

Solusi dan Analisis Sensitivitas Program Linier Menggunakan *Big-M* dan *Solver*

The Solution And The Sensitivity Analysis Of Linear Programming Used Big-M And Solver

¹Melinda Hidayati, ²Yani Ramdani, ³Farid Hirji Badruzzaman

^{1,2,3}Prodi Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Islam Bandung,

Jl. Tamansari No.1 Bandung 40116

Email : ¹melindahidayati10@gmail.com, ²yani_ramdani@ymail.com, ³faridhbadruzzaman@yahoo.com

Abstrack. The allocation problems of limited resources between fisibel solutions that arise can be formed in the linear programming. Linear programming used mathematical model to describe the issue. The sensitivity analysis can be done at the optimal solution to examine the changing influence at the coefficients of the model. The purpose of this research compute the optimal solution problems of linear programming with the purpose to minimize or to maximize can be used Big-M method and solver method. The linear programming problems with the purpose function to maximize to result $Z=98,18$; $X_1=4,11$; and $X_3=1,82$. The linear programming problems with the purpose function to minimize to result $Z =241,71$; $X_1=1,14$; and $X_3=2,43$. The sensitivity analysis used the solver method to maximize to result: 1) The changing at the objective function coefficients for non-base variable can be done $6 \leq C_2 < 29,91$. 2) The changing at the objective function coefficients for base variables can be done $18 \leq C_1 \leq 20$ and $9 \leq C_3 \leq 10$. 3) The Changing at the right-hand side of constraints, can be done $10 < b_2 < 120$ and $2,5 < b_3 \leq 12,78$. No binding constraints, can be done $18,18 \leq b_1 \leq 24$. The sensitivity analysis used the solver method to minimize to result: 1) The changing a the objective function coefficients for non-base variables can be done $54,29 < C_2 \leq 72$. 2) The changing at the objective function coefficients for base variables can be done $46,8 < C_1 \leq 135$ and $37,33 < C_3 \leq 71,27$. 3) The changing at the right-hand side constraints, binding constraints can be done $120 < b_1 \leq 225$ and $174 \leq b_2 < 300$. Not binding constraints, can be done $150 \leq b_3 \leq 157,14$.

keywords: linear programming, technic big-m, solver, sensitivity analysis

Abstrak. Persoalan alokasi sumber daya terbatas diantara solusi fisibel yang muncul dapat diselesaikan dengan program linier. Program linier menggunakan model matematis untuk menggambarkan persoalan tersebut. Dari solusi optimal dapat dilakukan analisis sensitivitas untuk meneliti pengaruh bila terjadi perubahan pada koefisien model tersebut. Tujuan penulisan adalah menghitung solusi optimal persoalan program linier dengan tujuan memaksimumkan dan meminimumkan menggunakan teknik *Big-M* dan *solver* serta menganalisis sensitivitas solusi optimal jika dilakukan perubahan pada koefisien-koefisiennya. Persoalan dengan fungsi tujuan memaksimumkan menghasilkan $Z=98,18$; $X_1=4,09$; dan $X_3=1,82$. Persoalan dengan fungsi tujuan meminimumkan $Z=241,71$; $X_1=1,14$; dan $X_3=2,43$. Analisis sensitivitas menggunakan *solver* untuk memaksimumkan menghasilkan: 1) Perubahan koefisien fungsi tujuan untuk variabel nonbasis dapat dilakukan $6 \leq C_2 < 29,91$. 2) Perubahan koefisien fungsi tujuan untuk variabel basis dapat dilakukan $18 \leq C_1 \leq 20$ dan $9 \leq C_3 \leq 10$. 3) Perubahan pada ruas kanan suatu pembatas, *binding constraints* dapat dilakukan $10 < b_2 < 120$ dan $2,5 < b_3 \leq 12,78$. *Not binding constraints*, dapat dilakukan $18,18 \leq b_1 \leq 24$. Analisis sensitivitas dengan menggunakan *solver* untuk meminimumkan menghasilkan: 1) Perubahan koefisien fungsi tujuan untuk variabel nonbasis dapat dilakukan $54,29 < C_2 \leq 72$. 2) Perubahan koefisien fungsi tujuan untuk variabel basis dapat dilakukan $46,8 < C_1 \leq 135$ dan $37,33 < C_3 \leq 71,27$. 3) Perubahan pada ruas kanan pembatas, *binding constraints* dapat dilakukan $120 < b_1 \leq 225$ dan $174 \leq b_2 < 300$. *Not binding constraints*, dapat dilakukan $150 \leq b_3 \leq 157,14$.

kata kunci : program linier, teknik big-m, solver, analisis sensitivitas

A. Pendahuluan

Program linier menggunakan model matematis untuk menggambarkan persoalan dengan alokasi sumber daya terbatas. Bentuk baku model program linear terdiri dari fungsi tujuan, fungsi pembatas, dan pembatas tanda. Fungsi tujuan berupa memaksimalkan atau meminimumkan dengan bentuk $Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j$. Fungsi pembatas berbentuk persamaan atau pertidaksamaan linear yang dibatasi sumber daya $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} b_i$ dan pembatas tanda selalu bernilai nonnegatif yaitu $x_j \geq 0$. Model program linier memiliki koefisien-koefisien (a_{ij}, b_i, c_j) . c_j merupakan kenaikan dalam Z akibat kenaikan setiap unit dalam x_j (kegiatan j), b_i merupakan jumlah sumber daya yang tersedia untuk dialokasikan dalam kegiatan, dan a_{ij} merupakan jumlah sumber daya i yang digunakan oleh setiap unit kegiatan j . Untuk menentukan solusi program linier memiliki beberapa cara yang dapat digunakan yaitu metode grafik, metode simpleks, *Big-M*, dua fase dan *solver*. Berdasarkan solusi optimal persoalan program linier dapat dilakukan analisis sensitivitas untuk meneliti pengaruh bila terjadi perubahan pada koefisien model program linier.

B. Landasan Teori

Program linier menurut Dimiyati (1992) adalah perencanaan aktivitas-aktivitas untuk memperoleh suatu hasil yang optimum, yaitu suatu hasil yang mencapai tujuan terbaik di antara seluruh alternatif yang fisibel. Model matematis program linear adalah sebagai berikut:

Fungsi Tujuan:

$$\text{Maksimumkan/minimumkan } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n = \sum_{j=1}^n c_jx_j$$

Fungsi pembatas:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n & \begin{matrix} \leq \\ \geq \\ = \end{matrix} b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n & \begin{matrix} \leq \\ \geq \\ = \end{matrix} b_2 \\ \vdots & \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n & \begin{matrix} \leq \\ \geq \\ = \end{matrix} b_m \end{aligned}$$

Pembatas tanda $x_j \geq 0$

Di mana,

- x_j : variabel keputusan ke- j
- c_j : koefisien fungsi tujuan ke- j
- b_i : kapasitas kendala ke- i
- a_{ij} : koefisien fungsi kendala ke- i
untuk variabel keputusan ke- j
 $i : 1, 2, \dots, m$
 $j : 1, 2, \dots, n$

Adakalanya pembatas dari suatu model program linier merupakan kombinasi dari $\leq/\geq/=$. Fungsi pembatas menggunakan pertidaksamaan dengan tanda " \geq ", " \leq " atau " $=$ " dapat diselesaikan dengan teknik *Big-M* atau teknik dua fase.

Menurut Arifin (2007) *solver* merupakan salah satu perangkat tambahan (*add-ins*) yang digunakan untuk memecakan kasus yang rumit yang terdapat dalam program aplikasi *Microsoft office*.

Harmon (2011) menyatakan dalam *solver* ada tiga metode yang digunakan :

1. *Evolutionary method* : *Evolutionary* akan digunakan jika melibatkan fungsi diskontinu.
2. *Generalized Reduced Gradient nonlinear (GRG nonlinear) method* : GRG nonlinier akan digunakan jika melibatkan variabel keputusan atau pembatas merupakan fungsi nonlinier dan kontinu.
3. *Simplex linear programming (simplex LP) method* : Simplex LP akan digunakan jika melibatkan semua variabel keputusan atau pembatas merupakan fungsi linear.

Analisis sensitivitas menjelaskan sampai sejauh mana koefisien-koefisien model program linear dapat berubah tanpa merubah solusi optimal. Perubahan koefisien pada program linear dapat dilakukan pada fungsi tujuan untuk variabel nonbasis dan variabel basis, pada ruas kanan suatu pembatas, dan pada kolom untuk suatu variabel nonbasis. Selain melakukan perubahan pada koefisien model program linear, dapat juga dilakukan penambahan suatu variabel atau aktifitas baru dan pembatas baru. Tetapi hanya akan dilakukan perubahan pada fungsi tujuan untuk variabel nonbasis, variabel basis, dan pada ruas kanan suatu pembatas dengan menggunakan *solver*.

C. Pembahasan

Solusi Persoalan Program Linier dengan Tujuan Memaksimumkan

Sebuah perusahaan membuat 3 jenis produk yaitu A, B dan C. Perusahaan memikirkan berapa banyak produksi setiap unit agar perusahaan memperoleh profit yang maksimum. Dengan tenaga kerja paling banyak 24 orang dalam pembuatan setiap produk. Harapan perusahaan dapat menghasilkan paling sedikit 30 unit setiap kali produksi, dan dana untuk upah harus sama dengan \$10.

Tabel 1. Data persoalan perusahaan

	A	B	C
Tenaga kerja	4	3	1
Produksi	2	4	12
Upah (\$/unit)	2	3	1
Harga Jual (\$/unit)	20	6	9

Dari data diatas maka perusahaan mengharapkan untuk dapat memaksimumkan profit setiap kali produksi. Untuk dapat menyelesaikan persoalan dengan tujuan memaksimumkan program linier diatas maka terlebih dahulu membuat formulasi program linier dalam bentuk baku, sebagai berikut :

Diketahui : x_1 = Produk A
 x_2 = Produk B
 x_3 = Produk C

Memaksimumkan $Z = 20x_1 + 6x_2 + 9x_3$

Pembatas $4x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 24$

$2x_1 + 4x_2 + 12x_3 \geq 30$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 10$$

Pembatas Tanda $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Persoalan ini diselesaikan dengan dua cara, yaitu teknik *Big-M* dan *solver* selanjutnya dilakukan analisis sensitivitas pada persoalan dengan tujuan memaksimalkan.

Tabel 2. Solusi dari *Big-M* Persoalan dengan Tujuan Memaksimalkan

Iterasi	BV	Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	R_1	R_2	Solusi	Rasio
Awal	Z	1	-20-4M	-6-7M	-9-13M	0	M	0	0	-40M	
	S_1	0	4	3	1	1	0	0	0	24	24
	R_1	0	2	4	12	0	-1	1	0	30	2,5
	R_2	0	2	3	1	0	0	0	1	10	10
Akhir	Z	1	0	$\frac{263}{11}$	0	0	$\frac{1}{11}$	$-\frac{1}{11}+M$	$\frac{111}{11}+M$	$\frac{1080}{11}$	
	S_1	0	0	$-\frac{32}{11}$	0	1	$-\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$-\frac{23}{11}$	$\frac{64}{11}$	
	x_3	0	0	$\frac{1}{11}$	1	0	$-\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$-\frac{1}{11}$	$\frac{20}{11}$	
	x_1	0	1	$\frac{16}{11}$	0	0	$\frac{1}{22}$	$-\frac{1}{22}$	$\frac{6}{11}$	$\frac{45}{11}$	

Berdasarkan perhitungan dengan menggunakan teknik *Big-M* maka didapatkan solusi optimal : $Z = \frac{1080}{11} = 98,18$; $x_1 = \frac{45}{11} = 4,09$; $x_3 = \frac{20}{11} = 1,82$; dan $S_1 = \frac{64}{11} = 5,82$.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3								
4			x_1	x_2	x_3			
5			Koefisien Fungsi Tujuan			20	6	9
6			Solusi dari Variabel Keputusan			4,090909091	0	1,81818182
7								
8			Pembatas				Penggunaan Kapasitas	Kapasitas Tersedia
9			4	3	1	18,18181818	≤	24
10			2	4	12	30	≤	30
11			2	3	1	10	≤	10
12								
13			Solusi Optimal			98,18181818		
14								

Gambar 1. Solusi dari *solver* Persoalan dengan Tujuan Memaksimalkan

Berdasarkan perhitungan dengan menggunakan *solver* maka didapatkan solusi optimal: $Z = 98,18$; $S_1 = 5,82$; $x_3 = 1,82$; dan $x_1 = 4,09$.

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$C\$6	Solusi dari Variabel Keputusan	4,090909091	0	20	1E+30	2
\$D\$6	Solusi dari Variabel Keputusan	0	-23,90909091	6	23,90909091	1E+30
\$E\$6	Solusi dari Variabel Keputusan	1,818181818	0	9	1	263

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$F\$10	Penggunaan Kapasitas	30	-0,090909091	30	90	20
\$F\$11	Penggunaan Kapasitas	10	10,09090909	10	2,782608696	7,5
\$F\$9	Penggunaan Kapasitas	18,18181818	0	24	1E+30	5,818181818

Gambar 2. Analisis Sensitivitas Persoalan dengan Tujuan Memaksimumkan

Analisis sensitivitas dengan menggunakan *solver* pada persoalan dengan fungsi tujuan memaksimumkan menghasilkan:

1. Perubahan koefisien fungsi tujuan untuk variabel nonbasis, variabel keputusan untuk persoalan dengan fungsi tujuan memaksimumkan adalah x_2 . Perubahan dapat dilakukan pada $6 \leq c_2 < 29,91$.
2. Perubahan koefisien fungsi tujuan untuk variabel basis, variabel keputusan basis untuk persoalan dengan fungsi tujuan memaksimumkan adalah x_1 dan x_3 . Perubahan dapat dilakukan pada $18 \leq c_1 \leq 20$ dan dapat dilakukan pada $9 \leq c_3 \leq 10$.
3. Perubahan pada ruas kanan suatu pembatas, *binding constraints* untuk persoalan dengan fungsi tujuan memaksimumkan adalah \$H\$10 dan \$H\$11. Perubahan dapat dilakukan pada $10 < b_2 < 120$ dan dapat dilakukan pada $2,5 < b_3 \leq 12,78$. *Not binding constraints* adalah \$H\$9, perubahan dapat dilakukan pada $18,18 \leq b_1 \leq 24$.

Solusi Persoalan Program Linier dengan Tujuan Meminimumkan

Seorang petani beternak kambing untuk dijual, dan ia ingin menentukan jumlah berbagai jenis pakan yang harus diberikan kepada setiap kambing untuk memenuhi persyaratan gizi dengan biaya minimum. Jumlah unit untuk setiap jenis pakan disajikan dalam tabel 3, bersama dengan kebutuhannya per hari dan biayanya.

Tabel 3. Data pakan kambing

Unsur gizi pokok	Kilogram Jagung	Kilogram Taukage	Kilogram Alfafa	Minuman Kebutuhan per hari
Karbohidrat	90	20	40	200
Protein	30	80	60	180
Vitamin	10	20	60	150
Biaya	84	72	60	

Dari data diatas maka petani mengharapkan untuk dapat meminimumkan biaya dengan gizi yang cukup untuk kambing ternaknya.

Untuk dapat menyelesaikan persoalan diatas, maka terlebih dahulu membuat formulasi program linier dalam bentuk baku, sebagai berikut :

Diketahui : x_1 = Kilogram Jagung
 x_2 = Kilogram Taukage
 x_3 = Kilogram Alfafa

Meminimumkan $Z = 84x_1 + 72x_2 + 60x_3$
 Pembatas $90x_1 + 20x_2 + 40x_3 \geq 200$
 $30x_1 + 80x_2 + 60x_3 \geq 180$
 $10x_1 + 20x_2 + 60x_3 \geq 150$
 Pembatas Tanda $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Persoalan ini diselesaikan dengan dua cara, yaitu teknik *Big-M* dan *solver* selanjutnya dilakukan analisis sensitivitas pada persoalan dengan Tujuan Meminimumkan.

Tabel 4. Solusi dari *Big-M* Persoalan dengan Tujuan Meminimumkan

Berdasarkan perhitungan dengan menggunakan teknik *Big-M* maka didapatkan solusi optimal : $Z = \frac{1692}{7} = 241,71$; $x_1 = \frac{8}{7} = 1,14$; $x_3 = \frac{17}{7} = 2,43$; dan $S_3 = \frac{50}{7} = 7,14$.

Iterasi	BV	Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	R_1	R_2	R_3	Solusi	Rasio
Awal	Z	1	-84 + 130M	-72 + 120M	-60 + 160M	-M	-M	-M	0	0	0	530M	
	R_1	0	90	20	40	-1	0	0	1	0	0	200	5
	R_2	0	30	80	60	0	-1	0	0	1	0	180	3
	R_3	0	10	20	60	0	0	-1	0	0	1	150	$\frac{5}{2}$
Akhir	Z	1	0	$-\frac{124}{7}$	0	$-\frac{27}{35}$	$-\frac{17}{35}$	0	$\frac{27}{35} - M$	$\frac{17}{35} - M$	-M	$\frac{1692}{7}$	
	x_1	0	1	$-\frac{10}{21}$	0	$-\frac{1}{70}$	$\frac{1}{105}$	0	$\frac{1}{70}$	$-\frac{1}{105}$	0	$\frac{8}{7}$	
	S_3	0	0	$\frac{1460}{21}$	0	$\frac{2}{7}$	$-\frac{25}{21}$	1	$\frac{2}{7}$	$-\frac{25}{21}$	-1	$\frac{50}{7}$	
	x_3	0	0	$\frac{11}{7}$	1	$\frac{1}{140}$	$-\frac{3}{140}$	0	$-\frac{1}{140}$	$\frac{3}{140}$	0	$\frac{17}{7}$	

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2				x_1	x_2	x_3			
3			Koefisien Fungsi Tujuan	84	72	60			
4			Solusi dari Variabel Keputusan	1,142857143	0	2,428571429			
5									
6			Pembatas				Penggunaan Kapasitas		Kapasitas Tersedia
7				90	20	40	200	IV	200
8				30	80	60	180	IV	180
9				10	20	60	157,1428571	IV	150
10									
11			Solusi Optimal	241,7142857					

Gambar 3. Solusi dari *solver* Persoalan dengan Tujuan Meminimumkan

Berdasarkan perhitungan dengan menggunakan *solver* maka didapatkan solusi optimal : $Z=241,71$; $x_1=1,14$; dan $x_3=2,43$.

A	B	C	D	E	F	G	H
1	Microsoft Excel 14.0 Sensitivity Report						
2	Worksheet: [Book1.xlsx]Sheet2						
3	Report Created: 06/07/2016 22:56:36						
4							
5							
6	Variable Cells						
7			Final	Reduced	Objective	Allowable	Allowable
8	Cell	Name	Value	Cost	Coefficient	Increase	Decrease
9	\$D\$4	Solusi dari Variabel Keputusan	1,142857143	0	84	51	37,2
10	\$E\$4	Solusi dari Variabel Keputusan	0	17,71428571	72	1E+30	17,71428571
11	\$F\$4	Solusi dari Variabel Keputusan	2,428571429	0	60	11,27272727	22,66666667
12							
13	Constraints						
14			Final	Shadow	Constraint	Allowable	Allowable
15	Cell	Name	Value	Price	R.H. Side	Increase	Decrease
16	\$G\$7	Penggunaan Kapasitas	200	0,771428571	200	25	80
17	\$G\$8	Penggunaan Kapasitas	180	0,485714286	180	120	6
18	\$G\$9	Penggunaan Kapasitas	157,1428571	0	150	7,142857143	1E+30
19							

Gambar 4. Analisis Sensitivitas Persoalan dengan Tujuan Meminimumkan

Analisis sensitivitas dengan menggunakan *solver* pada persoalan dengan fungsi tujuan meminimumkan menghasilkan:

1. Perubahan koefisien fungsi tujuan untuk variabel nonbasis, variabel keputusan untuk persoalan dengan fungsi tujuan meminimumkan adalah X_2 . Perubahan dapat dilakukan pada $54,29 < C_2 \leq 72$.
2. Perubahan koefisien fungsi tujuan untuk variabel basis, variabel keputusan basis untuk persoalan dengan fungsi tujuan meminimumkan adalah X_1 dan X_3 . Perubahan dapat dilakukan pada $46,8 < C_1 \leq 135$ dan dapat dilakukan pada $37,33 < C_3 \leq 71,27$.
3. Perubahan pada ruas kanan suatu pembatas, *binding constraints* untuk persoalan dengan fungsi tujuan meminimumkan adalah \$I\$7 dan \$I\$8. Perubahan dapat dilakukan pada $120 < b_1 \leq 225$ dan dapat dilakukan pada $174 \leq b_2 < 300$. *Not binding constraints* adalah \$I\$9, dapat dilakukan pada $150 \leq b_3 \leq 157,14$.

D. Kesimpulan

Berdasarkan perhitungan pada persoalan dengan fungsi tujuan memaksimumkan dengan penyelesaian menggunakan teknik *Big-M* dan *solver* menghasilkan $Z = \frac{1080}{11} = 98,18$; $x_1 = \frac{45}{11} = 4,09$; $x_3 = \frac{20}{11} = 1,82$; dan $S_1 = \frac{64}{11} = 5,82$.

Berdasarkan perhitungan pada persoalan dengan fungsi tujuan meminimumkan dengan penyelesaian menggunakan teknik *Big-M* dan *solver* menghasilkan $Z = \frac{1692}{7} = 241,71$; $x_1 = \frac{8}{7} = 1,14$; $x_3 = \frac{17}{7} = 2,43$; dan $S_3 = \frac{50}{7} = 7,14$.

Analisis sensitivitas dengan menggunakan *solver* pada persoalan dengan fungsi tujuan memaksimumkan menghasilkan: 1) Perubahan koefisien fungsi tujuan untuk variabel nonbasis diperbolehkan pada C_2 adalah $6 \leq C_2 < 29,91$. 2) Perubahan koefisien fungsi tujuan untuk variabel basis, diperbolehkan pada C_1 adalah $18 \leq C_1 \leq 20$ dan diperbolehkan pada C_3 adalah $9 \leq C_3 \leq 10$. 3) Perubahan pada ruas kanan suatu pembatas. *Pembatas binding constraints*, diperbolehkan pada b_2 adalah $10 < b_2 < 120$ dan diperbolehkan pada b_3 adalah $2,5 < b_3 \leq 12,78$. *Not binding constraints* diperbolehkan pada b_1 adalah $18,18 \leq b_1 \leq 24$.

Analisis sensitivitas dengan menggunakan *solver* pada persoalan dengan fungsi tujuan meminimumkan menghasilkan: 1) Perubahan koefisien fungsi tujuan untuk variabel nonbasis diperbolehkan pada C_2 adalah $54,29 < C_2 \leq 72$. 2) Perubahan koefisien fungsi tujuan untuk variabel basis, diperbolehkan pada C_1 adalah $46,8 < C_1 \leq 135$ dan diperbolehkan pada C_3 adalah $37,33 < C_3 \leq 71,27$. 3) Perubahan pada ruas kanan suatu pembatas. *Binding constraints*, diperbolehkan pada b_1 adalah $120 < b_1 \leq$

225 dan diperbolehkan pada b_2 adalah $174 \leq b_2 < 300$. *Not binding constraints*, diperbolehkan pada b_3 adalah $150 \leq b_3 \leq 157,14$.

Daftar Pustaka

- Arifin, J. 2007. *Aplikasi Excel dalam Solver Bisnis Terapan*. Jakarta. Elex Media Komputindo.
- Dimiyati, T. T. dan. A. Dimiyati. 1992. *Operations Research: Model-model Pengambilan Keputusan*. Bandung. Sinar Baru Algensindo.
- Harmon, M. 2011. *Step by Step Optimization with Excel Solver*. (Online). (<http://excelmasterseries.com/D-Loads/New-Manuals/Step-By-Step-Optimization-S.pdf>). Diakses 23 Mei 2016).
- Hiller, F.S. dan G.J. Lieberman. 1990. *Pengantar Riset Operasi*. Edisi Kelima Jilid 1. Diterjemahkan oleh: Gunawan, Ellen dan A.W. Mulia. Erlangga. Jakarta.
- Siswanto. 2007. *Operations Research Jilid 1*. Jakarta. Erlangga.