

Model Persediaan *Backorder* dengan Biaya Pemesanan Bervariasi dan Biaya Simpan Terbatas Serta Permintaan Selama *Lead Time* Berdistribusi *Uniform*

Backorder Inventory Model with Varying Order Cost and Limited Holding Cost and Lead Time Demand Uniform Distributed

¹Indry Septiyany, ²M. Yusuf Fajar, ³Yani Ramdani

^{1,2,3} Prodi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Jl. Tamansari No.1 Bandung 40116

email: ¹indryseptiyany@gmail.com, ²mysuffajar@yahoo.com, ³Yani_ramdani@ymail.com

Abstract. A company reach the balance between supply investation and consumer service level if they have a proper supply system, one of them are the establishment of supply model. A proper strategy is needed for the supply model establishment in order to minimize the annual total cost by determining an order quantity (Q^*) and the reorder point (r^*). C_o are the cost for each time ordering, while the varying order cost are $C_o Q^\beta$ which is a function of the order quantity per cycle. Companies have problem with the limited holding cost. A company applying backorder which means the consumer are willingly waiting if the ordered item are not yet to be delivered. Lead time is constant but the demand level during lead time is uniform distributed so that the value is expectation annual total cost. A model $L(Q, r, \lambda) = C_o \bar{D} Q^{\hat{\alpha}-1} + C_h \left(\frac{Q}{2} + r - \frac{b}{2} \right) + \frac{c_b \bar{D}}{Q} \left(\frac{r^2}{2b} + \frac{b^2}{2b} - \frac{2br}{2b} \right) + \ddot{e} \left[C_h \left(\frac{Q}{2} + r - \frac{b}{2} \right) - K \right]$ was made to solve this issue. Finding Q^* and r^* value with simulation. The simulation was performed with a value of β in the interval $0,05 \leq \hat{\alpha} \leq 0,40$. For each value of β determined the λ value so we obtained $\ddot{e} = 0,3476; 0,6640; 1,0397; 1,4801; 1,9891; 2,5681; 3,2156; 3,9259$. Choose Q^* and r^* value that meet the problem. Based on calculations, the expectation of total minimum annual cost the smallest are $\beta = 0,05$ which is IDR 2.840.220,54 with $Q^* = 362,6598$ unit and $r^* = 85,3384$ unit. The bigger the value of β , the bigger expectation of total minimum annual cost.

Keywords: Varying Order Cost, Limited Holding Cost, Backorder, Uniform Distribution

Abstrak. Perusahaan mencapai keseimbangan antara investasi persediaan dengan tingkat pelayanan konsumen apabila memiliki sistem persediaan yang baik, salah satunya pembentukan model persediaan. Diperlukan strategi yang tepat dalam pembentukan model persediaan agar total biaya persediaan tahunannya minimum dengan menentukan nilai optimal dari jumlah pesanan (Q^*) dan titik jumlah pemesanan kembali (r^*). C_o biaya pemesanan setiap kali pesan, sedangkan untuk biaya pemesanan bervariasi menjadi $C_o Q^\beta$ yaitu fungsi dari jumlah pemesanan persiklus. Perusahaan memiliki kendala biaya simpan yang terbatas. Perusahaan menerapkan *backorder* dimana konsumen mau menunggu apabila barang yang dipesan belum dapat disediakan. Waktu tunggu datangnya pesanan (*lead time*) tetap namun tingkat permintaan selama *lead time* berdistribusi *uniform* sehingga nilainya ekspektasi total biaya persediaan tahunan. Untuk menyelesaikannya dibuat model $L(Q, r, \ddot{e}) = C_o \bar{D} Q^{\hat{\alpha}-1} + C_h \left(\frac{Q}{2} + r - \frac{b}{2} \right) + \frac{c_b \bar{D}}{Q} \left(\frac{r^2}{2b} + \frac{b^2}{2b} - \frac{2br}{2b} \right) + \ddot{e} \left[C_h \left(\frac{Q}{2} + r - \frac{b}{2} \right) - K \right]$. Penentuan nilai Q^* dan r^* dengan simulasi. Simulasi dilakukan dengan nilai β dalam interval $0,05 \leq \hat{\alpha} \leq 0,40$. Untuk setiap nilai β ditentukan nilai λ sehingga diperoleh $\ddot{e} = 0,3476; 0,6640; 1,0397; 1,4801; 1,9891; 2,5681; 3,2156; 3,9259$. Pilih nilai Q^* dan r^* yang memenuhi kendala. Berdasarkan hasil perhitungan ekspektasi total minimum biaya persediaan tahunan terkecil berada di $\beta = 0,05$ yaitu Rp 2.840.220,54 dengan $Q^* = 362,6598$ unit dan $r^* = 85,3384$ unit. Semakin besar nilai β semakin besar ekspektasi total minimum biaya persediaan tahunannya.

Kata Kunci: Biaya Pemesanan Bervariasi, Biaya simpan Terbatas, *Backorder*, Distribusi *Uniform*

A. Pendahuluan

Persediaan merupakan salah satu aset yang paling mahal di banyak perusahaan, sebanyak 40% dari total modal diinvestasikan dalam bentuk persediaan. Dengan adanya sistem persediaan yang baik perusahaan akan mencapai keseimbangan antara investasi persediaan dengan tingkat pelayanan konsumen. Model persediaan yang digunakan adalah model probabilistik yaitu model persediaan dengan permintaan selama *lead time* mengikuti distribusi *uniform*.

Jika jumlah persediaan berkurang secara terus menerus maka harus ditentukan *reorder point* yaitu berapa banyak batas minimal tingkat persediaan yang harus dipertimbangkan untuk dilakukan pemesanan kembali agar tidak terjadi kekurangan persediaan (*shortage*). Dengan mempertimbangkan yang dimodelkan tingkat persediaan pemesanan sejumlah Q^* dihitung selama *lead time*, ditambah dengan persediaan cadangan (*safety stock*) yang biasanya mengacu kepada probabilitas.

Salah satu langkah dalam sistem persediaan adalah pembentukan model matematis masalah persediaan. Pembentukan model dilakukan untuk menentukan jumlah persediaan dan *reorder point* yang harus disiapkan setiap dilakukan pemesanan kembali kepada *supplier* secara lebih optimal sehingga dapat meminimumkan total biaya persediaan tahunannya.

B. Landasan Teori

Persediaan dapat diartikan sebagai barang-barang yang disimpan untuk digunakan atau dijual pada masa atau periode yang akan datang. Jika persediaan terlalu sedikit mengakibatkan risiko terjadinya kekurangan persediaan atau *shortage* karena seringkali bahan tidak dapat didatangkan secara mendadak dan sebesar yang dibutuhkan, yang menyebabkan terhentinya proses produksi, tertundanya penjualan, bahkan hilangnya pelanggan. Maka dari itu pengelolaan persediaan harus diatur agar dapat melayani kebutuhan dengan tepat dan dengan biaya yang rendah.

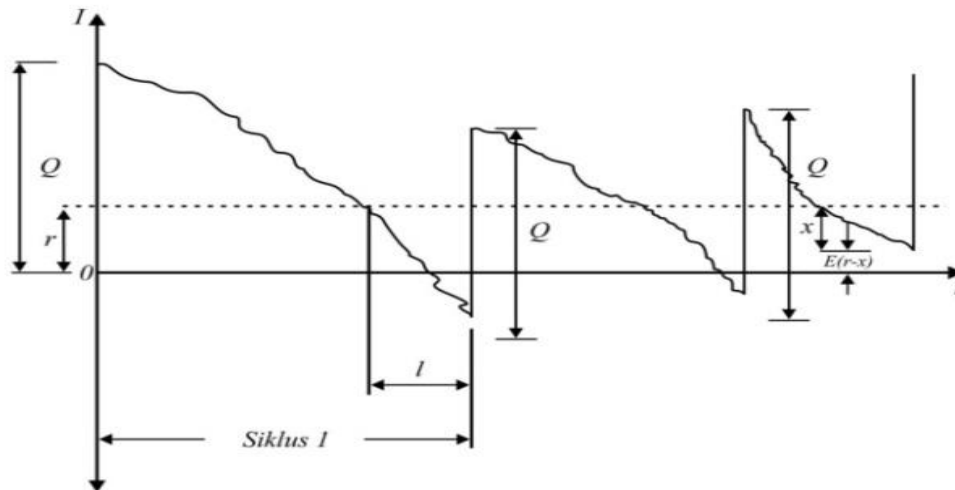
Setiap bagian aset di perusahaan pasti mempunyai biaya begitu juga dengan persediaan. Secara garis besar biaya yang terjadi pada persediaan adalah:

1. Biaya pemesanan (*order cost*) atau biaya persiapan (*set up cost*) adalah biaya yang dikeluarkan sehubungan dengan pemesanan barang.
2. Biaya simpan (*carrying cost / holding cost / storage cost*) adalah biaya yang dikeluarkan yang berhubungan dengan penyimpanan persediaan sampai persediaan tersebut dijual atau digunakan.
3. Biaya kekurangan persediaan (*shortage cost*) adalah biaya yang timbul saat persediaan habis atau tidak tersedia.

Dalam pengelolaan persediaan terdapat keputusan penting yang harus dilakukan, yaitu berapa banyak jumlah barang yang harus dipesan untuk setiap kali pengadaan persediaan, atau kapan pemesanan barang harus dilakukan. Setiap keputusan yang diambil tentunya mempunyai pengaruh terhadap besar biaya persediaan. Untuk pengambilan keputusan digunakan pendekatan yang sesuai dengan model persediaannya agar biaya total persediaan minimum.

Model probabilistik adalah model persediaan yang salah satu atau lebih parameternya tidak dapat diketahui dengan pasti dan harus diuraikan dengan distribusi probabilitas. Pertimbangan yang sangat penting di dalam setiap model probabilistik adalah adanya kemungkinan kekurangan persediaan. Masalah kekurangan persediaan dapat timbul karena naiknya tingkat pemakaian persediaan yang tidak diharapkan ataupun waktu penerimaan barang yang lebih lama dari *lead time* yang diharapkan.

Peristiwa kekurangan persediaan tersebut akan menimbulkan perusahaan kehilangan pelanggan karena perusahaan tidak dapat memenuhi permintaan konsumen. Masalah kekurangan persediaan dapat dihindari dengan membentuk persediaan cadangan atau lebih dikenal dengan istilah *safety stock*. Model persediaan probabilistik dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar 1. Model Persediaan Probabilistik

Berdasarkan model persediaan probabilistik diatas, diperoleh informasi mengenai kapan suatu perusahaan harus melakukan *reorder point* atau titik pemesanan kembali kepada *supplier* sehingga perusahaan tidak akan mengalami kekurangan persediaan. Apabila jumlah yang dipesan perusahaan habis, perusahaan masih dapat melayani permintaan konsumen karena perusahaan telah menyiapkan persediaan cadangan.

Asumsi yang digunakan pada model persediaan probabilistik sebagai berikut:

1. *Lead time* tetap.
2. Dapat terjadi kekurangan persediaan.
3. Distribusi permintaan selama *lead time* diketahui.

Tingkat permintaan selama *lead time* mengikuti distribusi *uniform* yaitu distribusi peluang yang paling sederhana. Suatu variabel x dikatakan terdistribusi secara *uniform* dalam $a \leq x \leq b$ jika fungsi kepadatannya adalah:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(b-a)} & a \leq x \leq b \\ 0 & x \text{ lainnya} \end{cases} \quad (1)$$

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

C_o biaya pemesanan setiap kali pesan, sedangkan untuk model biaya pemesanan bervariasi menjadi $C_o Q^{\hat{a}}$ yaitu fungsi dari jumlah pemesanan persiklus, dengan \hat{a} adalah bilangan *real* yang berada di interval $0 < \hat{a} < 1$.

Adapun yang digunakan adalah sistem *backorder* yaitu suatu kondisi dalam pendistribusian barang dimana barang yang dipesan belum dapat disediakan tetapi konsumen mau menunggu sampai datangnya barang. Apabila perusahaan tidak dapat memenuhi permintaan pembeli disaat itu juga, maka perusahaan tersebut menanggung beban yang disebut dengan biaya kekurangan persediaan.

Besarnya biaya ini tergantung pada banyaknya barang yang diminta tetapi barang tersebut tidak tersedia dan lamanya permintaan itu baru dapat dipenuhi.

Model permintaan yang bersifat probabilistik total biaya persediaan tahunannya berupa nilai ekspektasi. Model permintaan tersebut diimplementasikan melalui biaya pemesanan (OC) ditambah ekspektasi biaya simpan $\{E(HC)\}$ ditambah ekspektasi biaya kekurangan persediaan $\{E(BC)\}$. Model ekspektasi total minimum biaya persediaan tahunan dapat ditentukan sebagai berikut:

$$E[TC(Q,r)] = OC + E(HC) + E(BC) \quad (2)$$

1. Biaya pemesanan pada model ini adalah fungsi dari jumlah pemesanan persiklus. Jadi, untuk biaya pemesanannya dapat ditentukan oleh:

$$OC = C_o \bar{D} Q^{\hat{a}-1} \quad (3)$$

Keterangan:

- $C_o Q^{\hat{a}}$: fungsi dari jumlah pemesanan persiklus
 C_o : biaya pemesanan setiap kali pesan
 \hat{a} : suatu bilangan *real* yang terletak diantara 0 dan 1
 $\frac{\bar{D}}{Q}$: jumlah atau frekuensi pemesanan per tahun
 \bar{D} : rata-rata permintaan pertahun
 Q : jumlah yang dipesan persiklus

2. Biaya simpan dihitung berdasarkan tingkat persediaan bersih yang diharapkan pada awal dan akhir sebuah siklus. Jadi, rata-rata persediaan persiklus diketahui:

$$\bar{H} = \frac{Q + E(r-x) + E(r-x)}{2} = \frac{Q}{2} + E(r-x) \quad (4)$$

Ekspektasi biaya simpan dapat ditentukan dengan rumus:

$$E(HC) = C_h \left(\frac{Q}{2} + E(r-x) \right) \quad (5)$$

Keterangan:

- C_h : biaya simpan perunit pertahun
 \bar{H} : rata-rata persediaan persiklus
 $E(r-x)$: ekspektasi persediaan cadangan
 r : *reorder point*
 x : rata-rata permintaan selama *lead time*

3. Kekurangan persediaan terjadi ketika $x > r$. Dengan demikian, ekspektasi biaya kekurangan persediaan persiklus adalah:

$$\bar{B}(r) = \int_r^{\infty} (x-r)f(x) dx \quad (6)$$

Ekspektasi biaya kekurangan persediaan dapat ditentukan dengan rumus:

$$E(BC) = \frac{C_b \bar{D}}{Q} \int_r^{\infty} (x-r)f(x) dx \quad (7)$$

Keterangan:

- C_b : biaya kekurangan persediaan perunit
 $\bar{B}(r)$: ekspektasi biaya kekurangan persediaan persiklus
 $f(x)$: *probability density function* untuk permintaan x selama *lead time*

Dengan demikian model ekspektasi total minimum biaya persediaan tahunan dapat ditentukan sebagai berikut:

$$E[TC(Q,r)] = C_o \bar{D} Q^{\hat{a}-1} + C_h \left(\frac{Q}{2} + E(r-x) \right) + \frac{C_b \bar{D}}{Q} \int_r^{\infty} (x-r)f(x) dx \quad (8)$$

Waktu datangnya pesanan atau *lead time* tetap namun tingkat permintaannya berubah-ubah, sehingga tingkat permintaan selama *lead time* berdistribusi *uniform*, maka fungsi kepadatannya sama seperti persamaan (1).

Sehingga nilai ekspektasinya menjadi:

$$E(x) = \frac{b}{2} \tag{9}$$

Ekspektasi persediaan cadangannya menjadi:

$$E(r - x) = r - \frac{b}{2} \tag{10}$$

Ekspektasi biaya kekurangan persediaannya menjadi:

$$\bar{B}(r) = \frac{r^2}{2b} + \frac{b^2}{2b} - \frac{2br}{2b} \tag{11}$$

Dengan demikian ekspektasi biaya simpan $\{E(HC)\}$, dan ekspektasi biaya kekurangan persediaan $\{E(BC)\}$ menjadi:

$$E(HC) = C_h \left(\frac{Q}{2} + r - \frac{b}{2} \right) \tag{12}$$

$$E(BC) = \frac{C_b \bar{D}}{Q} \left(\frac{r^2}{2b} + \frac{b^2}{2b} - \frac{2br}{2b} \right) \tag{13}$$

Sehingga model persediannya menjadi:

$$E[TC(Q,r)] = C_o \bar{D} Q^{\hat{a}-1} + C_h \left(\frac{Q}{2} + r - \frac{b}{2} \right) + \frac{C_b \bar{D}}{Q} \left(\frac{r^2}{2b} + \frac{b^2}{2b} - \frac{2br}{2b} \right) \tag{14}$$

Untuk memenuhi permintaan konsumen perusahaan harus menyiapkan persediaan yang cukup. Setiap persediaan memerlukan biaya simpan untuk pemeliharannya. Tidak semua perusahaan memiliki biaya simpan yang besar. Beberapa perusahaan memiliki kendala dalam biaya simpan. Jumlah biaya simpan yang mereka miliki terbatas. Misalkan K adalah anggaran biaya simpan, sehingga batasan anggaran biaya simpan yang diharapkan menjadi:

$$C_h \left(\frac{Q}{2} + r - \frac{b}{2} \right) = K \tag{15}$$

Model persediaan probabilistik dengan kendala secara garis besar terdiri dari dua fungsi yaitu fungsi tujuan dan fungsi batasan. Fungsi tujuannya meminimumkan ekspektasi total biaya persediaan tahunan sedangkan fungsi batasannya anggaran biaya simpan yang diharapkan. Model matematikanya memiliki bentuk:

Fungsi tujuan:

$$E[TC(Q,r)] = C_o \bar{D} Q^{\hat{a}-1} + C_h \left(\frac{Q}{2} + r - \frac{b}{2} \right) + \frac{C_b \bar{D}}{Q} \left(\frac{r^2}{2b} + \frac{b^2}{2b} - \frac{2br}{2b} \right)$$

Fungsi Pembatas:

$$C_h \left(\frac{Q}{2} + r - \frac{b}{2} \right) = K \tag{16}$$

Penentuan nilai Q^* dan r^* dari persamaan (16) digunakan metode *Lagrange* sebagai pembantu pemecahan masalah optimasi dengan memasukan fungsi baru. Adapun model matematisnya berbentuk:

$$L(Q,r,\ddot{e}) = C_o \bar{D} Q^{\hat{a}-1} + C_h \left(\frac{Q}{2} + r - \frac{b}{2} \right) + \frac{C_b \bar{D}}{Q} \left(\frac{r^2}{2b} + \frac{b^2}{2b} - \frac{2br}{2b} \right) + \ddot{e} \left[C_h \left(\frac{Q}{2} + r - \frac{b}{2} \right) - K \right] \tag{17}$$

Variabel \ddot{e} digunakan untuk membentuk fungsi baru *lagrange*.

Nilai-nilai Q^* dan r^* diperoleh melalui turunan pertama persamaan (17) secara parsial dengan ruas kanan sama dengan nol dengan tujuan mencari titik ekstremumnya.

1. $\frac{\partial L}{\partial Q} = 0$
2. $\frac{\partial L}{\partial r} = 0$

Selanjutnya nilai Q^* dan r^* di cari secara simultan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menentukan turunan pertama dari persamaan (17) terhadap Q diperoleh:

$$(1 + \ddot{e})C_h b Q^{*2} + 2(\hat{a} - 1)C_o \bar{D} b Q^{*\hat{a}} - C_b \bar{D}(r - b)^2 = 0 \quad (18)$$

2. Menentukan turunan pertama dari persamaan (17) terhadap r diperoleh:

$$r^* = b \left(1 - \frac{(1 + \ddot{e})C_h}{C_b \bar{D}} Q^* \right) \quad (19)$$

3. Mensubstitusikan persamaan (19) ke persamaan (18) diperoleh:

$$Q^* = \left(\frac{2(1 - \hat{a})C_b C_o \bar{D}^2}{(1 + \ddot{e})C_h [C_b \bar{D} - (1 + \ddot{e})b C_h]} \right)^{\frac{1}{2 - \hat{a}}} \quad (20)$$

4. Mensubstitusikan persamaan (20) ke persamaan (19) diperoleh:

$$r^* = b \left(1 - \left(\frac{2(1 - \hat{a})C_o [(1 + \ddot{e})C_h]^{1 - \hat{a}} \bar{D}^{\hat{a}}}{C_b^{1 - \hat{a}} [C_b \bar{D} - (1 + \ddot{e})b C_h]} \right)^{\frac{1}{2 - \hat{a}}} \right) \quad (21)$$

Dari persamaan (20) dan (21) masing-masing memberikan nilai Q^* dan r^* . Prosedur ini adalah untuk mencari \ddot{e} di persamaan (20) dan (21) sampai nilai \ddot{e} ditemukan sehingga kendala berlaku untuk nilai-nilai yang berbeda dari \hat{a} .

Contoh Kasus

Dalam setiap tahun suatu perusahaan mengamati bahwa rata-rata permintaan produk “X” sebanyak 1000 unit/tahun. Biaya pemesanan C_o sebesar Rp. 400.000 setiap kali pesan. Dalam kasus ini biaya pemesanan untuk setiap kali pesan adalah suatu fungsi dari jumlah pemesanan persiklus yaitu $C_o Q^{\hat{a}}$ dengan \hat{a} adalah bilangan *real* yang terletak diantara 0 dan 1. Biaya simpan per unit/tahun sebesar Rp. 6.000. Data historis menunjukkan bahwa periode waktu datangnya pesanan atau *lead time* tetap namun permintaan selama *lead time* berdistribusi *uniform* dengan interval 0–100 unit. Pada saat persediaan sudah habis diberlakukan *backorder* dan dikenakan biaya sebesar Rp. 20.000 per unit/tahun. Perusahaan tersebut mengalami keterbatasan biaya simpan sebesar Rp. 1.300.000 per tahun. Tentukan nilai Q^* dan r^* sehingga dapat meminimumkan ekspektasi total biaya persediaan tahunannya.

Penyelesaian:

Dari uraian diatas diperoleh data sebagai berikut:

$$\bar{D} = 1000 \text{ unit/tahun}$$

$$C_o = \text{Rp. } 400.000 \text{ untuk setiap kali pesan}$$

$$\hat{a} = \text{bilangan } \textit{real} \text{ antara } 0 \text{ dan } 1$$

$$C_h = \text{Rp. } 6.000 \text{ per unit/tahun}$$

$$C_b = \text{Rp. } 20.000 \text{ per unit/tahun}$$

$$K = \text{Rp. } 1.300.000 \text{ per tahun}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{100} & 0 \leq x \leq 100 \\ 0 & x \text{ lainnya} \end{cases}$$

Langkah-langkah yang dilakukan untuk menentukan nilai Q^* dan r^* sehingga dapat meminimumkan ekspektasi total biaya persediaan tahunannya sebagai berikut:

1. Menghitung nilai ekspektasi

$$E(x) = \frac{b}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

2. Menghitung nilai Q^* dan r^*

Penentuan nilai Q^* dan r^* menggunakan persamaan (20) dan persamaan (21) dengan simulasi $\hat{\alpha}$ dalam interval $0,05 \leq \hat{\alpha} \leq 0,40$ dan nilai $\ddot{e} = 0,3476; 0,6640; 1,0397; 1,4801; 1,9891; 2,5681; 3,2156; 3,9259$, kemudian di hitung nilai Q dan r . Selanjutnya pilih nilai λ , Q , dan r yang memenuhi kendala, dimana biaya simpan yang dikeluarkan harus mendekati Rp. 1.300.000 per tahun.

3. Menghitung ekspektasi total minimum biaya persediaan tahunan dengan biaya simpan terbatas

Untuk menghitung ekspektasi total minimum biaya persediaan tahunan dengan biaya simpan terbatas, terdapat biaya-biaya lain didalamnya yaitu menghitung biaya pemesanan menggunakan persamaan (3), menghitung ekspektasi biaya simpan menggunakan persamaan (5), menghitung ekspektasi biaya kekurangan persediaan menggunakan persamaan (7), dan untuk menghitung ekspektasi total minimum biaya persediaan tahunan dengan biaya simpan terbatas menggunakan persamaan (17).

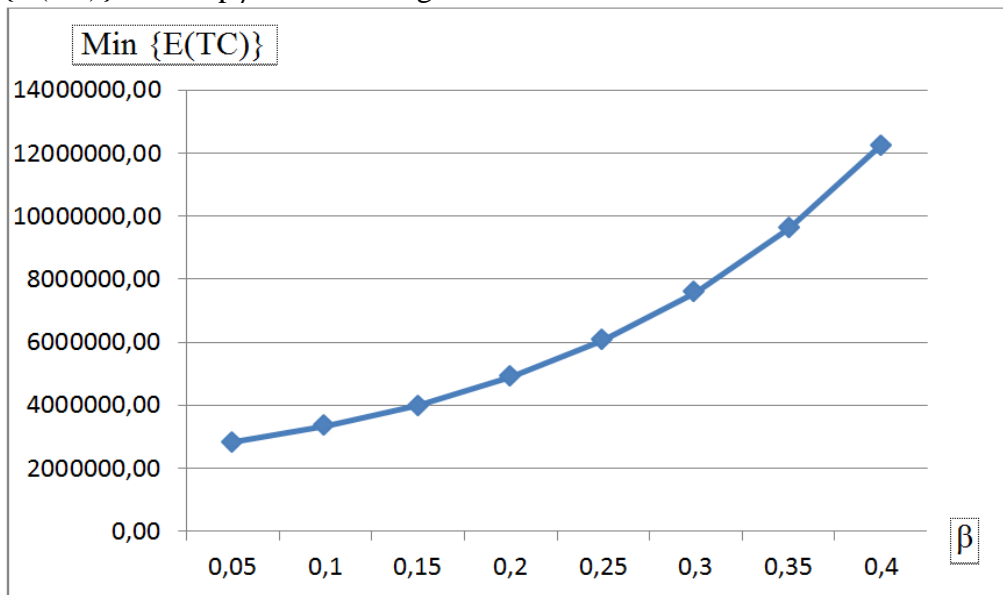
Dari perhitungan tersebut diperoleh nilai \ddot{e}^* , Q^* dan r^* yang meminimumkan jumlah biaya persediaan tahunannya. Untuk lebih jelasnya dapat di lihat pada tabel berikut.

Tabel 1. Nilai \ddot{e}^* , Q^* dan r^* yang Meminimumkan Ekspektasi Total Biaya Persediaan Tahunan untuk Nilai-Nilai yang Berbeda dari β

$\hat{\alpha}$	\ddot{e}^*	Q^*	r^*	OC	$E(HC)$	$E(BC)$	$Min \{E(TC)\}$
0,05	0,3476	362,6598	85,3384	1.480.933,61	1.300.009,63	59.273,95	2.840.220,54
0,10	0,6640	370,3070	81,5143	1.951.435,57	1.300.006,76	92.280,75	3.343.727,57
0,15	1,0397	379,8177	76,7586	2.566.971,64	1.300.004,55	142.216,60	4.009.197,53
0,20	1,4801	391,6104	70,8630	3.371.138,66	1.300.009,27	216.787,94	4.887.949,60
0,25	1,9891	406,1825	63,5764	4.420.985,37	1.300.005,90	326.621,39	6.047.624,40
0,30	2,5681	424,1420	54,5986	5.791.646,95	1.300.017,46	485.990,57	7.577.699,82
0,35	3,2156	446,1938	43,5708	7.583.499,73	1.300.006,05	713.649,33	9.597.174,55
0,40	3,9259	473,1861	30,0740	9.932.093,79	1.300.002,14	1.033.345,75	12.265.450,06

Berdasarkan tabel diatas diperoleh nilai yang paling kecil $Q^* = 362,6598$ unit dan $r^* = 85,3384$ unit serta ekspektasi total minimum biaya persediaan tahunannya sebesar Rp 2.840.220,54 dengan $\beta = 0,05$ dan $\ddot{e} = 0,3476$. Dan untuk nilai yang paling besar $Q^* = 473,1861$ unit dan $r^* = 30,0740$ unit serta ekspektasi total minimum biaya persediaan tahunannya sebesar Rp 12.265.450,06 dengan $\beta = 0,40$ dan $\ddot{e} = 3,9259$.

Secara grafis, nilai ekspektasi total minimum biaya persediaan tahunan atau $\min \{E(TC)\}$ terhadap β adalah sebagai berikut:



Gambar 2. Grafik $\min \{E(TC)\}$ Terhadap Nilai-Nilai yang Berbeda dari β

Berdasarkan grafik, semakin besar nilai β maka semakin besar pula ekspektasi total minimum biaya persediaan tahunannya. Sebaliknya semakin kecil nilai β maka semakin kecil pula ekspektasi total minimum biaya persediaan tahunannya.

D. Kesimpulan

Model persediaan *backorder* dengan biaya pemesanan bervariasi dan biaya simpan terbatas serta permintaan selama *lead time* berdistribusi *uniform* memiliki bentuk sebagai berikut $L(Q, r, \bar{e}) = C_o \bar{D} Q^{\hat{a}-1} + C_h \left(\frac{Q}{2} + r - \frac{b}{2} \right) + \frac{C_b \bar{D}}{Q} \left(\frac{r^2}{2b} + \frac{b^2}{2b} - \frac{2br}{2b} \right) + \bar{e} \left[C_h \left(\frac{Q}{2} + r - \frac{b}{2} \right) - K \right]$. Penentuan nilai Q^* dan r^* dengan simulasi. Simulasi dilakukan dengan nilai β dalam interval $0,05 \leq \hat{a} \leq 0,40$. Untuk setiap nilai β ditentukan nilai λ sehingga diperoleh $\bar{e} = 0,3476; 0,6640; 1,0397; 1,4801; 1,9891; 2,5681; 3,2156; 3,9259$. Pilih nilai Q^* dan r^* yang memenuhi kendala. Berdasarkan hasil perhitungan ekspektasi total minimum biaya persediaan tahunan terkecil berada di $\beta = 0,05$ yaitu Rp 2.840.220,54 dengan $Q^* = 362,6598$ unit dan $r^* = 85,3384$ unit. Semakin besar nilai β semakin besar ekspektasi total minimum biaya persediaan tahunannya.

E. Saran

Dalam penulisan ini, ekspektasi biaya simpan yang perusahaan keluarkan harus sama dengan biaya simpan yang perusahaan miliki. Untuk penulisan yang selanjutnya disarankan ekspektasi biaya simpan yang perusahaan keluarkan menggunakan pertidaksamaan lebih kecil atau sama dengan.

Daftar Pustaka

- Budhi, Wono Setya. 2001. *Kalkulus Peubah Banyak dan Penggunaannya*. Bandung: ITB.
- El-Wakeel, Mona F. 2011. “Constrained backorders inventory system with varying order cost: Lead time demand uniformly distributed”. *Journal of King Saud University – Science* (2012) 24, 285–288.
- Hillier, Frederick S. dan Lieberman, Gerald J. 2008. *Introduction to Operations Research Eight Edition*. Buku 2. Diterjemahkan oleh: Dewa, Parama Kartika dkk. Yogyakarta: ANDI Yogyakarta.
- Mairy, du. 2003. *Matematika Terapan untuk Bisnis dan Ekonomi*. Yogyakarta: BPFE – Yogyakarta.
- Render, Barry. dan Heizer, Jay. 2001, *Prinsip-Prinsip Manajemen Operasi*. Diterjemahkan oleh: Ariyoto, Kresnohadi. Jakarta: Salemba Empat.
- Siswanto. 2006. *Operations Research Jilid 2*. Bogor: Erlangga
- Sriyono, D. 2009. *Matematika Ekonomi dan Keuangan*. Yogyakarta: ANDI Yogyakarta.
- Subar. 2013. *Statistika Matematika, Probabilitas Distribusi, dan Asimetris dalam Statistika*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Taha, Hamdy A. 2002. *Operations Research An Introduction Seventh Edition*. New Delhi: Prentice-Hall Of India.