shift is at a set interval, so as to get the upper control limit for the T^2 Hotelling control chart (BKAsin) and the lower control limit for the CRL control chart (Lsin) sub. Obtained from the multi-object optimization case. This can be solved by the Pareto-optimal approach using the Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II (NSGA-II). This control chart is applied to controlling the production process of making yarn where using $d = B = 1.5$ and $d = 0$ to $d = A = 0.1$, the ARL value ($d = 0$) is 88.0121, ARL ($d = A$) is 38.1111 and ARL ($d = B$) is 1.57974 while for the BKAsin value of 6.98528 and the Lsin value is 2, from these values it is concluded that by using the Synthetic Hotelling T^2 Control chart there has been an average vector shift in the 6th observation so that the yarn production process is said to be out of control

Keywords: T^2 Hotelling control chart, CRL control chart, Synthetic control chart, Multi-Object Optimization, Pareto Optimal.

Abstrak. Diagram kendali T^2 Hotelling merupakan kelas diagram kendali Shewhart, sehingga kurang peka dalam mendeteksi pergeseran vektor rata-rata yang kecil. Untuk penanggulangannya dibuat diagram kendali T^2 Hotelling sintetik, yaitu gabungan dari diagram kendali T^2 Hotelling dan diagram kendali *Conforming Run Length* (CRL). Dengan cara ini, diagram kendali T^2 Hotelling sintetik diharapkan dapat peka dalam mendeteksi perubahan kecil dalam vektor rata-rata proses dan tetap menjaga performansi dengan baik. Jika benar terdapat pergeseran vektor rata-rata pada proses, *Average Run Length* (ARL) menjadi minimum akan tetapi jika tidak terdapat pergeseran vektor rata-rata ARL menjadi maksimum. Dalam penelitian ini membahas diagram kendali T^2 Hotelling sintetik untuk kasus dimana dalam keadaan *in control* besarnya pergeseran berada pada interval yang ditetapkan, sehingga untuk mendapatkan batas kendali atas untuk sub diagram kendali T^2 Hotelling (BKAsin) dan batas kendali bawah sub diagram kendali CRL (Lsin) diperoleh dari kasus optimasi multi-objek. Hal ini dapat diselesaikan oleh pendekatan *Pareto-optimal*

menggunakan *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II* (NSGA-II). Diagram kendali ini, diaplikasikan pada pengontrolan proses produksi pembuatan benang dimana dengan menggunakan $d=B=1.5$ dan $d=0$ sampai dengan $d=A=0.1$ didapatkan nilai $ARL(d=0)$ sebesar 88.0121, $ARL(d=A)$ sebesar 38.1111 dan $ARL(d=B)$ sebesar 1.57974 sedangkan untuk nilai $BKAsin$ sebesar 6.98528 dan nilai $Lsin 2$, dari nilai-nilai tersebut disimpulkan bahwa dengan menggunakan diagram Kendali T^2 Hotelling Sintetik telah terjadi pergeseran vektor rata-rata pada pengamatan ke-6 sehingga proses produksi benang dikatakan *out of control*

Kata Kunci: Diagram kendali T^2 Hotelling, Diagram kendali CRL, Diagram kendali Sintetik, Optimasi Multi-Objek, Pareto Optimal.

1. Pendahuluan

Pengendalian kualitas dalam proses produksi merupakan salah satu bagian yang sangat penting karena kualitas dijadikan oleh *customer* sebagai salah satu pertimbangan untuk membeli/memilih suatu produk. Dalam pengendalian kualitas terdapat suatu metode statistika yang dapat membantu dalam melihat apakah suatu proses di bawah kendali atau sebaliknya, metode tersebut adalah *Statistical Process Control* (SPC). Menurut Montgomery (1990) *Statistical Process Control* adalah salah satu metode untuk memonitor proses produksi dengan diagram kendali.

Diagram kendali yang umum digunakan adalah diagram kendali Shewart, namun diagram kendali ini performansinya kurang baik dalam mendeteksi pergeseran-pergeseran yang kecil. Maka dari itu dikembangkan diagram kendali univariat sintetik. Pada kenyataannya dalam situasi *real* sering dijumpai 2 atau lebih karakteristik yang saling berhubungan yang digunakan dalam proses pengendalian, sehingga hal ini dikelompokkan sebagai kasus multivariat sehingga dikembangkan diagram kendali T^2 Hotelling Sintetik, yang merupakan gabungan dari diagram kendali T^2 Hotelling dan diagram kendali *Conforming Run Length* (CRL). Untuk mendesain diagram kendali T^2 Hotelling sintetik untuk kasus ini, optimasi digunakan pada multi-objek. Penyelesaian optimasi multi-objek dengan pendekatan optimal Pareto menggunakan *Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm II* (NSGA-II).

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka perumusan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Bagaimana mendapatkan solusi optimal pareto dari masalah optimasi multi-objek?
2. Bagaimana membangun diagram kendali T^2 Hotelling sintetik untuk implementasi pada data real dengan parameter *in control* dalam interval kecil ?

Selanjutnya tujuan dari penelitian ini yaitu :

1. Mendapatkan solusi optimal pareto dari masalah optimasi multi-objek.
2. Untuk mengetahui bagaimana membangun diagram kendali T^2 Hotelling sintetik untuk implementasi pada data real dengan parameter *in control* dalam interval kecil.

2. Landasan Teori

Menurut Montgomery (1990) pengendalian kualitas adalah aktivitas keteknikan dan manajemen, yang dengan aktivitas itu diukur ciri-ciri kualitas produk, membandingkannya dengan spesifikasi atau persyaratan yang ada, dan mengambil tindakan penyehatan yang sesuai apabila ada perbedaan antara penampilan yang sebenarnya dan yang standar. Dalam pengendalian kualitas terdapat suatu metode statistika yang dapat membantu dalam melihat apakah suatu proses di bawah kendali atau sebaliknya, metode tersebut adalah *Statistical Process Control* (SPC). Menurut Montgomery (1990) *Statistical Process Control* adalah salah satu metode untuk memonitor proses produksi dengan diagram kendali. Salah satu diagram kendali

yang sering digunakan yaitu diagram kendali Multivariat, dimana diagram kendali tersebut harus mensyaratkan bahwa data yang digunakan berdistribusi normal multivariat.

Dimana fungsi densitas untuk distribusi normal multivariat sendiri yaitu :

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} |\Sigma|^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(x-\mu)'\Sigma^{-1}(x-\mu)} \quad \dots(2.1)$$

$$-\infty < x_j < \infty, j = 1, 2, \dots, p.$$

Berikut tahapan pengujian distribusi normal multivariat:

1. Menentukan nilai vektor rata-rata
2. Menentukan nilai matriks varians-kovarians
3. Menentukan nilai jarak Mahalanobis setiap titik pengamatan dengan vektor rata-ratanya : $d_i^2 = (X_{ijk} - \bar{X}_{jk})^t S^{-1} (X_{ijk} - \bar{X}_{jk}) \quad \dots(2.2)$
4. Mengurutkan nilai d_i^2 dari kecil ke besar : $d_{(1)}^2 \leq d_{(2)}^2 \leq d_{(3)}^2 \leq \dots \leq d_{(n)}^2$
5. Tentukan nilai $p_i = \frac{i-1/2}{n}$, $i = 1, 2, \dots, n \quad \dots(2.3)$
6. Tentukan nilai q_i dengan $\chi^2_{(p; p_i)} = q_i$ yang diperoleh dari tabel *chi-square*.
7. Buat scatter-plot d_i^2 dengan q_i

Data dapat dikatakan berdistribusi normal multivariat apabila terdapat minimal 50 % nilai $d_i^2 \leq \chi^2_{(p; q_i)}$ atau hasil dari *scatter plot* berupa garis lurus (Johnson, 2007).

Diagram kendali yang digunakan pada kasus multivariat yaitu diagram kendali T² Hotelling, yang menurut Montgomery (2005) diagram kendali T² Hotelling adalah diagram kendali untuk mengontrol dan memonitor mean proses pada kasus multivariat. Ketika proses berada dalam keadaan *in control* maka nilai statistik T² berdistribusi *chi-square* dengan p sebagai derajat bebasnya, sedangkan ketika proses berada dalam keadaan *out-of control* nilai statistik T² berdistribusi *non-central chi-square* dengan p sebagai derajat bebasnya dan parameter *non-central* nya dilambangkan dengan λ^2 , dimana nilai dari parameter *non-central* yaitu :

$$\lambda^2 = n (X_{ijk} - \bar{X}_{jk})^t S^{-1} (X_{ijk} - \bar{X}_{jk}) = nd^2 \quad \dots(2.4)$$

dimana $d = \sqrt{(X_{ij} - \bar{X}_j)^t s^{-1} (X_{ij} - \bar{X}_j)}$ adalah jarak Mahalanobis yang digunakan untuk mengukur perubahan pada proses vektor rata-rata.

Untuk nilai statistik T² sendiri dapat dihitung menggunakan Persamaan berikut :

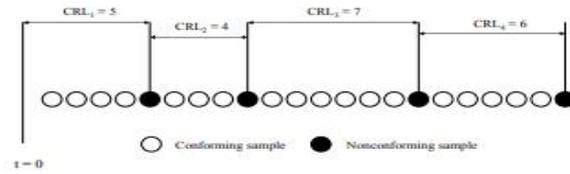
$$T_i^2 = n(\bar{x}_{jk} - \bar{x}_j)^t S^{-1} (\bar{x}_{jk} - \bar{x}_j) \quad \dots(2.5)$$

Pada diagram kendali T² Hotelling memiliki 2 fase dimana tujuan dari fase 1 adalah untuk mendapatkan satu set pengamatan yang terkendali sehingga batas *control* dapat ditetapkan untuk fase II. Batas kendali untuk fase I dapat dihitung menggunakan persamaan :

$$BKA = \frac{p(m-1)(n-1)}{mn-m-p+1} \cdot F_{\alpha; p, mn-m-p+1} \quad \dots(2.6)$$

$$BKA = 0$$

Selain diagram kendali T² Hotelling terdapat juga diagram kendali CRL (*Conforming Run Length*) yang diusulkan oleh Bourke (1991) pada awalnya dikembangkan untuk *quality control* atribut yang bertujuan untuk mendeteksi pergeseran dalam fraksi yang *non-conforming* (q) ketika pemeriksaan 100% sedang digunakan. Dalam diagram kendali T² Hotelling sintetik, nilai CRL didefinisikan sebagai jumlah sampel yang diperiksa antara dua sampel yang diklasifikasikan sebagai *non-conforming*, termasuk sampel terakhir yang tidak sesuai atau dapat diilustrasikan pada Gambar dibawah ini :



Gambar 1. Konsep CRL

Nilai rata-rata dan fungsi probabilitas kumulatif CRL adalah:

$$\mu_{CRL} = \frac{1}{q} \quad \dots(2.7)$$

$$F_q(CRL) = 1 - (1 - q)^{CRL}, CRL = 1, 2, \dots \quad \dots(2.8)$$

Dalam kasus mendeteksi peningkatan dalam nilai q , hanya nilai batas kendali bawah $L = \frac{\ln(1-\alpha_{CRL})}{\ln(1-q_0)}$ yang dibutuhkan untuk diagram kendali CRL, dimana $\alpha_{CRL} = 1 - (1 - q_0)^L = F_{q_0}(L)$ adalah kesalahan Type I dari diagram kendali CRL dan q_0 adalah fraksi *non-conforming* yang terkendali. ARL_{CRL} dibutuhkan untuk mendeteksi signal *non-conforming* q yang tidak terkendali. Rumus dari ARL_{CRL} adalah

$$ARL_{CRL} = \frac{1}{F_q(CRL)} = \frac{1}{1-(1-q)^L} \quad \dots(2.9)$$

Untuk mendeteksi pergeseran vektor rata-rata yang kecil dan menjaga performansinya tetap baik maka dikembangkanlah diagram kendali T^2 Hotelling Sintetik yang merupakan gabungan dari diagram kendali T^2 Hotelling dan diagram Kendali CRL, Sub diagram T^2 Hotelling mempunyai batas kendali atas yaitu BKA_{Sin} sedangkan sub diagram kendali CRL mempunyai batas kendali bawah yaitu L_{Sin} , dimana $L_{Sin} \geq 1$. Nilai BKA_{Sin} adalah kriteria untuk mengelompokan sampel yang *conforming* dan *non-conforming* sedangkan nilai L_{Sin} adalah kriteria untuk memutuskan apakah proses berada dalam kendali atau di luar kendali. Dalam praktik terdapat batas toleransi, bahwa walaupun terjadi pergeseran asal masih dalam batas toleransi, maka proses masih dikatakan *in control*. Untuk membangun diagram kendali seperti itu, diagram kendali dibagi menjadi 3 daerah (Woodal, tahun 1985) yaitu:

- a) *in-control*
Daerah *in-control* dibatasi oleh $[0, A]$. Dalam daerah ini perubahan pergeseran vektor rata-rata berkisar dari $d = 0$ ke $d = A$. Diperlukan ARL yang maksimum.
- b) *Out-of control*
Wilayah di luar kendali $[B, \infty [$, dengan nilai pergeseran $d > B$. Diperlukan ARL minimum.
- c) *Indifferent*
Wilayah *Indifferent*,] $B, A [$, meliputi $d > A$ dan $d < B$.

Oleh karena itu, desain diagram kendali ini dapat ditetapkan sebagai masalah dua tujuan. Tujuan pertama adalah untuk memaksimalkan ARL di wilayah *in-control* dan tujuan kedua adalah untuk meminimalkan ARL wilayah di *out-of control*.

Dua nilai ARL yang sangat penting untuk membangun Diagram kendali T^2 Hotelling Sintetik adalah *ARL in control* [$ARL_{S-T^2}(d = 0)$] dan *ARL out of control* [$ARL_{S-T^2}(d \neq 0)$]. Nilai ARL untuk pergeseran jarak d yang diberikan, berlaku untuk sembarang diagram kontrol sintetis (Chen dan Huang, 2005) adalah

$$ARL_s(\delta) = E\{ARL_{CRL}\} * E\{CRL\} = \frac{1}{1-(1-q)^L} * \frac{1}{q} \quad \dots(2.10)$$

dimana q adalah peluang terjadinya sampel *non-conforming*.

ARL dari diagram kendali T^2 Sintetik adalah :

$$ARL_{S-T^2}(d = 0) = ARL_{CRL}(d|BKA_{Sin}, L) * ARL_{T^2}(d|BKA_{Sin}) = \frac{1}{1-(1-q_0)^L} * \frac{1}{q_0} \quad \dots(2.11)$$

dimana $q_0 = P(T_i^2 > BKAsin)$

Berdasarkan (2.10), ketika $d \neq 0$, nilai dari $ARL_{S-T^2}(d \neq 0)$ adalah :

$$ARL_{S-T^2}(d \neq 0) = ARL_{CRL}(d|BKAsin, L) * ARL_{T^2}(d|BKAsin) = \frac{1}{1-(1-q_d)^L} * \frac{1}{q_d} \quad \dots(2.12)$$

dimana $q_d = 1 - \beta = 1 - P(T_i^2 \leq BKAsin)$

Maka untuk mendesain diagram kendali T² Hotelling Sintetik haruslah melakukan optimasi mult-iobjek, yang mana optimasi multi-objek adalah permasalahan optimasi yang berisi lebih dari satu fungsi tujuan ,pendekatan untuk menyelesaikan masalah multi-objek adalah pengambil keputusan himpunan (relatif kecil) dari penyelesaian-penyelesaian atau alternatif yang "feasible", dan membiarkannya memilih penyelesaian yang diinginkan dari himpunan tertentu. Himpunan penyelesaian yang "feasible" biasanya terkait dengan himpunan penyelesaian optimal Pareto, dimana tidak mungkin meningkatkan suatu tujuan tanpa memperburuk tujuan lainnya.

Menurut Deb (2001) kumpulan dari *non-dominated solution set* akan dipetakan dalam *Pareto Optimal Front*. *Non-dominated solution set* adalah sekumpulan suatu set solusi yang merupakan solusi yang tidak didominasi oleh solusi manapun dari kumpulan anggota solusi yang ada, dan kumpulan dari *non-dominated solution set* disebut *Pareto-Optimal set* sedangkan batas yang digambarkan dengan kumpulan semua titik yang diperoleh dari *Pareto-Optimal set* adalah *pareto-optimal front*.

Dalam penelitian ini terdapat 2 tujuan yaitu meminimalkan $ARL(d=B)$ di daerah *out of control* dan memaksimalkan $ARL(d=0)$ dan $ARL(d=A)$ di daerah *in control* yang akan menghasilkan solusi (nilai L_{Sin} , dan BKA_{Sin}) yang membentuk *Pareto-optimal front*. Menurut Aparisi dan Luna (2007) dalam kasus ini tidak ada solusi yang dihasilkan lebih dari nilai Z_1 (daerah *in control*) dan lebih kecil dari Z_2 (daerah *out of control*) atau dapat dikatakan Z_1 dan Z_2 merupakan fungsi objektif. Nilai Z_1 dan Z_2 didefinisikan sebagai berikut :

$$Z_1 = ARL(d = 0) + ARL(d = A) = ARL_{CRL}(d = 0|BKAsin, L) * ARL_{T^2}(d = 0|BKAsin) + ARL_{CRL}(d = A|BKAsin, L) * ARL_{T^2}(d = A|BKAsin) = \frac{1}{1-(1-q_0)^L} * \frac{1}{q_0} + \frac{1}{1-(1-q_{d=A})^L} * \frac{1}{q_{d=A}} + \frac{1}{1-(\frac{1}{2^{p/2}\Gamma(\frac{p}{2})} \int_0^{BKAsin} y^{\frac{p}{2}-1} e^{-\frac{y}{2}} dy)^L} * \frac{1}{1-(\frac{1}{2^{p/2}\Gamma(\frac{p}{2})} \int_0^{BKAsin} y^{\frac{p}{2}-1} e^{-\frac{y}{2}} dy)} + \frac{1}{1-(1-q_{d=A})^L} * \frac{1}{q_{d=A}} \quad \dots(2.13)$$

$$Z_2 = ARL(d = B) = ARL_{CRL}(d = B|BKAsin, L) * ARL_{T^2}(d = B|BKAsin) = \frac{1}{(e^{-\frac{\lambda}{2}} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(\frac{1}{2}n.d_B)^j}{j!} \cdot \frac{1}{2^{\frac{p}{2}+j}\Gamma(\frac{p}{2}+j)} \int_0^{BKAsin} y^{\frac{p}{2}+j-1} e^{-\frac{y}{2}} dy)^L} \cdot \frac{1}{1-e^{-\frac{\lambda}{2}} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(\frac{1}{2}n.d_B)^j}{j!} \cdot \frac{1}{2^{\frac{p}{2}+j}\Gamma(\frac{p}{2}+j)} \int_0^{BKAsin} y^{\frac{p}{2}+j-1} e^{-\frac{y}{2}} dy} \quad \dots(2.14)$$

Salah satu cara untuk menentukan pareto optimal adalah dengan menggunakan Algoritme genetika *Multi-Objective NSGA II (Non-dominated sorting Genetic algorithm II)* yang merupakan Algoritme genetika yang sangat populer yang digunakan pada permasalahan multi-objek. NSGA-II merupakan versi yang dimodifikasi dan dikembangkan, dimana lebih baik dalam *sorting algorithm* yang disertai dengan *elitism* dan tidak membutuhkan proiritas pembagian parameter yang harus dipilih. (Deb dan Meyarivan,2002). Secara singkat langkah-langkah dari NSGA II dapat dijelaskan sebagai berikut:

1. Inisialisasi Populasi
 Pada tahap awal Algoritme, pertama yang dilakukan adalah membangkitkan secara acak sebuah populasi yang berisi sejumlah kromosom. Inisialisasi populasi ini akan direpresentasikan dalam gen-gen yang bernilai real. Populasi yang telah dibangkitkan kemudian diurutkan berdasarkan *non-domination*.
2. Non-Dominated Sort
 Kumpulan dari *non-dominated solution set* akan dipetakan dalam Pareto Optimal Front.
3. Crowding Distance
 Setelah pengurutan *non-dominated* selesai dilakukan, kemudian langkah berikutnya

adalah menghitung crowding distance. Perhitungan nilai crowding distance ini hanya dilakukan pada sepanjang nilai front yang sama.

4. Seleksi

Ketika pengurutan berdasarkan *non-domination* dan nilai *crowding distance* selesai dilakukan, maka semua individu diseleksi dengan menggunakan *binary tournament selection*. Terdapat dua kriteria dalam seleksi yaitu:

 - a) Non-domination rank.

Jika terdapat solusi dengan nilai rank yang berbeda maka solusi yang terpilih adalah solusi dengan nilai rank terkecil.
 - b) Crowding distance

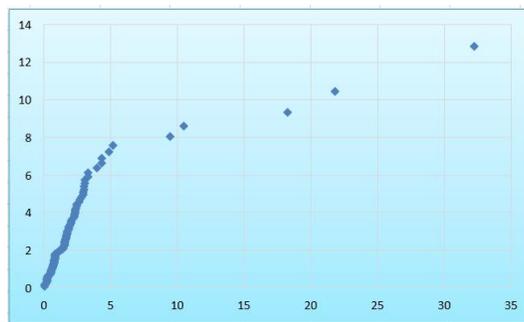
Jika terdapat solusi dengan nilai rank yang sama maka solusi yang terpilih adalah solusi dengan nilai *crowding distance* terbesar.
5. Crossover

Rekombinasi untuk representasi real bisa dilakukan dengan dua cara yaitu, *discreate* dan *intermediate crossover*. *Intermediate crossover* adalah rekombinasi yang paling umum digunakan.
6. Mutasi

Mutasi merupakan proses pergantian suatu gen dalam individu dengan menggunakan probabilitas mutasi. Mutasi yang digunakan adalah *swap mutation*. *Swap mutation* dilakukan dengan menentukan jumlah kromosom yang akan mengalami mutasi dalam satu populasi melalui parameter mutation rate (pm) dimana proses mutasi dilakukan dengan cara menukar gen yang telah dipilih secara acak dengan gen sesudahnya.

3. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Berikut adalah hasil *scatter plot* antara nilai d_i^2 dengan nilai $\chi^2_{(p;p_i)}$ untuk pengujian asumsi distribusi normal multivariat.



Gambar 2. Scatter Plot nilai d_i^2 Vs $\chi^2_{(p;p_i)}$

Dapat dilihat dari Gambar 2 bahwa plot dari setiap titik berada disekitar garis lurus dan juga setelah melakukan perbandingan nilai d_i^2 dan $\chi^2_{(p;p_i)}$ terdapat 95% nilai d_i^2 kurang dari nilai $\chi^2_{(p;p_i)}$ maka hal tersebut menunjukkan jika data ini berdistribusi normal multivariat sehingga dalam pengendalian proses nya dapat menggunakan diagram kendali multivariat.

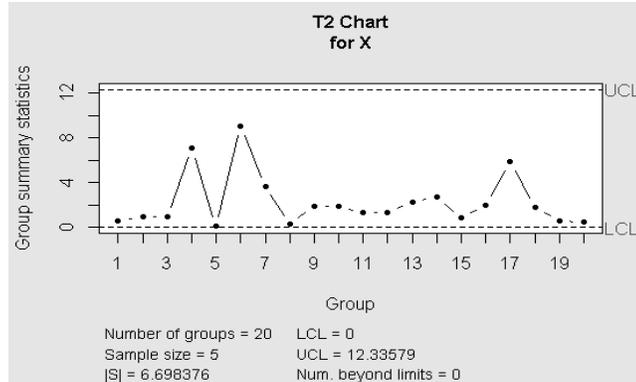
Setelah melakukan pengujian asumsi selanjutnya yaitu menghitung nilai T_i^2 yang tersaji pada tabel dibawah ini :

Tabel 1. Nilai T_i^2

No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T_i^2	0.599	0.98221	0.9822	7.0586	0.1127	9.05582	3.63547	0.3249	1.9139	1.8559
No	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

T_i^2	1.3079	1.3241	2.2956	2.6767	0.8446	1.97617	5.86712	1.8317	0.56309	0.5068
---------	--------	--------	--------	--------	--------	---------	---------	--------	---------	--------

Nilai-nilai T_i^2 tersebut diplot dan menghitung nilai batas atas untuk diagram kendali T² Hotelling sehingga digram kendali T² Hotelling dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3. Diagram Kendali T² Hotelling

Dari gambar tersebut dapat ditarik kesimpulan bahwa proses produksi gulungan benang menurut diagram kendali T² Hotelling berada dalam proses terkendali atau *in control*.

Selain menggunakan diagram kendali T² Hotelling, proses pengendalian produksi benang ini akan diukur menggunakan diagram kendali T² Hotelling Sintetik karena diagram kendali tersebut lebih baik dalam mendeteksi pergeseran vektor rata-rata yang kecil, namun untuk membangun diagram tersebut harus melakukan optimasi multi-objek dengan pendekatan Optimal Pareto yang di cari menggunakan metode NSGA-II.

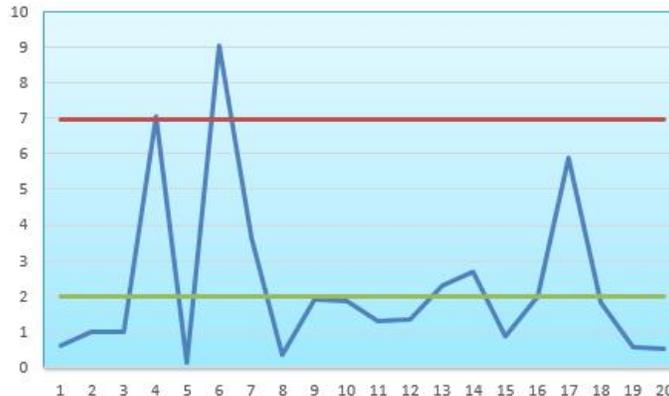
Pada kasus multi-objek penelitian ini fungsi objektif nya terdapat pada Persamaan 2.13 dan Persamaan 2.14 ,dengan menggunakan pergeseran daerah *in control* $d=0$ sampai dengan $d=A=0.10$ serta untuk nilai pergeseran *out of control* dicobakan dengan 2 nilai yaitu $d=B=1.00$ dan $d=B=1.5$ sehingga hasil optimal pareto dari nilai-nilai tersebut dipilih salah satu untuk dijadikan solusi yang terdapat pada Tabel 2.

Tabel 2. Perbandingan Nilai Optimal

No	d=B	Z_1	Z_2	L_{sin}	BK_{Asin}	ARL(0)	ARL(A)	ARL(B)
1	1	120.199	2.40308	3	7.06671	84.00287	36.19619	2.40308
2	1.5	126.123	1.57974	2	6.98528	88.0121	38.1111	1.57974

Dari tabel tersebut dapat dilihat nilai ARL *in control* yaitu ARL(0) dan ARL(A) sedangkan ARL *out of control* ARL(B). Pemilihan nilai-nilai optimal tersebut diambil dari masing-masing himpunan optimal Pareto dimana tidak akan ada solusi yang saling mendominasi sehingga dikatakan solusi tersebut *non-dominated solution*. Dari kedua nilai optimal masing-masing $d=B$ dengan menggunakan pergeseran *in control* $d=0$ sampai dengan $d=A=0.10$, penulis mengambil solusi dari $d=B=1.5$ karena dibandingkan dengan nilai dari $d=B=1$ ARL *in control* nya lebih besar dan ARL *out of control* nya lebih kecil , sehingga didapatkan nilai L_{sin} sebesar 2 dan nilai $BK_{Asin}=6.98528$.

Setelah melakukan optimasi untuk mendapatkan batas atas dan batas bawah , selanjutnya dapat menggambarkan diagram kendali T² Hotelling Sintetik seperti pada gambar dibawah ini .



Gambar 4. Diagram Kendali T² Hotelling Sintetik

Berdasarkan Gambar 4 dapat dilihat bahwa pada pengamatan ke-4 diklasifikasikan sebagai sampel *non-conforming* karena nilai $T_4^2 > BK_{Asin}$ atau 7.058634 lebih besar dari 6.98528 sehingga dilakukan pengecekan nilai CRL, dimana didapatkan $\overline{CRL}_1 = 4$ yang menandakan bahwa pengamatan ke-4 berada dalam keadaan *in control* karena nilai $\overline{CRL}_1 = 4$ lebih besar dari nilai $L_{sin}=2$. Selanjutnya sampel yang termasuk dalam sampel *non-conforming* yaitu pengamatan ke-6 sehingga dilakukan pengecekan nilai CRL, dimana didapatkan $\overline{CRL}_2 = 2$ yang mendandakan bahwa pengamatan ke-6 berada dalam keadaan *out of control* karena $\overline{CRL}_2 = 2$ lebih kecil atau sama dengan dari nilai $L_{sin} = 2$. Hal ini menunjukkan bahwa pada diagram kendali T² Hotelling Sintetik telah terjadi pergeseran vektor rata-rata pada pengamatan ke-6, sedangkan menurut diagram kendali T² Hotelling tidak terdapat pergeseran vektor rata-rata.

4. Kesimpulan

Terdapat beberapa kesimpulan yang didapatkan pada penelitian ini, yaitu :

1. Solusi dari optimasi multi-objek dengan pendekatan optimal pareto didapatkan dengan menggunakan metode NSGA-II dengan Persamaan 2.13 dan Persamaan 2.14 sebagai fungsi objektif. Dimana hasil dari optimasi tersebut akan berupa himpunan nilai penyelesaian yang mendekati optimal pareto sehingga pengguna harus memilih salah satu dari himpunan tersebut untuk dijadikan solusi dengan mempertimbangkan tujuan dari permasalahan tersebut. Untuk penelitian ini dipilih solusi dengan pendekatan optimal pareto dengan nilai BK_{Asin} 6.98528 dan L_{sin} sebesar 2, untuk dijadikan batas kendali diagram kendali T² Hotelling Sintetik dengan parameter *in control* dalam interval kecil.
2. Hasil implementasi diagram kendali T² Hotelling Sintetik yang dibangun dengan optimasi multi-objek dan menggunakan parameter *in control* dalam interval kecil pada data produksi benang PT. World Yamatex Spinning Milis II menunjukkan bahwa dengan menggunakan diagram kendali ini pengamatan ke-4 merupakan pengamatan yang *non-conforming* dan pengamatan ke-6 merupakan pengamatan *out of control* sehingga dapat disimpulkan bahwa telah terjadi pergeseran pada pengamatan ke-6, sedangkan menurut diagram kendali T² Hotelling seluruh pengamatan berada dalam proses terkendali, hal ini menunjukkan bahwa diagram kendali T² Hotelling Sintetik yang dibangun ini lebih cepat dalam mendeteksi pergeseran vektor rata-rata.

5. Saran

1. Dalam penelitian ini penulis tidak memperhatikan satuan dari setiap variabel untuk menggunakan diagram kendali T² Hotelling Sintetik, sehingga disarankan untuk

penelitian serupa selanjutnya untuk memperhatikan satuan dari setiap variabel untuk mendapatkan hasil yang lebih baik.

2. Untuk PT. World Yamatex Spinning Milis II diharapkan lebih memperhatikan kembali kualitas dari gulungan benang yang dihasilkan karena setelah diuji menggunakan diagram kendali T² Hotelling Sintetik masih terdapat yang berada di luar batas kenadli atau *out of control*
3. Diagram kendali T² Hotelling Sintetik ini lebih cepat dalam mendeteksi pergeseran vektor rata-rata maka dapat direkomendasikan untuk digunakan oleh perusahaan obat-obatan dan juga makanan/minuman karena produk-produk tersebut memberikan efek secara langsung kepada tubuh manusia sehingga produk-produk tersebut harus memiliki kualitas yang sangat baik.

Daftar Pustaka

- [1] Aditama, Darmawan. (2017). *Evolusi Dinamis Perilaku Non-Player Character Pada Game Space Shooter Menggunakan NSGA-II*. Surabaya. Tesis tidak dipublikasikan. Program Magister, Program Studi Teknik Elektro, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [2] Aparisi, Francisco and Marco, A de Luna (2007). The Synthetic Control Chart and its Multi-Objective Optimization. *Engineering and Technology* 11, 225-228.
- [3] Bourke, P. D. (1991). Detecting a Shift in Fraction Nonconforming Using Run Length Control Charts with 100% Inspection. *J. Qual. Technol.* **23**(3), 225-238.
- [4] Chen, F. L & Huang, H. J. (2005). A Synthetic Control Chart for Detecting Small Shifts in the Process Mean. *Journal of Computers & Industrial Engineering* **49**(2).221-240.
- [5] Deb, K. (2001). *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. New York : John Wiley and Sons.
- [6] Deb, K, Pratap, A, Argawal , S, & Meyarivan, T. (2002). A fast elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II, *IEEE Trans Evol Comput*, 182-97.
- [7] Isnaeni, Sherly. (2015). Penerapan Algoritme Genetika Multi-Objective NSGA-II Pada Optimasi Portofolio Saham. *Journal Of Engineering Proceeding* .**2**(2), 6841-6850.
- [8] Johnson, Richard. Dean Wichern. (2007). *Applied Multivariate Statistical Analysis, 5th ed.* New Jersey: Prentice Hall.
- [9] Montgomery, D.C.(2005). *Introduction to Statistical Quality Control. 5th ed.* New York : John Wiley and Sons.
- [10] Montgomery, Douglas C.(1990). *Pengantar Pengendalian Kualitas Statistik*. Yogyakarta : Gajahmada University Press
- [11] V.B.Ghute & D.T. Shirke (2008): A Multivariate Synthetic Control Chart for Monitoring Process Mean Vektor. *Communications in Statistic-Theory and Methods* ,**37**:13, 2136-2148.
- [12] Woodall, W. H.(1985). The Statistical Design of Quality Control Charts. *Journal of the Statistician* 34, 647-657.