

Diagram Kendali Generalized Variance Generalized Variance Control Diagram

¹Muhammad Wisnu Prasetya, ²Siti Sunendiari

^{1,2}*Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung,
Jl. Tamansari No.1 Bandung 40116
e-mail:¹mwisnuprastia@gmail.com*

Abstract. In statistics how to control quality can be done using a control diagram. The use of control diagrams depends on the number of variables observed. If the variable is only one, then univariate control diagrams are used, but if the variables are more than one, multivariate control diagrams are used. A multivariate control diagram is a diagram that controls variables that correlate together to influence a process. The assumption that must be fulfilled in a multivariate control diagram is that the data must follow a multivariate normal distribution. One of the multivariate control diagrams is the multivariate Generalized variance control diagram. Generalized variance control diagrams are used to monitor the variability of the production process simultaneously. In this thesis will discuss the Generalized Variance control diagram using secondary data from Agus Heryandri (1997) thesis in the production process of making Plywood on the Ketapang Indah Plywood P. Pontianak Industry. The results of monitoring the variability of the Plywood production process are out of control.

Keywords: Multivariate normal distribution, process variability, Generalized Variance control diagram.

Abstrak. Dalam statistika cara mengendalikan kualitas bisa dilakukan dengan menggunakan diagram kendali. Penggunaan diagram kendali tergantung dari banyaknya variabel yang diamati. Apabila variabelnya hanya satu maka digunakan diagram kendali univariat, tetapi jika variabelnya lebih dari satu maka digunakan diagram kendali multivariat. Diagram kendali multivariat merupakan diagram yang mengendalikan variabel yang saling berkorelasi secara bersama-sama mempengaruhi suatu proses. Asumsi yang harus terpenuhi dalam diagram kendali multivariat adalah data harus mengikuti distribusi normal multivariat. Salah satu diagram kendali multivariat yaitu diagram kendali multivariat *Generalized variance*. Diagram kendali *Generalized variance* digunakan untuk memantau variabilitas proses produksi secara simultan. Dalam skripsi ini akan membahas diagram kendali *Generalized Variance* dengan menggunakan data sekunder dari skripsi Agus Heryandri (1997) pada proses produksi pembuatan *Plywood* di P.T Ketapang Indah *Plywood* Industri Pontianak. Hasil dari pemantauan variabilitas proses produksi *Plywood* tidak terkendali.

Kata Kunci: Distribusi normal multivariat, Variabilitas Proses, Diagram Kendali *Generalized Variance*.

A. Pendahuluan

Pertumbuhan teknologi yang sangat pesat di Indonesia menyebabkan daya persaingan perusahaan yang semakin ketat dalam menghasilkan suatu produk. Perusahaan dituntut untuk memiliki suatu inovasi pada produk yang dihasilkan agar dapat diterima oleh konsumen dan untuk mengetahui bahwa produk yang dihasilkan perusahaan berkualitas serta sesuai dengan standarisasi yang telah ditetapkan. Oleh karena itu suatu

perusahaan harus melakukan upaya agar produk yang dihasilkan berkualitas. Menurut para ahli, kualitas adalah keseluruhan ciri dan karakteristik produk yang kemampuannya dapat memuaskan kebutuhan konsumen. Salah satu upaya yang dapat dilakukan oleh perusahaan adalah harus menghasilkan produk yang berkualitas, sehingga dibutuhkan pemantauan hasil produksi dan penjagaan kualitas produk secara terus menerus.

Menurut Montgomery (2001) metode statistika dapat membantu suatu perusahaan dalam pemantauan proses produksi agar kualitas produk yang dihasilkan sesuai dengan kualitas yang telah ditetapkan. Metode tersebut adalah *Statistical Process Control* (SPC). Dalam teori SPC, kondisi diluar kendali biasanya disebabkan oleh faktor penyebab yang telah diketahui pasti (*random cause*) seperti emosi para

karyawan pabrik, atau juga dikarenakan oleh sebab khusus (*special cause*) seperti perubahan bahan baku yang dilakukan secara mendadak, degradasi atau penyalahgunaan mesin, penggantian operator mesin, perubahan musim, dan lain-lain.

Diagram kendali adalah sebuah grafik yang memberi gambaran secara visual tentang perilaku sebuah proses. Diagram kendali ini digunakan untuk memahami apakah sebuah proses manufaktur atau proses bisnis berjalan dalam kondisi yang terkendali atau tidak terkendali. Jika kondisi tidak terkendali ini terjadi, maka proses produksi biasanya dihentikan untuk mencegah adanya produk yang tidak sesuai dengan kualitas yang seharusnya. Selanjutnya pihak atau perusahaan terkait akan melakukan penyelidikan untuk mencari informasi terkait penyebab proses yang tidak terkendali.

Penggunaan diagram kendali tergantung dari banyaknya variabel yang diamati. Apabila variabelnya hanya satu maka digunakan diagram kendali univariat, tetapi jika variabelnya lebih dari satu maka digunakan diagram kendali multivariat. Dalam skripsi ini akan melibatkan data lebih dari dua variabel maka diagram kendali yang digunakan adalah diagram kendali multivariat. Diagram kendali multivariat merupakan diagram yang mengendalikan variabel yang

berkorelasi atau dependen secara bersama-sama mempengaruhi suatu proses. Salah satu diagram kendali multivariat yaitu diagram kendali multivariat *Generalized variance*. Asumsi yang harus terpenuhi dalam diagram kendali multivariat adalah data harus mengikuti distribusi normal multivariat.

Diagram kendali *generalized variance* ($|S|$) merupakan salah satu alat yang digunakan untuk pengukuran variabilitas proses dimana data pengamatan bersifat multivariat. Variabilitas proses dinyatakan sebagai matriks kovarian Σ berukuran $p \times p$. Diagonal utama dari matriks ini adalah variasi dari variabel proses secara individual dan nilai selain diagonal utama adalah kovarian. Matriks kovarian Σ ditaksir oleh matriks kovarian sampel S .

Menurut Hamed (2014) sebelumnya sudah ada 3 metode yang digunakan untuk diagram kendali, yaitu metode pertama untuk mengendalikan matriks kovarian dalam aturan multivariat, metode yang ke dua untuk mengendalikan parameter pada matriks korelasi dan metode yang ke tiga hanya fokus pada penggunaan determinan dari matriks varians kovarian. Dalam skripsi ini akan menggunakan metode ke tiga dalam mengukur proses produksi pembuatan *Plywood* di P.T. Ketapang Indah *Plywood* Industri Pontianak. Selanjutnya akan dilakukan analisis apakah proses terkendali atau tidak terkendali dengan menggunakan diagram kendali *Generalized variance*. Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka perumusan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Apakah variabilitas proses produksi Plywood terkendali atau tidak terkendali?
2. Bagaimana penerapan diagram kendali *Generalized variance*?

B. Landasan Teori

Diagram Kendali

Menurut Wheeler (2000) diagram kendali adalah sebuah grafik yang memberi gambaran secara visual tentang perilaku sebuah proses. Diagram kendali ini digunakan untuk memahami apakah sebuah proses manufaktur atau proses bisnis berjalan dalam kondisi yang terkendali atau tidak terkendali. Diagram kendali pertama kali diperkenalkan oleh Walter A. Shewhart pada 1920 saat bekerja di Bell Labs. Diagram kendali yang digunakan Walter A. Shewhart untuk memberikan petunjuk-petunjuk dasar dalam mengambil tindakan yang diperlukan agar proses atau aktivitas berada dalam keadaan yang diinginkan.

Menurut Muchlis (2009) Diagram kendali merupakan diagram yang dihasilkan pada sistem kartesius dengan sumbu datar menyatakan periode dan sumbu tegak menyatakan karakteristik mutu. Garis Pusat (GP) digambarkan sejajar dengan sumbu datar beserta sepasang batas kontrol. Batas kontrol yang berada di atas garis pusat disebut Batas Kendali Atas (BKA) dan batas yang berada di bawah garis pusat disebut Batas Kendali Bawah (BKB).

Distribusi Normal Multivariat

Distribusi multivariat normal merupakan suatu distribusi yang diperoleh dari perluasan distribusi normal univariat, dimana perbedaannya dilihat dari dimensinya. Pada univariat, dimensi yang digunakan adalah 1 ($p=1$), sedangkan untuk bivariat, dimensi yang digunakan adalah 2 atau ($p=2$) dan untuk multivariat dimensi yang digunakan lebih dari 2 ($p>2$).

Dalam pengendalian kualitas statistik univariat, umumnya menggunakan distribusi normal untuk

menggambarkan perilaku karakteristik kualitas. Berikut fungsi densitas normal univariat (Sunendiari, 2010):

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma}\right)^2}; \begin{cases} -\infty < \bar{x} < \infty \\ -\infty < \mu < \infty \\ \sigma > 0 \end{cases} \dots (2.1)$$

Diagram Kendali Generalized Variance

Diagram kontrol multivariat juga merupakan alat visual yang kuat dan sederhana untuk menentukan apakah proses multivariat didalam kendali atau diluar kendali. Dengan kata lain, diagram kendali *Generalized Variance* dapat membantu kita untuk menentukan apakah variabilitas proses beroperasi pada keadaan terkendali atau tidak.

Menurut Montgomery (2001) diagram kendali *Generalized Varians* digunakan untuk memantau pengendalian terhadap varians. Varians proses dituliskan ke dalam matriks varians kovarians Σ yang berukuran $p \times p$. Elemen diagonal utama dari matriks ini merupakan varians masing-masing variabel, sedangkan yang bukan termasuk elemen diagonal utama merupakan kovariansnya.

$$S = \begin{pmatrix} S_1^2 & S_{12} & S_{13} & \dots & S_{1p} \\ S_{21} & S_2^2 & S_{23} & \dots & S_{2p} \\ & & \vdots & & \\ & & & \ddots & \\ S_{p1} & S_{p2} & S_{p3} & \dots & S_p^2 \end{pmatrix} \dots (2.2)$$

Dimana S_i^2 adalah varians diagonal utama atau matriks varians kovarians, sedangkan S_{ij} adalah kovarians dari matriks varians kovarians. Menurut (Khuo, 2003) diagram kendali ini didasarkan pada varians sampel yang tergeneralisasi yang merupakan determinan dari matriks kovarians sampel yang digunakan determinan dari matriks

kovarians sampel yang digunakan untuk mengukur dispersi secara multivariat. Nilai determinan tersebut dapat ditulis dengan $|S|$. Dapat digunakan *mean* dan varians dari $|S|$, yaitu *mean* adalah $E(|S|)$ dan varians adalah $V(|S|)$ dan dituliskan dalam persamaan. Dimana:

$$E(|S|) = b_1|S| \quad \dots(2.3)$$

$$V(|S|) = |\Sigma|^2 b_2.$$

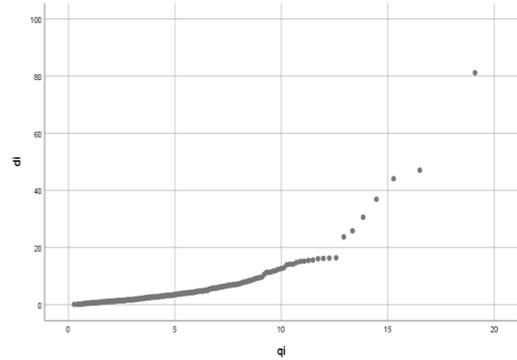
Dimana;

$$b_1 = \frac{1}{(n-1)^p} \prod_{i=1}^p (n-i) \quad \dots(2.4)$$

$$b_2 = \frac{1}{(n-1)^{2p}} \prod_{i=1}^p (n-i) \left[\prod_{j=1}^p (n-j+2) - \prod_{j=1}^p (n-j) \right] \quad \dots(2.5)$$

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan
Pemeriksaan Distribusi Normal Multivariat

Dalam pemeriksaan normal multivariat dapat dilakukan dengan secara visual dan membandingkan nilai signifikan dengan α . Dengan secara visual dapat melihat pola sebaran titik pada *scatter plot* antar nilai d_i^2 dengan nilai q_i . Plot pengujian normal multivariat dengan menggunakan *software SPSS* dapat disajikan pada gambar 1.



Gambar 1. Pengujian Normal Multivariat

Berdasarkan Gambar 1 menunjukkan bahwa data tersebut berdistribusi normal multivariat karena pencaran titik-titiknya cenderung membentuk garis lurus dan lebih dari 50% nilai $d_i^2 \leq$ nilai q_i . Selanjutnya membandingkan nilai signifikan dengan nilai α . Dengan menggunakan *software SPSS* diperoleh *output* pada lampiran 2. Nilai koefisien korelasi yang diperoleh sebesar 0.835 dan nilai signifikan sebesar 0.000. karena nilai koefisien korelasi sebesar 0.835 ini menunjukkan korelasi yang sangat tinggi antar nilai d_i^2 dan nilai q_i . sedangkan α ditetapkan sebesar 0.05, karena nilai signifikan $< \alpha$, maka terdapat korelasi yang signifikan atau data berasal dari sampel yang berdistribusi normal multivariat.

Diagram Kendali Generalized Variance

Setelah asumsi distribusi normal multivariat terpenuhi, selanjutnya dilakukan diagram kendali *generalized variance*. Diagram kendali *generalized variance* dilakukan untuk melakukan pengendalian terhadap varians. Varians proses dapat dituliskan kedalam matriks varians kovarians S yang berukuran $p \times p$. Dari data hasil proses produksi pembuatan *Plywood* di P.T Ketapang Indah *Plywood* Industri Pontianak, didapatkan matriks varians kovarians

sebagai berikut:

$$= \begin{pmatrix} 0.0354 & 0.0132 & 0.0025 & 0.0177 & 0.0068 & 0.0047 \\ 0.0132 & 0.0315 & 0.0101 & 0.0081 & 0.0111 & 0.0087 \\ 0.0025 & 0.0101 & 0.0368 & -0.0008 & 0.0011 & 0.0166 \\ 0.0177 & 0.0081 & -0.0008 & 0.0456 & 0.0168 & 0.0094 \\ 0.0068 & 0.0111 & 0.0011 & 0.0168 & 0.0292 & 0.0084 \\ 0.0047 & 0.0087 & 0.0166 & 0.0094 & 0.0084 & 0.0339 \end{pmatrix}$$

Dimana determinan matriks varians kovarians atau $|S|$ sebesar 0.00000000055596

Diagram kendali *generalized variance* ini dibuat berdasarkan varians sampel yang tergeneralisasi yang merupakan determinan dari matriks varians kovarians sampel yang digunakan untuk mengukur dispersi multivariat. Diperoleh hasil perhitungan manual varians yang tergeneralisasi dengan bantuan *software Excel* yang disajikan pada Tabel 1 berikut:

Tabel 1. Nilai Varians Tergeneralisasi

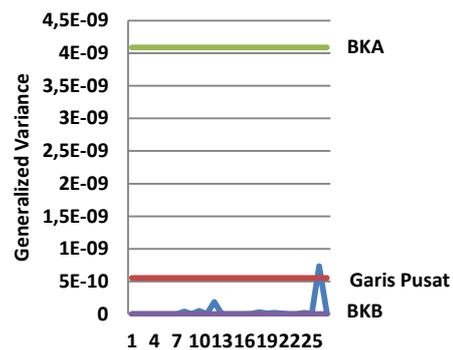
Subgro up	Varians Tergeneralisasi	Nilai
1	GV_1	4.554×10^{-14}
2	GV_2	2.53×10^{-12}
3	GV_3	3.73×10^{-12}
4	GV_4	9.88×10^{-13}
.	.	.
.	.	.
27	GV_{27}	1.76×10^{-11}

Setelah mencari nilai GV_i , maka selanjutnya mencari nilai batas spesifikasi diagram kendali *Generalized Variance* dengan memperoleh nilai b_1 sebesar 0.1138 dan nilai b_2 sebesar 0.058. Diperoleh Tabel 4.2 Batas Spesifikasi

Tabel 2 Batas Spesifikasi

Batas Spesifikasi	Nilai
BKA	4.09×10^{-9}
Garis Pusat	5.56×10^{-10}
BKB	0

Diagram Kendali *Generalized Variance*



Gambar 2. Diagram Kendali *Generalized Variance*

Dengan memiliki nilai BKA sebesar 4.09×10^{-9} , nilai garis pusat sebesar 5.56×10^{-10} dan nilai BKB sebesar 0, secara visual tidak ada pengamatan yang diluar kendali atau melewati nilai BKA, akan tetapi hampir semua pengamatan berada pada satu sisi yang sama. Maka dapat disimpulkan bahwa data hasil proses produksi pembuatan *Plywood* di P.T. Ketapang Indah *Plywood* Industri Pontianak tidak terkendali.

D. Kesimpulan

Berdasarkan pengujian data proses produksi *Plywood* dengan menggunakan diagram kendali *Generalized Variance* menunjukkan bahwa proses produksi secara variabilitas tersebut tidak terkendali, karena melanggar asumsi diagram kendali *shewart* yaitu penyebaran titik *Generalized Varians* berada pada satu sisi yang sama. Sedangkan untuk penerapan diagram kendali *Generalized Variance*, data yang

digunakan harus memenuhi asumsi distribusi normal multivariat. Jika data tidak mengikuti distribusi normal multivariat dapat diatasi dengan transformasi data dengan menggunakan $\log(x)$, $\ln(x)$, \sqrt{x} , $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{x^2}$, dan x^2 . Setelah asumsi data tersebut terpenuhi maka diagram kendali *Generalized Variance* sudah bisa dilakukan.

E. Saran

1. Proses produksi Plywood dengan menggunakan diagram kendali *Generalized Variance* menunjukkan proses produksi secara variabilitas tersebut tidak terkendali, sehingga perlu melakukan proses lagi dengan menggunakan diagram kendali T^2 Hotelling untuk mengetahui sampel mana yang menyebabkan proses produksi tersebut tidak terkendali.
2. Bagi penulis yang lain ingin menggunakan metode diagram kendali *Generalized Variance* sebaiknya harus dilanjutkan dengan metode diagram kendali T^2 Hotelling untuk mengetahui variabel yang terkendali.

Daftar Pustaka

- Arkhiatul Umamy, Ayu (2017), *Bagan Kendali Multivariat Minimax*, Universitas Islam Bandung, Bandung.
- C. Fuchs and R.S. Kenett (1998), *Multivariate Quality Control Theory and Applications*, Marcel Dekker, Inc., New York.
- D.C.Montgomery (2001), *Introduction to Statistical Quality Control*, 4th ed. New York.
- Hamed, M. S (2014), *Generalized Variance Chart for Multivariat Quality Control Process Prosedur with Application*, Benha, University, Egypt
- Heryandri Agus (1997), *Pengendalian Kualitas Produk dengan Menerapkan House Quality Berdasarkan Kegiatan Proses Produksi Pembuatan Plywood di P.T Ketapang Indah Plywood Industri Pontianak*, Universitas Islam Bandung, Bandung.
- Johnson, R. A., & Wichern, D. W. (2007). *Applied Multivariate Statistical Analysis*. New Jersey
- Khoo, M. B. C, & Quah, S. H, (2003), *Multivariate Control Chart For Process Dispersion Based on Individual Observations*, Quality Engineering.
- Muchlis, D. 2010. *Pengendalian Kualitas Statistika*, Pustaka Ceria. Bandung.
- Oktapiana, Nana (2017), *Penggunaan Analisis Komponen Utama (AKU) Untuk Membuat Indeks Lingkungan Dalam Mengukur Tingkat Kesejahteraan*, Universitas Islam Bandung, Bandung.
- Sunendiari, Siti (2010), *Statistika Matematika*, Ceria Yayasan Pena, Bandung.
- Wheeler, Donald J. (2000). *Understanding Variation*. Knoxville, Tennessee.