

Aplikasi Aliran Maksimum Pada Jaringan Listrik Menggunakan Metode *Ford-Fulkerson*

The Application of Maximum Flow in Electricity Network Using Ford-Fulkerson Method

¹ Intan Neila Rahma, ²Yurika Permanasar, ³Respitawulan

^{1,2,3}Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Islam Bandung, Jl. Tamansari No.1 Bandung 20116

Email : ¹neilaintan14@gmail.com, ²yurikakoe@gmail.com , ³Respitawulan@gmail.com

Abstract. The maximum flow is aimed to maximize the amount of flow from source to sink which the amount spent in accordance with the amount received. Ford-Fulkerson method will be effectively used in solving problems as in the electricity network, named the amount of electricity in the main substation in accordance with the intended substations without breaking the limits of the maximum capacity of each cable (edge) that connects each substation (vertex). Ford-Fulkerson method has three important components: residual networks obtained by means of reducing capacity with the flow, then the minimum is obtained from the results of the reduction values which will be streamed on the path that has been chosen. Augmenting paths (enhancer lane) found if there is still residual stream flow reduction in the total number of results with the amount of flow at each iteration. Iteration stops when not finding again augmenting path. Cuts will occur if the amount of flow is equal to the amount of capacity. The study case of the electricity network transports 1850 Ampere from substation S to substation T which passes through 13 substations, which is distributed in 7 different paths with the number of streams in each lane : lane 1 flows 30 Ampere, lane 2 flows 30 Ampere, lane 3 flows 35 Ampere, line 4 flows 15 Ampere, line 5 flows 15 Ampere, line 6 flows 30 Ampere, line 7 flows 30 Ampere. The obtained maximum flow has 4 cuts at the edge which means that the cable has maximum capacity so that it cannot be flowed anymore.

Keywords: maximum flow, Ford-Fulkerson, residual networks, augmenting paths, cut, electricity networks

Abstrak. Aliran maksimum bertujuan memaksimalkan jumlah aliran dari source ke sink yaitu jumlah yang dikeluarkan sesuai dengan jumlah yang diterima. Metode Ford-Fulkerson akan efektif digunakan dalam pemecahan masalah aliran maksimum seperti pada jaringan listrik yaitu jumlah aliran listrik di gardu induk sesuai dengan gardu yang dituju tanpa melanggar batas kapasitas maksimum tiap kabel (*edge*) yang menghubungkan masing-masing gardu (*vertices*). Metode Ford-Fulkerson memiliki tiga komponen penting residual networks (sisa jaringan) diperoleh dengan cara mengurangi kapasitas dengan aliran, kemudian didapatkan minimum dari hasil pengurangan yang menjadi nilai yang akan dialirkan pada jalur yang telah dipilih, augmenting paths (penambah jalur) ditemukan jika masih terdapat sisa aliran hasil pengurangan jumlah total aliran dengan jumlah aliran pada setiap iterasi. Iterasi akan berhenti apabila tidak ditemukan lagi *augmenting path*. *Cuts* (pemotongan) akan terjadi apabila jumlah aliran sama dengan jumlah kapasitas. Dari contoh kasus jaringan listrik sebanyak 1850 Amper dari gardu induk S ke gardu T yang melewati 13 gardu, didistribusikan dengan 7 jalur berbeda dengan jumlah aliran pada masing-masing jalur yaitu pada jalur 1 mengalirkan 30 Ampere, jalur 2 mengalirkan 30 Amper, jalur 3 mengalirkan 35 Amper, jalur 4 mengalirkan, 15 Amper jalur 5 mengalirkan 15 Amper, jalur 6 mengalirkan 30 Amper, jalur 7 mengalirkan 30 Amper. Aliran maksimum yang diperoleh memiliki 4 buah cuts pada edgenya yang berarti bahwa kabel tersebut memiliki kapasitas yang sudah maksimum sehingga tidak dapat dialiri lagi.

Kata Kunci : Aliran Maksimum, *Ford-Fulkerson*, *Residual Network*, *Augmenting Paths*, *Cut*, Jaringan listrik.

A. Pendahuluan

Aliran maksimum adalah jaringan terhubung dan terarah yang berawal dari source ke sink. Aliran yang melalui sebuah edge hanya diizinkan pada arah yang ditunjukkan oleh mata panah, dengan jumlah maksimum aliran yang diberikan oleh kapasitas busur tersebut. Aliran maksimum bertujuan memaksimalkan total jumlah aliran dari source ke sink, yaitu apa yang di keluarkan sesuai dengan yang diterima. Dalam pemecahan masalah aliran maksimum ada beberapa metode yang dapat digunakan salah satunya yaitu metode Ford-Fulkerson. (Hillier, Liberman, 2008).

Metode Ford-Fulkerson dapat di aplikasikan pada beberapa masalah seperti saluran air, transportasi, dan jaringan listrik. Jaringan listrik adalah penggunaan sirkuit listrik dalam skop yang lebih luas seperti dalam jaringan distribusi pembangkit listrik dari generator pembangkit sampai pada pelanggan listrik di masing-masing rumah dengan masing – masing kapasitas. Aliran arus listrik yang tidak maksimum dapat menyebabkan kerusakan pada perangkat yang menggunakan energi. Jumlah aliran listrik, tidak boleh melebihi kpsitas kabel tersebut. Dengan demikian, masalah aliran arus listrik dapat berhubungan dengan konsep aliran maksimum yaitu menentukan aliran sedemikian sehingga jumlah aliran yang dilakukan setiap waktu menjadi maksimum, tanpa melanggar batas kapasitas maksimum perpindahan pada masing-masing kabel.

B. Landasan Teori

Secara sederhana masalah aliran maksimum dapat dideskripsikan sebagai masalah mencari arus maksimum yang dapat mengalir pada sebuah jaringan yang hanya memiliki sebuah sumber (*source*) dan tujuan (*sink*) (Hiller, 2008). Persoalan yang muncul dalam jaringan adalah menentukan aliran sedemikian sehingga jumlah total aliran yang dilakukan setiap waktu menjadi maksimum, tanpa melanggar batas kapasitas maksimum pada masing-masing *edge*. Dalam hal ini data yang diajukan dalam persoalan tersebut berupa jumlah aliran pada masing-masing lintasan yang menghubungkan suatu vertex yang lain sesuai dengan kapasitas *edgenya*.

Aliran maksimum dalam *flow network* adalah suatu aliran yang dapat mengalirkan suatu nilai $f(u, v) > 0$ yang dapat dikatakan aliran dari u menuju v . Jika aliran tersebut memenuhi suatu *edge* (u, v) maka $f(u, v) = c(u, v)$. Nilai alirannya adalah $|f| = \sum_{v \in V} f(s, v) = \sum_{v \in V} f(v, t)$. Suatu *flow network* dikatakan maksimum *flow* jika suatu aliran $|f|$ dengan nilai maksimum (Chormen, 1999).

Metode *Ford-Fulkerson* menyelesaikan masalah maksimum *flow* dalam suatu *flow network*. Metode *Ford-Fulkerson* bergantung pada tiga pemikiran yang berhubungan dengan algoritma dan masalah aliran yaitu: *residual networks* (sisa jaringan), *augmenting paths* (penambah jalur), dan *cuts* (pemotongan) untuk *flow network*.

Metode Ford-Fulkerson

Metode *Ford-Fulkerson* adalah metode iterasi yang dimulai dengan $f(u, v) = 0$ untuk setiap $u, v \in V$, untuk mendapatkan aliran awal sama dengan nol. Pada setiap iterasi, nilai alirannya bertambah setiap ditemukannya *augmenting path* (penambah jalur). Secara sederhana, seperti sebuah aliran dari suatu *source* s menuju *sink* t sepanjang lintasan, dan selanjutnya penambahan material sepanjang aliran pada lintasannya. Proses berulang hingga tidak dapat ditemukan *augmenting path* lagi. Langkah-langkah yang harus dilakukan untuk menyelesaikan metode *Ford-Fulkerson* pertama adalah inisialisasi untuk menetapkan suatu label dari graf sebelum digunakan. Setelah didapatkan graf yang memiliki source dan sink, kemudian diberi aliran sehingga dapat ditemukan *augmenting path* untuk iterasi yang pertama.

Tahap berikutnya yaitu iterasi pertama, adalah menghitung *residual network* yang minimum. *Residual network* atau disebut sisa dalam jaringan yaitu nilai kapasitas dikurangi oleh jumlah aliran. Misalnya suatu *flow network* $G = (V, E)$ dengan *source* s dan *sink* t dan f suatu aliran dalam G , dan sepasang $u, v \in V$, penambahan kapasitas aliran dapat mendorong aliran dari *verteks* u ke *verteks* v sebelum melebihi kapasitas $c(u, v)$, sehingga

$$c_f(u, v) = c(u, v) - f(u, v)$$

Dimana $f(u, v)$ sebagai aliran dari *verteks* u menuju *verteks* v dan $c(u, v)$ sebagai kapasitas *edge* dari *verteks* u menuju *verteks* v , *edge* (u, v) dilabelkan oleh $f(u, v)/c(u, v)$ notasi tersebut digunakan untuk menunjukkan aliaran dan kapasitas pada *edge*.

Dalam setiap iterasi dari metode *Ford-Fulkerson* ditemukan beberapa penambahan lintasan atau dapat disebut juga *augmenting path*, maka iterasi berlanjut. Sebaliknya, jika sudah tidak ditemukan lagi *augmenting path*, maka iterasi berhenti. Dalam *Flow network* $G = (V, E)$ dan aliran f , suatu *augmenting path* p adalah lintasan sederhana dari *source* s menuju *sink* t pada *residual network*, setiap *edge* (u, v) dalam *augmenting path* memuat sebuah pertambahan aliran positif dari u menuju v tanpa melebihi kapasitas pada *edge*.

Suatu *cut* (S, T) dari aliran *network* $G = (V, E)$ adalah partisi dari V dengan S dan $T = V - S$ dimana $s \in S$ dan $t \in T$. *Cuts* akan terjadi apabila dalam jalur terdapat aliran yang sudah tidak dapat dialiri lagi.

Contoh Kasus

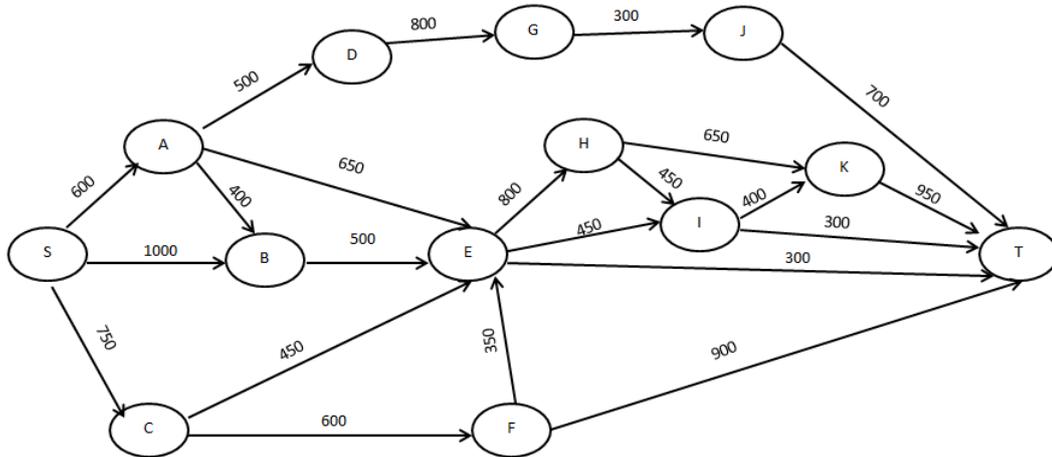
Suatu gardu induk S akan mengalirkan 1850Ampere ke gardu T melewati 13 gardu bagi dengan masing-masing kapasitas kabel antar gardu berbeda sebagai berikut:

Tabel 1. kabel kapasitas

No	Kabel	Kapasitas
1	Gardu S- Gardu A	600 Ampere
2	Gardu S- Gardu B	1000 Ampere
3	Gardu S- Gardu C	750 Ampere
4	Gardu A- Gardu D	500 Ampere
5	Gardu D- Gardu G	800 Ampere
6	Gardu G- Gardu J	300 Ampere
7	Gardu J- Gardu T	700 Ampere
8	Gardu A- Gardu E	650 Ampere
9	Gardu E- Gardu H	800 Ampere
10	Gardu H- Gardu K	650 Ampere
11	Gardu K- Gardu T	950 Ampere
12	Gardu A- Gardu B	400 Ampere
13	Gardu B- Gardu E	500 Ampere
14	Gardu H- Gardu I	450 Ampere
15	Gardu E- Gardu I	450 Ampere
16	Gardu I- Gardu K	400 Ampere
17	Gardu I- Gardu T	300 Ampere
18	Gardu E- Gardu T	300 Ampere
19	Gardu C- Gardu E	450 Ampere
20	Gardu C- Gardu F	600 Ampere
21	Gardu F- Gardu E	350 Ampere
22	Gardu F- Gardu T	900 Ampere

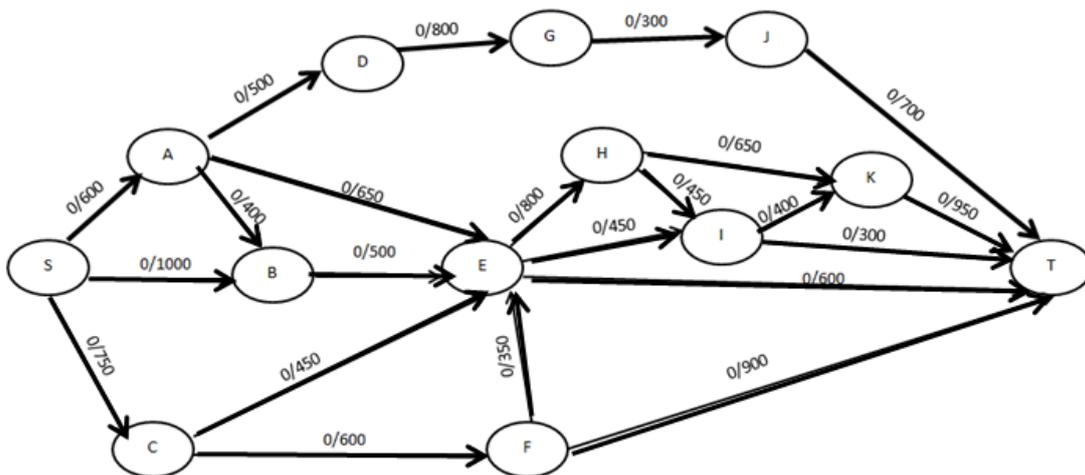
Akan ditunjukkan penggunaan metode *Ford-fulkerson* untuk memaksimalkan arus listrik tersebut.

Langkah pertama adalah membuat graf dari permasalahan agar di implementasikan dalam metode. Dari data yang diketahui dapat dibuat graf sebagai berikut.



Gambar 1. Graf Jaringan Listrik

Inisialisasi



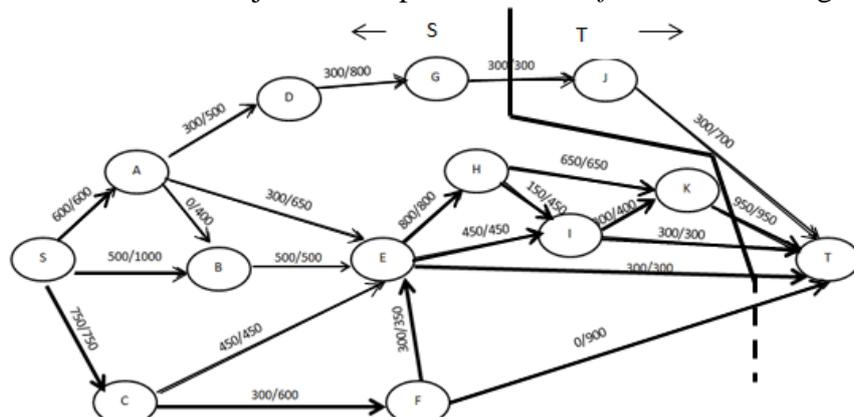
Gambar 2. graf inisialisai

Dari hasil inisialisasi terdapat lintasan p dari S menuju T Lintasan : $S \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow G \rightarrow J \rightarrow T$. Pada iterasi 1 didapatkan minimum kapasitas aliran adalah 300Ampere sehingga didapatkan lintasan : $S \rightarrow A \rightarrow E \rightarrow H \rightarrow K \rightarrow T$. Pada iterasi 2 didapatkan minimum kapasitas aliran adalah 300Ampere sehingga didapatkan lintasan : $S \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow H \rightarrow K \rightarrow T$. Pada iterasi 3 didapatkan minimum kapasitas aliran adalah 350Ampere sehingga didapatkan lintasan : $S \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow H \rightarrow I \rightarrow K \rightarrow T$.

Pada iterasi 4 didapatkan minimum kapasitas aliran adalah 150Ampere

sehingga didapatkan lintasan : $S \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow I \rightarrow K \rightarrow T$. Pada iterasi 5 didapatkan minimum kapasitas aliran adalah 150Ampere sehingga didapatkan lintasan: $S \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow I \rightarrow T$. Pada iterasi 6 mengalirkan 300Ampere sehingga didapatkan lintasan : $S \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow T$ pada iterasi 7 didapatkan minimum kapasitas aliran adalah 300Ampere.

Pada iterasi ke 7 tidak terdapat lintasan p dari S menuju T pada *residual network* sehingga iterasi berhenti dan *flow network* ini menghasilkan *maximum flow* $f(u, v) = 1850$. Untuk menunjukkan *cut* pada *maximum flow* adalah sebagai berikut:



C. Kesimpulan

Konsep aliran maksimum pada jaringan adalah menentukan aliran perpindahan listrik dari gardu induk ke gardu yang lain sedemikian sehingga jumlah pendistribusian yang dilakukan setiap waktu menjadi maksimum tanpa melanggar batas kapasitas maksimum arus listrik pada masing-masing kabel.

Tiga konsep penting Metode *Ford-Fulkerson* yaitu :

1. *Residual network* (sisa jaringan) diperoleh dengan cara mengurangi kapasitas dengan aliran ,kemudian didapatkan minimum dari hasil pengurangan yang menjadi nilai yang akan dialirkan pada jalur yang telah dipilih.
2. *Augmenting paths* (penambah jalur) diperoleh dengan cara mengurangi total aliran dengan jumlah aliran setiap jalur (iterasi), jika hasilnya tidak sama dengan nol, menunjukkan bahwa masih terdapat *augmenting path* sehingga dilakukan iterasi berikutnya, sebaliknya jika total aliran dikurangi jumlah aliran setiap iterasi hasilnya sama dengan nol, maka tidak akan ditemukan *augmenting paths* lagi, sehingga iterasi berhenti.
3. *Cuts* (pemotongan) akan terjadi apabila dalam jalur terdapat aliran yang sudah tidak dapat dialiri lagi. Dengan kata lain, jika nilai aliran sudah sama dengan nilai kapasitas yaitu $f(u, v) = c(u, v)$ maka pada *edge* (kabel) tersebut dilakukan *Cuts*.

Contoh kasus jaringan pendistribusian arus listrik sebesar 1850 Ampere dari gardu induk S ke gardu T dengan melewati 13 gardu bagi, diselesaikan dengan 7 iterasi yang berarti pendistribusian aliran arus listrik memiliki 7 jalur yang berbeda untuk sampai ke gardu T sehingga jumlah arus listrik yang diterima pada T sama dengan jumlah arus listrik yang didistribusikan dari S. Cut yang diperoleh pada aliran maksimum adalah (G, J), (K, T), (I, T), (E, T) yang berarti *edge* atau kabel tersebut memiliki aliran yang sudah maksimum sehingga tidak dapat dialiri lagi.

Daftar Pustaka

- Arus listrik* (Online) (https://id.wikipedia.org/wiki/Arus_listrik, 9 Agustus 2016)
- Cormen, Thomas H., dkk.1990.*Introduction To Algorithm*, second edition.Cambridge, Massachusetts:The MIT Press.
- Hiller, Ferderick S., dan Lieberman Gerald J.,2008.*Introduction To Opratian Reserch (eghth edition)*.Yogyakarta:ANDI.
- Jaringan Distribusi dan Tenaga Listrik* (Online) (<http://repository.usu.ac.id/bitstream/123456789/31916/3/Chapter%20II.pdf>, 9 Agustus 2016)
- Johnsonbaugh, Richard.*Matematika Diskrit (jilid 2)*.
- Munir, Rinaldi.2005.*Matematika Diskrit*.Bandung:Informatika.
- Wibson, Samuel.2008.*Matematika Diskret*.Yogyakarta:Graha Ilmu.