

Optimasi Produksi Sepatu Menggunakan Program Linier *Multi Objective Fuzzy*

Shoe Production Optimization Using Fuzzy Multi Objective Linear Programming

¹Ana Legiani, ²M. Yusuf Fajar, ³Erwin Harahap

^{1,2,3} Prodi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung,
Jl. Tamansari No.1 Bandung 40116

email: ¹analegiani@gmail.com, ²myusuffajar@yahoo.com, ³erwin2h@gmail.com

Abstract. Shoes Industries in Cibaduyut, Bandung are one of the biggest shoes industries in West Java – Indonesia. One of those industries is PD. Gianidha Collection. Generally dominant issues at each business unit is the difficulty in gets capital, labor resources, and optimization of production processes. Optimization of shoes production issue in PD. Gianidha Collection is solved by using fuzzy multi objective linear programming with two objective function which is to maximize profit and to minimize waste cost. Fuzzy multi objective linear programming method is used in order to consider more than one objective function and tolerance obtained during production process under certain conditions. Its completions are by modeling each objective function or constraints using fuzzy set concept. The calculating process is also using simplex method to find the maximum value to create fuzzy membership function. After that, continued by using second phase of simplex method to get the result of the optimization calculating process. The final results of optimization calculation from this case study are 325 pairs of shoes and 850 pairs of sandals should be produced, λ variable value of 0.5 which indicates the degree of membership function of each objective function, the maximum profit are 44,5625 million rupiah and minimum waste cost are 130.625 rupiah.

Keywords: Fuzzy Set, Fuzzy Multi Objective Linear Programming, Simplex Method, Production Optimization

Abstrak. Industri sepatu di daerah Cibaduyut, Bandung merupakan salah satu industri sepatu terbesar yang berada di Jawa Barat – Indonesia. Salah satu industri sepatu di Cibaduyut adalah PD. Gianidha Collection. Secara umum permasalahan yang dominan pada setiap unit usaha yaitu kesulitan dalam mencari modal, sumber daya pekerja, dan keoptimalan proses produksi. Persoalan optimasi produksi sepatu di PD. Gianidha Collection diselesaikan menggunakan program linier *multi objective fuzzy* dengan dua fungsi tujuan yaitu memaksimalkan keuntungan dan meminimumkan biaya pembuangan limbah. Metode program linier *multi objective fuzzy* digunakan agar dapat mempertimbangkan lebih dari satu fungsi tujuan dan adanya toleransi yang diperoleh saat proses produksi dalam kondisi tertentu. Penyelesaian persoalan optimasi yaitu dengan memodelkan setiap fungsi tujuan maupun kendala menggunakan konsep himpunan *fuzzy*. Proses perhitungannya disertai dengan metode simpleks sehingga terbentuk fungsi keanggotaan *fuzzy*. Setelah itu, dilanjutkan dengan metode simpleks dua fase yang akan membentuk hasil akhir dari proses perhitungan optimasi. Dalam studi kasus diperoleh hasil akhir perhitungan optimasi diantaranya jumlah sepatu yang harus diproduksi sebanyak 325 pasang, jumlah sandal yang harus diproduksi sebanyak 850 pasang, nilai variabel λ sebesar 0,5 yang menunjukkan derajat keanggotaan setiap fungsi tujuan, keuntungan maksimum sebesar 44.562.500 rupiah serta biaya pembuangan limbah minimum sebesar 130.625 rupiah.

Kata Kunci: Himpunan Fuzzy, Program Linier Multi Objective Fuzzy, Metode Simpleks, Optimasi Produksi

A. Pendahuluan

Industri sepatu di daerah Cibaduyut, Bandung merupakan salah satu industri sepatu terbesar yang berada di Jawa Barat – Indonesia. Produk sepatu Cibaduyut memiliki kualitas yang sangat baik dan memenuhi selera konsumen. Namun perkembangan usaha sepatu Cibaduyut tidak secepat perkembangan zaman, sehingga menyebabkan ketertinggalan para pemilik usaha. Secara umum permasalahan yang dominan pada setiap unit usaha yaitu kesulitan dalam mencari modal, sumber daya pekerja, dan keoptimalan proses produksi. Sistem produksi yang digunakan masih secara tradisional. Artinya, dalam memproduksi sepatu tiap periodenya mereka menggunakan pengambilan keputusan hanya berdasarkan intuisi tanpa memperhatikan keoptimalan dari proses produksinya. Dalam persoalan optimasi ini, metode program linier *multi objective fuzzy* digunakan karena dapat memperhitungkan lebih dari satu fungsi tujuan sehingga lebih banyak pula mempertimbangkan kendala. Selain itu, *fuzzy* digunakan karena di dalam *fuzzy* terdapat toleransi yang mempertimbangkan beberapa kondisi tertentu dalam permasalahan produksi.

B. Landasan Teori

Program linier *multi objective fuzzy* adalah metode optimasi dengan beberapa fungsi tujuan yang tunduk pada beberapa batasan. Solusi permasalahan program linier *multi objective fuzzy* diperoleh seperti penyelesaian optimasi dengan satu fungsi tujuan tetapi dengan mempertimbangkan dua tujuan. Metode ini merupakan pengembangan dari program linier *fuzzy* dimana persoalan yang muncul dengan dua atau lebih fungsi tujuan yang akan dioptimasi sedemikian sehingga memenuhi batasan-batasan yang dimodelkan dengan menggunakan himpunan *fuzzy*.

Bentuk umum dari program linier *multi objective fuzzy* sebagai berikut:

Fungsi tujuan : maksimumkan/minimumkan

$$\begin{aligned}
 z_1(x) &= c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + \dots + c_{1n}x_n = c_1x \\
 z_2(x) &= c_{21}x_1 + c_{22}x_2 + \dots + c_{2n}x_n = c_2x \\
 &\vdots \\
 z_k(x) &= c_{k1}x_1 + c_{k2}x_2 + \dots + c_{kn}x_n = c_kx
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

dengan batasan :

$$\begin{aligned}
 Ax &\leq b \\
 x &\geq 0
 \end{aligned}$$

dimana : $c_i = (c_{i1}, \dots, c_{in})$, $i = 1, 2, \dots, k$, $x = (x_1, \dots, x_n)^T$, $b = (b_1, \dots, b_m)^T$,

$r = (r_1, \dots, r_m)^T$ dan $A = [a_{ij}]$ adalah matriks berukuran $m \times n$.

Misalkan $z_i(x)$ mempunyai *fuzzy goal* r_i , maka (1) menjadi program linier *multi objective fuzzy* sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 c_i x &\geq r_i \\
 Ax &\leq b \\
 x &\geq 0
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Selanjutnya persamaan (2) dapat dibawa ke dalam bentuk :

Tentukan x sedemikian hingga :

$$\begin{aligned} Bx &\leq d \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

dengan :

$$B = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_k \\ A \end{pmatrix} \quad \text{dan} \quad d = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_k \\ b \end{pmatrix}$$

Tiap-tiap barisatabatasan (1, 2, ..., m) dimana m adalah banyaknya baris, akan direpresentasikan dengan sebuah himpunan *fuzzy*, dengan fungsi keanggotaan pada himpunan ke- i adalah $\mu_i(B_i x)$.

Fungsi keanggotaan untuk model keputusan himpunan *fuzzy* dapat dinyatakan sebagai:

$$\mu_D[x] = \min_i \{ \mu_i[B_i x] \}$$

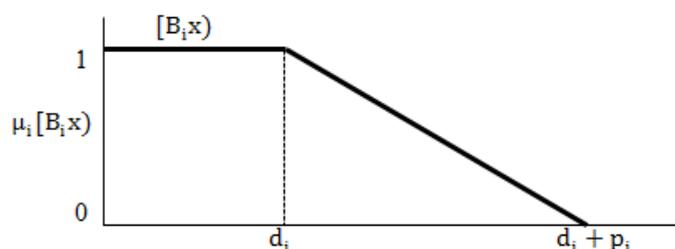
Dari fungsi keanggotaan tersebut diharapkan mendapat solusi terbaik, yaitu solusi dengan nilai keanggotaan yang paling besar, dengan demikian solusi yang optimum adalah:

$$\max_{x \geq 0} \mu_D[Bx] = \max_{x \geq 0} \min_i \{ \mu_i[B_i x] \}$$

Dari sini dapatditunjukkan bahwa $\mu_i(B_i x) = 0$ jika batasan ke- i benar-benar dilanggar. Sebaliknya, $\mu_i(B_i x) = 1$ jika batasan ke- i benar-benar dipatuhi (sama halnya dengan batasan bernilai tegas). Nilai $\mu_i(Bx)$ akan turun secara monoton pada selang $[0,1]$ sebagaimanaditunjukkanpadaGambar 1, yaitu:

$$\mu_i[B_i x] = \begin{cases} 1, & \text{jika } B_i x \leq d_i \\ \in [0,1], & \text{jika } d_i < B_i x \leq d_i + p_i \\ 0, & \text{jika } B_i x > d_i + p_i \end{cases}$$

dimana $i = 0,1,2,\dots,m$



Gambar 1. Fungsi Keanggotaan

$$\mu_i[B_i x] = f(x) = \begin{cases} 1, & \text{jika } B_i x \leq d_i \\ 1 - \frac{B_i x - d_i}{p_i}, & \text{jika } d_i < B_i x \leq d_i + p_i \\ 0, & \text{jika } B_i x > d_i + p_i \end{cases}$$

dimana $i = 0,1,2,\dots,m$

dengan p_i adalah toleransi interval yang diperbolehkan untuk melakukan pelanggaran baik pada fungsi objektif maupun batasan.

Dengan mensubstitusikan persamaan tersebut diatas, maka akan diperoleh:

$$\max_{x \geq 0} \mu_D[B_i x] = \max_{x \geq 0} \min_i \left\{ 1 - \frac{B_i x - d_i}{p_i} \right\}$$

Misalkan $\lambda = \min\{\mu_i[B_i x]\}$, maka diperoleh bentuk program linier baru sebagai berikut:

Maksimumkan: λ

dengan batasan: $\lambda \leq \mu_i[B_i x]$

$$x \geq 0$$

dimana $i = 0, 1, 2, \dots, m$

Kemudian bentuk tersebut diatas dapat diuraikan kedalam bentuk lain sebagai berikut:

Maksimumkan: λ

dengan batasan: $\lambda p_i + B_i x \leq d_i + p_i$

$$x \geq 0$$

dimana $i = 0, 1, 2, \dots, m$

C. Hasil PenelitiandanPembahasan

Data produksi sepatu yang digunakan merupakan data yang dimiliki oleh unit usaha PD. Gianidha Collection yang merupakan sebuah *home industry* sepatu di daerah Cibaduyut, Bandung. Terdapat 2 jenis produk yang digunakan dalam penelitian ini yaitu sepatu wanita sebagai produk pertama dan sandal wanita sebagai produk kedua. Keseluruhan bahan yang digunakan dalam pembuatan sepatu maupun sandal wanita yaitu 17 jenis bahan. Data kebutuhan, persediaan, toleransi persediaan, keuntungan, dan biaya limbah dapat dilihat dalam Tabel 1 sebagai berikut:

Tabel 1.Data Produksi Sepatu/Sandal Wanita PD. Gianidha Collection

Bahan	Sepatu	Sandal	Persediaan Bahan	Toleransi Persediaan
Kulit Sintetis	1.750 cm ²	2.100cm ²	3.360.000 cm ²	420.000 cm ²
Lapis Sintetis Analin	-	600 cm ²	480.000cm ²	60.000 cm ²
Lapis Busa	1.800 cm ²	-	1.440.000 cm ²	120.000 cm ²
Busa	300 cm ²	-	240.000 cm ²	36.000 cm ²
Kain Pengeras	600 cm ²	-	480.000 cm ²	60.000 cm ²
Benang Jahit	0,01 klos	0,01 klos	16 klos	8 klos
Mata Itik	24 buah	-	7.200 buah	3.600 buah
Tali Sepatu	2 buah	-	600 buah	200 buah
Gesper	-	4 buah	3.200 buah	800 buah
Latex	0,05 liter	0,05 liter	80 liter	20 liter
Pleteran Viber	-	58 cm ²	46.400 cm ²	11.600 cm ²
Tekson	500 cm ²	500 cm ²	800.000 cm ²	100.000 cm ²
Spon Eva 2mm	300 cm ²	300 cm ²	500.000 cm ²	80.000 cm ²
Spon Eva 20mm	-	500 cm ²	400.000 cm ²	60.000 cm ²
Sol Karet TVR	1 pasang	-	300 pasang	50 pasang
Spon Sol Motiv	-	475 cm ²	380.000 cm ²	47.500 cm ²
Lem	0,2 kg	0,2 kg	320 kg	30 kg
Keuntungan	Rp. 32.500,-/ps	Rp. 40.000,-/ps		
Biaya Limbah	Rp. 75,-/ps	Rp. 125,-/ps		

Data diolah menggunakan program linier *multi objective fuzzy*. Langkah pertama dalam mengolah data adalah dengan membentuk data kedalam bentuk umum program linier kemudian bentuk tersebut diubah menjadi bentuk standar metode simpleks.

Perhitungan awal dilakukan sebanyak 2 kali yaitu pada saat tidak menggunakan angka toleransi ($t = 0$) dan pada saat menggunakan angka toleransi ($t = 1$). Berikut merupakan model awal yang didapat dari data dalam tabel 1 tanpa menggunakan angka toleransi persediaan:

Maksimumkan	$z_1 = 32500x_1 + 40000x_2$	(keuntungan)
Minimumkan	$z_2 = 75x_1 + 125x_2$	(biaya limbah)
dengan batasan :		
	$1750x_1 + 2100x_2 \leq 3360000$	(kulit sintetis/cm ²)
	$600x_2 \leq 480000$	(lapis analin/cm ²)
	$1800x_1 \leq 1440000$	(lapis busa/cm ²)
$300x_1$	≤ 240000	(busa/cm ²)
	≤ 480000	(kain pengeras/cm ²)
$0.01x_1 + 0.01x_2$	$\leq 1624x_1$	(benang jahit/klos)
	$\leq 72002x_1$	(mata itik/buah)
	≤ 600	(tali sepatu/buah)
	$4x_2 \leq 3200$	(gesper/buah)
$0.05x_1 + 0.05x_2$	≤ 80	(latex/liter)
	$58x_2 \leq 46400$	(pleteran viber/cm ²)
$500x_1 + 500x_2$	≤ 800000	(tekson/cm ²)
$300x_1 + 300x_2$	≤ 500000	(spon eva 2mm/cm ²)
	$500x_2 \leq 400000$	(spon eva 20mm/cm ²)
x_1	≤ 300	(sol karet/pasang)
	$475x_2 \leq 380000$	(spon sol motif/cm ²)
$0.2x_1 + 0.2x_2$	≤ 320	(lem/kg)
	$x_1, x_2 \geq 0$	

Hasil perhitungan dari model awal tanpa menggunakan toleransi persediaan yaitu $x_1 = 300, x_2 = 800, z_1 = 41.750.000, z_2 = 122.500$.

Kemudian model awal yang didapat dari data dalam tabel 1 dengan menggunakan angka toleransi persediaan adalah sebagai berikut:

Maksimumkan	$z_1 = 32500x_1 + 40000x_2$	(keuntungan)
Minimumkan	$z_2 = 75x_1 + 125x_2$	(biaya limbah)
dengan batasan :		
	$1750x_1 + 2100x_2 \leq 3360000 + 420000t$	(kulit sintetis/cm ²)
	$600x_2 \leq 480000 + 60000t$	(lapis analin/cm ²)
	$1800x_1 \leq 1440000 + 120000t$	(lapis busa/cm ²)
$300x_1$	$\leq 240000 + 36000t$	(busa/cm ²)
	$600x_1 \leq 480000 + 60000t$	(kain pengeras/cm ²)
$0.01x_1 + 0.01x_2$	$\leq 16 + 8t$	(benang jahit/klos)
	$24x_1 \leq 7200 + 3600t$	(mata itik/buah)
	$2x_1 \leq 600 + 200t$	(tali sepatu/buah)
	$4x_2 \leq 3200 + 800t$	(gesper/buah)
$0.05x_1 + 0.05x_2$	$\leq 80 + 20t$	(latex/liter)
	$58x_2 \leq 46400 + 11600t$	(pleteran viber/cm ²)
$500x_1 + 500x_2$	$\leq 800000 + 100000t$	(tekson/cm ²)
$300x_1 + 300x_2$	$\leq 500000 + 80000t$	(spon eva 2mm/cm ²)
	$500x_2 \leq 400000 + 60000t$	(spon eva 20mm/cm ²)
x_1	$\leq 300 + 50t$	(sol karet/pasang)
	$475x_2 \leq 380000 + 47500t$	(spon sol motif/cm ²)
$0.2x_1 + 0.2x_2$	$\leq 320 + 30t$	(lem/kg)
	$x_1, x_2 \geq 0$	

Hasil perhitungan dari model awal dengan toleransi persediaan di atas yaitu $x_1 = 350, x_2 = 900, z_1 = 47.375.000, z_2 = 138.750$.

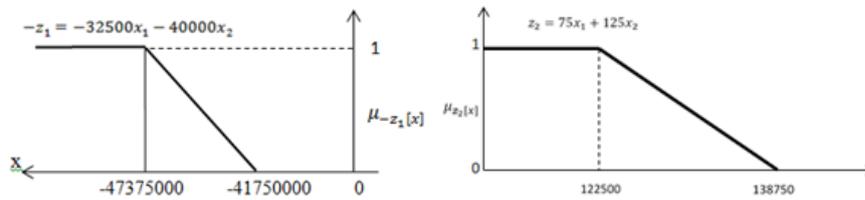
Pembentukan model selanjutnya dilakukan dengan terlebih dahulu mengubah fungsi tujuan pertama yaitu maksimumkan $z_1 = 32500x_1 + 40000x_2$ menjadi minimumkan $-z_1 = -32500x_1 - 40000x_2$ sehingga formulasi fungsi tujuan menjadi:

Minimumkan $-z_1 = -32500x_1 - 40000x_2$ (keuntungan)

Minimumkan $z_2 = 75x_1 + 125x_2$ (biaya limbah)

dengan batasan yang sama seperti formulasi model sebelumnya.

Hasil perhitungan di atas membentuk batasan *fuzzy* untuk kedua fungsi tujuan. Batasan *fuzzy* tersebut digunakan untuk membuat fungsi keanggotaan masing-masing fungsi tujuan.



Gambar2. Fungsi Keanggotaan $-z_1$ dan z_2

Langkah selanjutnya adalah membentuk model baru yaitu dengan tujuan memaksimumkan λ dan menambahkan kedua fungsi tujuan menjadi fungsi pembatas sehingga 17 fungsi pembatas awal bertambah menjadi 19 fungsi pembatas. Model baru yang dibentuk adalah sebagai berikut:

Maksimumkan : λ

dengan batasan :

$$\begin{aligned}
 -5625000\lambda + 32500x_1 + 40000x_2 &\geq 41750000 \\
 16250\lambda + 75x_1 + 125x_2 &\leq 138750 \\
 420000\lambda + 1750x_1 + 2100x_2 &\leq 3780000 \quad (\text{kulit sintetis/cm}^2) \\
 60000\lambda + 600x_2 &\leq 540000 \quad (\text{lapis analin/cm}^2) \\
 120000\lambda + 1800x_1 &\leq 1560000 \quad (\text{lapis busa/cm}^2) \\
 36000\lambda + 300x_1 &\leq 276000 \quad (\text{busa/cm}^2) \\
 60000\lambda + 600x_1 &\leq 540000 \quad (\text{kain pengeras/cm}^2) \\
 8\lambda + 0.01x_1 + 0.01x_2 &\leq 24 \quad (\text{benang jahit/klos}) \\
 3600\lambda + 24x_1 &\leq 10800 \quad (\text{mata itik/buah}) \\
 200\lambda + 2x_1 &\leq 800 \quad (\text{tali sepatu/buah}) \\
 800\lambda + 4x_2 &\leq 4000 \quad (\text{gesper/buah}) \\
 20\lambda + 0.05x_1 + 0.05x_2 &\leq 100 \quad (\text{latex/liter}) \\
 11600\lambda + 58x_2 &\leq 58000 \quad (\text{pleteran viber/cm}^2) \\
 100000\lambda + 500x_1 + 500x_2 &\leq 900000 \quad (\text{tekson/cm}^2) \\
 80000\lambda + 300x_1 + 300x_2 &\leq 580000 \quad (\text{spon eva 2mm/cm}^2) \\
 60000\lambda + 500x_2 &\leq 460000 \quad (\text{spon eva 20mm/cm}^2) \\
 50\lambda + x_1 &\leq 350 \quad (\text{sol karet/pasang}) \\
 47500\lambda + 475x_2 &\leq 427500 \quad (\text{spon sol motif/cm}^2) \\
 30\lambda + 0.2x_1 + 0.2x_2 &\leq 350 \quad (\text{lem/kg}) \\
 x_1, x_2 &\geq 0
 \end{aligned}$$

Selanjutnya bentuk program linier *multi objective fuzzy* di atas diubah kedalam bentuk standar. Penyelesaian akhir dilakukan dengan menggunakan teknik dua fase karena terdapat satu fungsi pembatas yang memiliki tanda lebih besar atau sama dengan (\geq).

Hasil dari perhitungan fase 1 menghasilkan nilai nol pada fungsi tujuan baru yang berarti persoalan mempunyai solusi fisibel sehingga dapat dilanjutkan ke fase dua. Penyelesaian dari fase dua menghasilkan nilai optimal produksi sepatu/sandal PD. Gianidha Collection. Hasil akhir dari optimasi produksi adalah sebagai berikut:

Tabel 2. Hasil Akhir Perhitungan Model Program Linier *Multi Objective Fuzzy*

BV	Nilai Optimal
λ	0.5
x_1	325
x_2	850
z_1	44.562.500
z_2	130.625

D. Kesimpulan

Dalam pembahasan skripsi di atas, dapat ditarik kesimpulan bahwa optimasi produksi sepatu menggunakan program linier *multi objective* mencapai tujuan yang lebih dari satu yaitu dengan memperoleh keuntungan maksimum dan biaya pembuangan limbah minimum. Sementara itu, dalam pendekatan *fuzzy* diperhitungkan adanya toleransi penambahan bahan baku yang mungkin terjadi dalam kondisi tertentu. Dalam studi kasus optimasi produksi sepatu pada PD. Gianidha Collection menggunakan program linier *multi objective fuzzy* diperoleh jumlah sepatu yang harus diproduksi sebanyak 325 pasang, jumlah sandal yang harus diproduksi sebanyak 850 pasang, nilai variabel λ sebesar 0,5, keuntungan maksimum sebesar Rp. 44.562.500,- dan biaya pembuangan limbah minimum sebesar Rp. 130.625,-.

E. Saran

Dalam penelitian ini, perhitungan yang dilakukan untuk mengoptimasi produksi sepatu hanya menggunakan 2 fungsi tujuan, sehingga disarankan kepada peneliti selanjutnya agar menggunakan lebih dari 2 fungsi tujuan. Selain itu dalam penelitian ini, perhitungan juga dilakukan secara manual dengan berbagai kesulitan sehingga menyebabkan parameter yang dinamis dan membutuhkan ketelitian yang tinggi. Oleh karena itu, disarankan kepada peneliti selanjutnya agar menggunakan *software* untuk lebih mempermudah proses perhitungan.

Daftar Pustaka

- Bronson, Richard. 1991. *Teori dan Soal-soal Operation Research*, (alih bahasa : Drs. Hans J. Wospakrik). Jakarta : Erlangga.
- Kusumadewi, Sri; Purnomo, Hari. 2013. *Aplikasi Logika Fuzzy Untuk Pendukung Keputusan*. Edisi 2. Yogyakarta : Graha Ilmu.
- Programa Linier : Metode Simpleks, [online]
Tersedia : <http://nurma.staff.gunadarma.ac.id/> [06 Juni 2016]
- Sejarah dan Perkembangan Sentra Kerajinan Sepatu Cibaduyut, [online]
Tersedia : <http://www.wisatabdg.com/> [18 Maret 2016]
- Siswanto. 2007. *Operation Research*. Jilid 1. Jakarta : Erlangga.
- Supriyanto. 2011. *Fuzzy Multi-Objective Linear Programming and Simulation Approach to the Development of Valid and Realistic Master Production Schedule*. *Genehmigte Dissertation*.