

Analisis Elastisitas Substitusi Tenaga Kerja Dan Modal Suatu Fungsi Produksi *Constant Elasticity Of Substitution*

Analysis Elasticity of Substitution Labor and Capital a Production Function of Constant Elasticity of Substitution

¹Windu Rosdiana Dewi, ²Eti Kurniati, ³Gani Gunawan

^{1,2,3}Prodi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Jl. Tamansari No.1 Bandung 40116

email : ¹windurosdiana56@gmail.com, ²eti_kurniati0101@yahoo.com, ³ggani9905@gmail.com

Abstract. Constant Elasticity of Substitution with two input independent variables can give an indication of substitution analysis (σ) to the input of capital and labor. Which each the input of capital and labor can give the affect to the amount of production (output). The substitution production of factors that can be done to maintain the number of production to remain constant, that shown by concavity isoquant. The substitution production of factors will result a high elasticity. If $\sigma > 1$ will result the intensity of factors of production to be capital-intensive. It means that the amount of production will be higher if the amount of labor increased and capital decreased. If $0 < \sigma < 1$ will result the intensity production of factors tent to be labor-intensive. It means that amount of production will be low relatively if the use of increased labor and decreased capital otherwise. And if $\sigma = 1$ will produce the intensity of production factors tent to be netral and unitary. The purpose of this analysis is to determine the elasticity of substitution and isoquant pattern by using production function of Constant Elasticity of Substitution (*CES*) model.

Keywords: Labor, Capital, Elasticity of Substitution, Constant Elasticity of Substitution.

Abstrak. *Constant Elasticity of Substitution* dengan dua *input* variable bebas dapat memberikan suatu indikasi analisis substitusi (σ) terhadap *input* modal dan tenaga kerja dimana masing-masing berpengaruh terhadap jumlah produksi (output) yang dihasilkan. Substitusi antar faktor produksi tersebut dapat dilakukan untuk mempertahankan jumlah produksi agar tetap konstan, yaitu dilihat dari kecekungan *isoquantnya*. Adanya substitusi antar faktor produksi akan menghasilkan elastisitas yang tinggi. Jika $\sigma > 1$ akan menghasilkan intensitas faktor produksi cenderung padat modal artinya jumlah produksi akan tinggi jika penggunaan tenaga kerja ditambah dan modal dikurangi atau sebaliknya. Jika $0 < \sigma < 1$ akan menghasilkan intensitas faktor produksi cenderung padat tenaga kerja artinya jumlah produksi akan relative rendah jika penggunaan tenaga kerja ditambah dan modal dikurangi atau sebaliknya. Sedangkan jika $\sigma = 1$ akan menghasilkan intensitas faktor produksi cenderung netral bersifat uniter. Tujuan analisa ini adalah untuk menentukan elastisitas substitusi serta pola *isoquantnya* dengan menggunakan model fungsi produksi *Constant Elasticity of Substitution (CES)*.

Kata Kunci: Tenaga Kerja, Modal, Elastisitas Substitusi, Constant Elasticity of Substitution.

A. Pendahuluan

Proses produksi dalam suatu industri dapat mempertahankan hasil produksi pada tingkatan yang efisien, yaitu dengan melakukan kombinasi antar faktor produksi. Kombinasi faktor produksi (*input*) di atas dapat dilakukan oleh dua *input* variabel agar dapat menghasilkan keluaran (*output*). Permasalahannya yaitu bagaimana mengkombinasikan antar satu faktor produksi dengan faktor produksi yang lain untuk menentukan *input* yang lebih dominan. Hal ini dapat dilakukan dengan mensubstitusikan dua *input* yang saling berhubungan, misalnya tenaga kerja (L) dan modal (K). Apabila *input* yang digunakan hanya modal dan tenaga kerja saja, maka menurut intensitas faktor produksi ada dua kemungkinan yang terjadi, yakni proses produksi bersifat padat modal (*capital intensive*), bersifat padat tenaga kerja (*labour intensive*). Intensitas faktor produksi tersebut ada kaitannya dengan sifat elastisitas substitusi.

Oleh karena itu menarik untuk melakukan analisis elastisitas substitusi dengan menggunakan tahapan fungsi produksi *Constant Elasticity of Substitution (CES)*. Agar lebih memahami proses produksi dibutuhkan untuk mengetahui tahapan fungsi produksi produksi, dimana dalam kasus ini dapat menggunakan tahapan fungsi *Constant Elasticity of Substitution* dengan dua *input* variabel bebas.

B. Landasan Teori

Fungsi Produksi *Constant Elasticity of Substitution (CES)*

“Fungsi produksi *Constant Elasticity of Substitution (CES)* adalah fungsi produksi yang memiliki suatu nilai elastisitas substitusi tertentu dalam menghasilkan suatu jumlah *output* dimana penambahan atau pengurangan jumlah *output* tidak mengubah nilai elastisitas substitusinya” (Joesron dan Tati Suhartati, 2003).

Secara matematis, fungsi produksi CES dengan dua input variabel, yaitu L dan K dapat ditulis sebagai berikut:

$$Q = A [\alpha K^{-\rho} + (1 - \alpha)L^{-\rho}]^{-\mu/\rho} \quad (1)$$

Dimana Q adalah *output*, L adalah *input* tenaga kerja, K adalah *input* modal, A adalah parameter efisiensi, ρ adalah parameter substitusi μ adalah parameter *return to scale*, dan α adalah parameter distribusi.

Elastisitas Substitusi

“Elastisitas substitusi ini menggambarkan bagaimana MRTS (*Marginal Rate of Technical Substitution*) akan berubah sebagai akibat perubahan proporsi (K/L)” (Beattie Bruce R. dan Taylor Rober C, 1994). Secara matematis, elastisitas substitusi dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\sigma = \frac{d(K/L)/(K/L)}{d(MRTS)/(MRTS)} \quad (2)$$

Apabila nilai proporsi (K/L) berubah menyebabkan perubahan pada MRTS maka substitusi *input* menyebabkan rasio produktivitas marginal (MP_L/MP_K) juga ikut berubah.

C. Pembahasan

Fungsi Produksi *Constant Return to Scale* dengan Dua Input Variabel Bebas

Fungsi produksi dapat mengetahui hubungan antara *input* dengan *output*, serta dapat mengetahui juga hubungan antar *input* itu sendiri. Karena fungsi produksi merupakan bentuk umum, jika *input* yang digunakan hanya dua variabel maka dimisalkan tenaga kerja (L) sebagai x_1 dan modal (K) sebagai x_2 dimana x_1 dan x_2 merupakan variabel bebas (*independent variable*), sedangkan *output* (Q) sebagai y merupakan variabel tak bebas (*dependent variable*) yang di interpretasikan sebagai total produk yang dihasilkan. Secara matematis dapat diformulasikan menjadi:

$$Q = f(K, L) \quad (3.1)$$

Persamaan di atas memperlihatkan bahwa total produk yang dihasilkan dapat diproduksi dengan menggunakan kombinasi alternatif antara modal (K) dan tenaga kerja (L). Hasil kombinasi *input* modal (K) dan tenaga kerja (L) yang digunakan untuk menghasilkan *output* dapat ditunjukkan oleh kurva *isoquant*.

Fungsi produksi *Constant Elasticity of Substitution* atau yang lebih dikenal fungsi produksi *CES* merupakan fungsi produksi yang hanya melibatkan dua variabel, dimana variabel-variabel dalam fungsi produksi tersebut merupakan faktor produksi atau *input* yang tersedia. Fungsi produksi *CES* memiliki tiga karakteristik. Karakteristik pertama adalah fungsi produksi *CES* sebagai fungsi produksi non-linear, karakteristik kedua adalah fungsi produksi *CES* yang bersifat umum dan yang ketiga adalah fungsi produksi *CES* memiliki suatu nilai elastisitas substitusi.

Secara matematis fungsi *CES* dengan dua *input* variabel bebas dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Q = A [\acute{a}K^{-\tilde{n}} + (1 - \acute{a})L^{-\tilde{n}}]^{-\frac{1}{\tilde{n}}} \quad (3.2)$$

dimana: Q = Tingkat *output*

K = Tingkat *input* modal

L = Tingkat *input* tenaga kerja

A = Parameter efisiensi; $A > 0$

\acute{a} = Parameter distribusi; $0 < \acute{a} < 1$

\tilde{n} = Parameter substitusi

$\frac{1}{\tilde{n}}$ = Parameter hasil atas skala (*return to scale*)

Agar dapat memberikan indikasi pada tiga karakteristik di atas, maka fungsi produksi *CES* dapat diubah dalam bentuk linear yang dinyatakan sebagai berikut:

$$\ln Q = \ln A - \frac{1}{\tilde{n}} \ln[\acute{a}K^{-\tilde{n}} + (1 - \acute{a})L^{-\tilde{n}}] \quad (3.3)$$

Dapat dilihat fungsi produksi *CES* di atas tidak dapat ditransformasikan ke dalam bentuk linear. Karena apapun bentuk galat dan hubungannya dengan variabel lain, fungsi produksi tidak dapat dibuat linear pada parameter.

Berdasarkan fungsi produksi *CES* yang bersifat umum, berbentuk non-linear dan memiliki nilai elastisitas substitusi maka dapat dijelaskan analisis elastisitas substitusinya.

Elastisitas Substitusi dengan Dua Input Variabel Bebas

Elastisitas substitusi (σ) bertujuan untuk menggambarkan $MRTS$ sebagai akibat dari rasio (K/L). $MRTS$ tersebut dapat dikaitkan dengan rasio *marginal product* (MP_L/MP_K) yang merupakan tingkat dimana tenaga kerja (L) dapat disubstitusikan dengan modal (K). Oleh karena itu untuk memperoleh nilai elastisitas substitusi (σ) dengan cara melakukan turunan parsial terhadap fungsi produksi CES dengan dua variabel input $Q(L, K) = A[\acute{a}K^{-\acute{n}} + (1 - \acute{a})L^{-\acute{n}}]^{-1/\acute{n}}$ sebagai berikut:

$$MP_L = Q_L = \frac{\partial Q}{\partial L} = \acute{a} \frac{Q^{1+\acute{n}/\acute{i}}}{L^{1+\acute{n}}} \cdot \frac{(1-\acute{a})}{A^{\acute{n}/\acute{i}}} \quad (5)$$

$$MP_K = Q_K = \frac{\partial Q}{\partial K} = \acute{a} \frac{Q^{1+\acute{n}/\acute{i}}}{K^{1+\acute{n}}} \cdot \frac{\acute{a}}{A^{\acute{n}/\acute{i}}} \quad (6)$$

sehingga diperoleh:

$$MRTS = \frac{dK}{dL} = -\frac{MP_L}{MP_K}$$

$$MRTS = -\frac{\acute{a} \frac{Q^{1+\acute{n}/\acute{i}}}{L^{1+\acute{n}}} \cdot \frac{(1-\acute{a})}{A^{\acute{n}/\acute{i}}}}{\acute{a} \frac{Q^{1+\acute{n}/\acute{i}}}{K^{1+\acute{n}}} \cdot \frac{\acute{a}}{A^{\acute{n}/\acute{i}}}} = -\left(\frac{1-\acute{a}}{\acute{a}}\right) \left(\frac{K}{L}\right)^{1+\acute{n}} \quad (7)$$

Karena dalam mencari nilai elastisitas substitusi pada fungsi produksi CES menggunakan *marginal product* (MP_L/MP_K) maka selanjutnya perlu diketahui keseimbangan produsen. Keseimbangan produsen digambarkan dengan persinggungan antara *isoquant* dan *isocost* yang akan digunakan untuk memenuhi kondisi kombinasi biaya yang terkecil $MP_L/MP_K = P_L/P_K$ dimana P_L dan P_K menunjukkan harga-harga

jasa tenaga kerja (tingkat upah) dan jasa modal (biaya sewa untuk barang modal), maka diperoleh:

$$\left(\frac{1-\acute{a}}{\acute{a}}\right) \left(\frac{K}{L}\right)^{1+\acute{n}} = \frac{P_L}{P_K} = \frac{w}{r} \quad (8)$$

dimana: w = tingkat upah

r = biaya sewa untuk barang modal atau tingkat bunga

Jadi, rasio *input* optimal yang didapatkan adalah

$$\left(\frac{K}{L}\right)^{1+\acute{n}} = \left(\frac{\acute{a}}{1-\acute{a}}\right) \frac{w}{r} \quad (9)$$

Persamaan di atas dapat diubah menjadi:

$$\left(\frac{K}{L}\right) = \left(\frac{\acute{a}}{1-\acute{a}}\right)^{\frac{1}{1+\acute{n}}} \left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{1}{1+\acute{n}}} \quad (10)$$

Oleh karena itu elastisitas substitusinya (σ) adalah:

$$\sigma = \frac{d\left(\frac{K}{L}\right)/\left(\frac{K}{L}\right)}{d(MRTS)/(MRTS)}$$

$$\sigma = \frac{\frac{1}{1+\tilde{n}} \left(\frac{\acute{a}}{1-\acute{a}}\right)^{\frac{1}{1+\tilde{n}}} \left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{1}{1+\tilde{n}}-1}}{\left(\frac{\acute{a}}{1-\acute{a}}\right)^{\frac{1}{1+\tilde{n}}} \left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{1}{1+\tilde{n}}-1}}$$

$$\sigma = \frac{1}{1+\tilde{n}} \tag{11}$$

atau

$$\tilde{n} = \frac{1-\sigma}{\sigma} \tag{12}$$

Hal ini menunjukkan bahwa σ adalah suatu konstanta yang besarnya tergantung pada nilai parameter \tilde{n} . Jika $\frac{1-\sigma}{\sigma} \rightarrow \infty$ maka elastisitas substitusi cenderung menuju nol (tidak ada substitusi). Sedangkan jika $\frac{1-\sigma}{\sigma} \rightarrow 1$ maka elastisitas substitusi cenderung ke arah *infinity* (pengganti sempurna). Oleh karena itu koefisien elastisitas substitusi lebih besar dari nol dan lebih kecil sama dengan tidak terhingga ($0 < \sigma < \infty$). Sehingga analisis elastisitas substitusi (σ) dapat dinyatakan sebagai berikut:

1. Nilai $\sigma = 1$ jika $\tilde{n} = 0$
2. Nilai $\sigma > 1$ jika $-1 < \tilde{n} < 0$
3. Nilai $\sigma < 1$ jika $\tilde{n} > 0$

Diketahui bahwa nilai elastisitas substitusi penggunaan input modal (K) dan tenaga kerja (L) dapat ditentukan oleh parameter \tilde{n} . Berdasarkan hal tersebut dapat dilihat kondisi seperti berikut. Apabila nilai $\tilde{n} < 1$ maka menunjukkan bahwa proses substitusi K terhadap L relatif sulit untuk dilakukan karena dapat memberikan indikasi bahwa adanya pengaruh proses substitusi K dan L berpengaruh kecil dalam proses produksi, artinya penggunaan modal berperan penting dalam penentuan tingkat produksi sehingga jika digantikan dengan tenaga kerja menyebabkan perubahan tingkat produksi lebih rendah dibandingkan dengan proses substitusinya.

Sebaliknya apabila nilai $\tilde{n} > 1$, menunjukkan bahwa proses substitusi K terhadap L relatif mudah untuk dilakukan karena dapat memberikan indikasi bahwa adanya pengaruh proses substitusi K dan L berpengaruh besar dalam proses produksi, artinya jika penggunaan tenaga kerja digantikan dengan modal maka akan menyebabkan perubahan tingkat produksi lebih tinggi dibandingkan dengan proses substitusinya.

Dengan memasukan nilai parameter \tilde{n} pada persamaan $\sigma = \frac{1}{(1+\tilde{n})}$, maka dapat dinyatakan beberapa kondisi σ sebagai berikut:

1. Jika $\sigma > 1$ maka perubahan w/r akan menyebabkan perubahan yang lebih besar pada K/L , atau proses produksi akan cenderung padat modal.

Kondisi tersebut menunjukkan bahwa apabila terjadi peningkatan harga atau ongkos produksi yang disebabkan oleh modal atau penggunaan mesin-mesin, maka akan relatif sulit digantikan dengan peningkatan pengeluaran dan jumlah tenaga kerja. Dalam kondisi elastisitas substitusi lebih besar dari satu suatu industri cenderung akan menambah substitusi input tenaga kerja dan modal, karena meningkatnya penggunaan salah satu input akan berdampak banyak pada peningkatan *output* suatu industri tersebut.

2. Jika $0 < \sigma < 1$ maka perubahan w/r akan menyebabkan perubahan yang lebih kecil pada K/L , atau proses produksi akan cenderung padat kerja.

Kondisi tersebut menunjukkan bahwa apabila terjadi peningkatan harga atau ongkos produksi yang disebabkan oleh peningkatan pengeluaran dan jumlah tenaga kerja, akan relatif sulit digantikan dengan peningkatan penggunaan mesin-mesin atau barang modal. Dalam kondisi elastisitas substitusi lebih kecil dari satu, suatu industri cenderung akan mengurangi substitusi input tenaga kerja dan modal, karena meningkatnya penggunaan salah satu input tidak akan banyak berdampak pada peningkatan *output* suatu industri tersebut.

3. Jika $\sigma = 1$ maka perubahan w/r akan menyebabkan perubahan yang sama pada K/L , atau proses produksi akan cenderung netral.

Kondisi tersebut menunjukkan bahwa perubahan dalam rasio tingkat upah (w) terhadap perubahan tingkat bunga (r) menyebabkan perubahan yang sama pada substitusi tenaga kerja (L) terhadap modal (K), oleh karena itu dapat disimpulkan bahwa pola penggunaan *input* pada suatu industri bersifat netral. Pada kondisi di atas nilai elastisitas substitusi bersifat uniter, yaitu menunjukkan bahwa fungsi produksi CES berlaku *constant return to scale*.

D. Kesimpulan

Melalui Fungsi produksi *Constant Elasticity of Substitution (CES)* dengan dua *input* variabel bebas dapat menganalisa elastisitas substitusi terhadap faktor produksi modal (K) dan tenaga kerja (L) agar dapat menghasilkan intensitas faktor produksi yang bersifat padat modal dan padat tenaga kerja dimana masing-masing berpengaruh terhadap jumlah produksi (*output*) yang dihasilkan.

Jika $\sigma > 1$ akan menghasilkan intensitas faktor produksi cenderung padat modal, karena jumlah produksi yang semakin tinggi dihasilkan dari penambahan modal tinggi dan tenaga kerja dikurangi atau dihasilkan dari penambahan tenaga kerja banyak dan jumlah modal kecil. Jika $0 < \sigma < 1$ akan menghasilkan intensitas faktor produksi cenderung padat tenaga kerja, karena jumlah produksi yang sedikit dihasilkan dari penambahan modal tetap dan tenaga kerja dikurangi atau dihasilkan dari penambahan tenaga kerja tetap dan jumlah modal kecil. Jika $\sigma = 1$ akan menghasilkan intensitas faktor produksi cenderung netral, karena jumlah produksi tetap dihasilkan dari penambahan modal dan tenaga kerja tetap sehingga fungsi produksi CES bersifat konstan.

Daftar Pustaka

- Beattie Bruce R. dan Taylor Rober C. 1994. *Ekonomi Produksi Terjemahan Dr. Soeratno josohardjono, Mec.* Gajah Mada University Press.
- Joesron, Suhartati Tati – Fathorrozi. 2003. *Teori Ekonomi Mikro (Dilengkapi Beberapa Bentuk Produksi)*. Salemba Empat.