

Model Perhitungan Premi Asuransi Jiwa Berjangka Secara Diskrit dan Kontinu

¹Nyayu Dita Khairunnisa, ²Onoy Rohaeni, ³Yurika Permanasari

^{1,2,3}Prodi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung,
Jl. Tamansari No.1 Bandung 40116

e-mail : ¹diethacerry@gmail.com, ²onoyrohaeni@gmail.com, ³yurikakoe@gmail.com

Abstrak. Asuransi jiwa merupakan asuransi yang menangani resiko yang terjadi dalam hidup manusia. Perusahaan asuransi adalah pihak yang menanggung resiko sebagai imbalannya perusahaan asuransi menerima sejumlah premi tertanggung. Ada dua cara menghitung premi yaitu perhitungan premi diskrit dan perhitungan premi kontinu. Pembayaran premi pada asuransi jiwa berjangka dalam skripsi ini adalah pembayaran premi yang dilakukan sekaligus atau biasa disebut premi tunggal. Premi yang akan dihitung adalah premi bersih sehingga yang diperhitungkan hanya mortalita dan tingkat bunga. Berdasarkan contoh kasus nilai premi diskrit lebih kecil dari nilai premi kontinu disebabkan oleh mortalita, tingkat bunga dan faktor usia. Pada faktor mortalita dalam perhitungan premi diskrit didalamnya terdapat jumlah dari perkalian faktor diskonto dengan jumlah orang yang meninggal pada usia x sampai $x+1$ tahun. Sedangkan pada perhitungan premi kontinu didalamnya terdapat jumlah dari perkalian faktor diskonto ditambah $\frac{1}{2}$ dengan jumlah orang yang meninggal pada usia x sampai $x+1$ tahun. Faktor usia juga mempengaruhi premi. Semakin tua usia seseorang maka semakin besar nilai preminya.

Kata Kunci: Asuransi, Asuransi Jiwa Berjangka, Premi Asuransi.

A. Pendahuluan

Asuransi atau pertanggungan menurut Undang-Undang Republik Indonesia No. 2 Tahun 1992 adalah perjanjian antara dua pihak atau lebih, dengan mana pihak penanggung mengikatkan diri pada tertanggung, dengan menerima premi asuransi untuk memberikan penggantian pada tertanggung karena kerugian, kerusakan atau kehilangan keuntungan yang diharapkan, atau tanggung jawab hukum kepada pihak ketiga yang mungkin akan diderita tertanggung, yang timbul dari suatu peristiwa yang tidak pasti, atau untuk memberikan suatu pembayaran yang didasarkan atas meninggal atau hidupnya seseorang yang dipertanggungkan. Perusahaan asuransi akan membuat perjanjian dengan orang-orang yang ingin meminimalkan resiko yang diakibatkan oleh kemungkinan kematian, resiko hari tua, dan resiko kecelakaan.

Perusahaan asuransi akan menanggung semua resiko yang dialami tertanggung dengan memberikan santunan pada tertanggung dengan syarat tertanggung harus membayar iuran rutin kepada perusahaan asuransi. Iuran rutin yang dibayarkan tersebut dinamakan premi. Ada dua cara dalam menghitung premi yaitu menghitung premi secara diskrit dan menghitung premi secara kontinu. Premi diskrit adalah premi yang pembayaran uang pertanggungannya dilakukan pada akhir tahun, sedangkan premi kontinu adalah premi yang pembayaran uang pertanggungannya dilakukan pada saat kematian tertanggung. Ada beberapa faktor yang mempengaruhi perhitungan premi yaitu, faktor mortalita, faktor biaya, faktor usia, jenis pekerjaan, faktor diskonto dan faktor kebiasaan.

Berdasarkan penjelasan diatas maka akan ditelaah model perhitungan premi diskrit dan model perhitungan premi kontinu.

B. Landasan Teori

1. Anuitas Hidup

Anuitas adalah serangkaian pembayaran yang dilakukan secara berkala

dalam periode tertentu, sedangkan anuitas yang pembayarannya dikaitkan dengan hidup matinya seseorang dinamakan anuitas hidup. Ada beberapa macam anuitas hidup yaitu : anuitas seumur hidup akhir (*whole life annuity immediate*), anuitas seumur hidup awal (*whole life annuity due*), anuitas hidup tertunda awal, anuitas hidup tertunda akhir, anuitas hidup tertunda sementara (*deferred temporary life annuity*), anuitas hidup awal berjangka (*Temporary Life Annuity Due*) dan anuitas hidup berjangka yang ditangguhkan

2. Premi

Premi adalah sejumlah uang yang wajib dibayar oleh tertanggung kepada penanggung setiap jangka waktu tertentu. Menurut Larson dan Gaumnitz (1951), Premi untuk asuransi jiwa dapat dibagi menjadi dua bagian yaitu premi bersih dan premi kotor. Premi bersih adalah premi yang tidak ada tambahan biaya apapun sedangkan premi kotor adalah premi bersih ditambah biaya tertentu yang dibebankan pada tertanggung. Setiap perusahaan asuransi mempunyai biaya yang berbeda. Biaya-biaya tersebut harus dihitung pada perhitungan premi asuransi.

Biaya yang ditambahkan dalam premi kotor yaitu biaya promosi, biaya administrasi, biaya pemeliharaan, biaya operasional seperti untuk menggaji pegawai, membeli peralatan kantor, menyewa gedung dan membayar pajak.

3. Tabel Mortalitas

Tabel mortalitas adalah tabel yang berisi peluang hidup dan peluang kematian seseorang. Perusahaan asuransi menggunakan tabel mortalitas untuk membantu perhitungan uang pertanggungan.

4. Simbol Komutasi

Simbol komutasi adalah simbol yang digunakan untuk memudahkan perhitungan pada asuransi, yaitu membantu memudahkan dalam menghitung premi.

5. Faktor diskonto

Dalam perhitungan asuransi, akan dibutuhkan nilai uang sekarang dari nilai yang akan datang yang disebut *present value*. Nilai uang yang akan datang jumlahnya akan lebih besar daripada nilai uang sekarang. Untuk mencari nilai sekarang (*present value*) dari jumlah nilai yang akan datang dibutuhkan faktor pengali yang disebut faktor diskonto.

C. Pembahasan

Asuransi jiwa adalah perjanjian dua pihak atau lebih dimana pihak penanggung mengikatkan diri pada pihak tertanggung dengan menerima premi untuk memberikan suatu pembayaran yang didasarkan atas meninggal atau hidupnya seseorang yang diasuransikan.

Asuransi jiwa berjangka adalah asuransi yang memberikan perlindungan selama jangka waktu tertentu dan hanya memberikan pertanggungan pada masa perlindungan saja. Perusahaan asuransi akan memberikan sejumlah uang pertanggungan kepada tertanggung apabila tertanggung mengalami resiko kematian pada jangka waktu tertentu, tetapi apabila tertanggung tidak mengalami kematian dalam jangka waktu yang telah ditentukan maka tertanggung tidak akan menerima uang pertanggungan.

a. Model Perhitungan Premi Diskrit

Premi diskrit adalah premi yang pembayaran uang pertanggungannya dilakukan pada akhir tahun polis. Dimana yang dimaksud dengan tahun

polis adalah tahun pada saat tertanggung meninggal dunia. Premi diskrit dinotasikan dengan A . Premi tunggal dari asuransi berjangka untuk usia x , dengan jangka pertanggungan n tahun, uang pertanggungan l yang dibayarkan pada akhir tahun polis, dinotasikan dengan $A'_{x:n|}$. Untuk $n = 1$, pada saat kontraknya dibuat untuk sebanyak l_x orang, dengan premi masing-masing sebesar $A'_{x:n|}$ dalam setahun penerimaan premi tersebut akan menghasilkan bunga, dan dalam setahun tersebut yang meninggal sejumlah d_x orang. Jadi 1 tahun kemudian harus dibayarkan uang pertanggungan kepada sejumlah d_x orang masing-masing sebesar l_x maka besarnya uang yang dikeluarkan sebesar :

$$A'_{x:\overline{n}|} = v \cdot q_x + v^2 \cdot q_{x+1} + v^3 \cdot q_{x+2} + \dots + v^n \cdot q_{x+n-1}$$

$$A'_{x:\overline{n}|} = v \frac{d_x}{l_x} + v^2 \frac{d_{x+1}}{l_x} + v^3 \frac{d_{x+2}}{l_x} + \dots + v^n \frac{d_{x+n-1}}{l_x}$$

$$A'_{x:\overline{n}|} = \frac{v \cdot d_x + v^2 \cdot d_{x+1} + v^3 \cdot d_{x+2} + \dots + v^n \cdot d_{x+n-1}}{l_x}$$

Dengan mengalikan pembilang dan penyebutnya dengan v^x akan menjadi :

$$A'_{x:\overline{n}|} = \frac{v^{x+1} \cdot d_x + v^{x+2} \cdot d_{x+1} + v^{x+3} \cdot d_{x+2} + \dots + v^{x+n} \cdot d_{x+n-1}}{v^x l_x} \tag{1}$$

Dengan menggunakan simbol komutasi diperoleh :

$$A'_{x:\overline{n}|} = \frac{C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + C_{x+3} + \dots + C_{x+n-1}}{D_x}$$

Atau dapat ditulis menjadi :

$$A'_{x:\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} \tag{2}$$

b. Model Perhitungan Premi Kontinu

Premi tunggal kontinu adalah premi yang pembayaran uang pertanggungannya dilakukan segera pada saat kematian terjadi. Premi tunggal kontinu dinotasikan dengan \bar{A} Uang pertanggungan pada asuransi jiwa berjangka kontinu dinotasikan dengan $\bar{A}'_{x:n|}$

Rumus untuk menghitung premi tunggal pada asuransi jiwa berjangka kontinu adalah sebagai berikut :

$$\bar{A}'_{x:\overline{n}|} = \lim_{k \rightarrow \infty} A'_{x:\overline{n}|}^{(k)}$$

$$\bar{A}'_{x:\overline{n}|} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{t=0}^n v^t \cdot p_x \cdot \mu_{x+t} \Delta t$$

$$\bar{A}'_{x:\overline{n}|} = \int_0^n v^t \cdot p_x \cdot \mu_{x+t} dt \tag{3}$$

$$\bar{A}'_{x:\overline{n}|} = \int_0^n v^t \cdot p_x \cdot \mu_{x+t} dt$$

$$\bar{A}'_{x:\overline{n}|} = \int_0^n v^t \left(-\frac{d p_x}{dt} \right) dt$$

$$\bar{A}'_{x:\overline{n}|} = \left(-v^t \cdot p_x \right)_0^n + \int_0^n (\log v) v^t \cdot p_x dt$$

$$\bar{A}'_{x:\overline{n}|} = 1 - v^n \cdot p_x + (\log v) \int_0^n v^t \cdot p_x dt$$

Premi tunggal untuk asuransi jiwa berjangka dengan uang pertanggungan l dibayarkan k kali :

$$\begin{aligned}
 A'_{x:\overline{n}|} &= v^{\frac{1}{k}} \left(1 + v^{\frac{1}{k}} p_x + \dots + v^{\frac{n-1}{k}} p_x \right) - \left(v^{\frac{1}{k}} p_x + v^{\frac{2}{k}} p_x + \dots + v^n p_x \right) \\
 &= k v^{\frac{1}{k}} \ddot{a}_{x:\overline{n}|} - k \ddot{a}_{x:\overline{n}|} \\
 &= k v^{\frac{1}{k}} \ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \left(k \ddot{a}_{x:\overline{n}|} - 1 + v^n p_x \right) \\
 &= 1 - \partial \ddot{a}_{x:\overline{n}|} - v^n p_x
 \end{aligned}$$

Berikut ini merupakan perhitungan asuransi jiwa berjangka dengan uang pertanggungannya dibayarkan k kali. Perhitungan pembayaran uang pertanggungannya dilakukan tiap akhir jangka waktu $\frac{1}{k}$, $\frac{2}{k}$, ..., 1 sehingga nilai rata-rata $\frac{1}{k} \frac{k(k+1)}{2} = \frac{k+1}{2k}$ yang juga merupakan saat pembayaran uang pertanggungannya dari seluruh kontrak yang meninggal sehingga :

$$\begin{aligned}
 \bar{A}'_{x:\overline{n}|} &= v^{\frac{k+1}{2k}} \left(v \frac{d_x}{l_x} + v^2 \frac{d_{x+1}}{l_x} + \dots + v^n \frac{d_{x+n-1}}{l_x} \right) \\
 &= (1+i)^{\frac{k+1}{2k}} A'_{x:\overline{n}|}
 \end{aligned}$$

Karena premi yang dibayarkan sekaligus atau premi tunggal maka :

$$\bar{A}'_{x:\overline{n}|} = (1+i)^{\frac{1}{2}} A'_{x:\overline{n}|}$$

$$\bar{A}'_{x:\overline{n}|} = (1+i)^{\frac{1}{2}} v \cdot q_x$$

$$\bar{A}'_{x:\overline{n}|} = (1+i)^{\frac{1}{2}} (1+i)^{-1} \cdot q_x$$

$$\bar{A}'_{x:\overline{n}|} = (1+i)^{-\frac{1}{2}} q_x$$

$$\bar{A}'_{x:\overline{n}|} = v^{\frac{1}{2}} \cdot q_x$$

$$\bar{A}'_{x:\overline{n}|} = v^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{d_x}{l_x}$$

Dengan mengalikan pembilang dan penyebut dengan v^x maka diperoleh :

$$\bar{A}'_{x:\overline{n}|} = v^{\frac{1}{2}} \frac{d_x}{l_x} \times \frac{v^x}{v^x}$$

$$\bar{A}'_{x:\overline{n}|} = \frac{v^{\frac{x+1}{2}} d_x}{v^x l_x}$$

Dengan menggunakan simbol komutasi maka diperoleh :

$$\bar{A}'_{x:\overline{n}|} = \frac{C_x}{D_x} \tag{4}$$

Dari persamaan (1) pada asuransi jiwa berjangka diskrit :

$$A'_{x:\overline{n}|} = \frac{v^{x+1} \cdot d_x + v^{x+2} \cdot d_x + v^{x+3} \cdot d_x + \dots + v^{x+n} \cdot d_{x+n-1}}{v^x l_x}$$

Dan persamaan (4)

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} = \frac{\bar{C}_x}{D_x}$$

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} = \frac{v^{x+\frac{1}{2}} d_x}{v^x l_x}$$

Karena nilai x bergerak dari nol sampai n maka :

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} = \sum_{x=0}^{n-1} \frac{v^{x+\frac{1}{2}} i_{x+x}}{l_x}$$

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} = \frac{v^{0+\frac{1}{2}} i_{x+0} + v^{1+\frac{1}{2}} i_{x+1} + v^{2+\frac{1}{2}} i_{x+2} + \dots + v^{n-1+\frac{1}{2}} i_{x+n-1}}{l_x}$$

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} = \frac{\sum_{x=0}^{\omega-x} v^{0+\frac{1}{2}} i_{x+0} - \sum_{x=1}^{\omega-x-n} v^{n+\frac{1}{2}} i_{x+n}}{l_x}$$

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} = \frac{\sum_{x=0}^{\omega-x} v^{0+\frac{1}{2}} i_{x+0}}{l_x} - \frac{\sum_{x=1}^{\omega-x-n} v^{n+\frac{1}{2}} i_{x+n}}{l_x}$$

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} = \left(\frac{\sum_{x=0}^{\omega-x} v^{0+\frac{1}{2}} i_{x+0}}{l_x} \left(\frac{v^x}{v^x} \right) \right) - \left(\frac{\sum_{x=1}^{\omega-x-n} v^{n+\frac{1}{2}} i_{x+n}}{l_x} \left(\frac{v^x}{v^x} \right) \right)$$

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} = \frac{\sum_{x=0}^{\omega-x} v^{x+\frac{1}{2}} i_{x+0} - \sum_{x=1}^{\omega-x-n} v^{x+n+\frac{1}{2}} i_{x+n}}{v^x l_x}$$

Dengan menggunakan simbol komutasi didapat :

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} = \frac{\sum_{x=0}^{\omega-x} \bar{C}_x - \sum_{x=1}^{\omega-x-n} \bar{C}_{x+n}}{D_x}$$

Ekuivalen dengan :

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} = \frac{\bar{M}_x - \bar{M}_{x+n}}{D_x} \tag{5}$$

c. Contoh Kasus

Perhitungan Premi Diskrit

Seseorang berusia 29 tahun membeli asuransi jiwa berjangka (term insurance) dengan besarnya uang santunan Rp.100.000.000 dengan masa asuransinya selama 15 tahun. Dalam hal ini premi yang digunakan adalah premi tunggal bersih.

Maka nilai premi tunggal bersih untuk asuransi jiwa berjangka secara diskrit adalah :

$$100.000.000.A'_{x:\overline{15}|} = 100.000.000. \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

$$100.000.000.A'_{29:\overline{15}|} = 100.000.000. \frac{M_{29} - M_{29+15}}{D_{29}}$$

$$A'_{29:\overline{15}|} = 100.000.000. \frac{M_{29} - M_{44}}{D_{29}}$$

$$A'_{29:\overline{15}|} = 100.000.000. \frac{14310,7 - 12048,72}{180246,6}$$

$$A'_{29:\overline{15}|} = 1.245.936$$

Jadi premi tunggal untuk seorang berusia 29 tahun adalah Rp.1.245.936.

Perhitungan Premi Kontinu

Seseorang berusia 29 tahun membeli asuransi jiwa berjangka (*term insurance*) dengan besarnya uang santunan Rp.100.000.000 dengan masa asuransinya selama 15 tahun. Dalam hal ini premi yang digunakan adalah premi tunggal bersih.

Maka nilai premi tunggal bersih untuk asuransi jiwa berjangka secara kontinu adalah

$$100.000.000.\overline{A}'_{x:\overline{15}|} = 100.000.000. \frac{\overline{M}_x - \overline{M}_{x+n}}{D_x}$$

$$100.000.000.\overline{A}'_{29:\overline{15}|} = 100.000.000. \frac{\overline{M}_{29} - \overline{M}_{29+15}}{D_{29}}$$

$$= 100.000.000. \frac{\overline{M}_{29} - \overline{M}_{44}}{D_{29}}$$

$$\overline{A}'_{29:\overline{15}|} = 100.000.000. \frac{14733,77 - 12404,91}{180246,6}$$

$$\overline{A}'_{29:\overline{15}|} = 1.292.041$$

Jadi premi tunggal untuk seorang berusia 29 tahun adalah Rp.1.292.041.

D. Kesimpulan

Berdasarkan uraian diatas dapat disimpulkan bahwa ada dua cara menghitung premi yaitu perhitungan premi diskrit dan perhitungan premi kontinu. Berdasarkan contoh kasus, nilai premi diskrit lebih kecil daripada nilai premi kontinu disebabkan oleh faktor mortalita, tingkat bunga dan faktor usia. Pada faktor mortalita dalam perhitungan premi diskrit didalamnya terdapat jumlah dari perkalian faktor diskonto dengan jumlah orang yang meninggal pada usia x sampai $x+1$ tahun. Sedangkan pada perhitungan premi kontinu didalamnya terdapat jumlah dari perkalian faktor diskonto ditambah $\frac{1}{2}$ dengan jumlah orang yang meninggal pada usia x sampai $x+1$ tahun. Faktor usia juga mempengaruhi premi, semakin tua usia seseorang maka semakin besar preminya. Hal ini dikarenakan semakin tua usia seseorang maka semakin tinggi peluang kematiannya.

Daftar Pustaka

- Larson, R. E. 1962. *Life Insurance Mathematics*. Cetakan Keempat. John Wiley & Sons, Inc. London.
- Takashi, F. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian I*. Incorporated Foundation OLICD Center, Tokyo.
- Takashi, F. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian II*. Incorporated Foundation OLICD Center, Tokyo.
- Bowers N. L. et al 1986. *Actuarial mathematics*. Illinois: The Society of Actuaries.