Aplikasi Graf dan Teorema Burnside Dalam Menentukan Jumlah Isomer Senyawa Benzen

Fitra Firdaus*, Yurika Permanasari, Icih Sukarsih

Prodi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Indonesia.

*fitrafirdaus65@gmail.com, yurikakoe@gmail.com, sukarsih@yahoo.com

Abstract. The calculation of the number of isomers with different patterns in hydrocarbon compounds takes a long time to work. This problem is one of the problems that can be solved using mathematics, namely graph theory. The application of graphs and the burnside theorem is a method used to calculate the number of isomers with different patterns formed from a number of atoms or molecules. The burnside theorem makes it possible to find the equivalent by counting the number of elements that are invariant to the permutations in the group. Graph theory is used to describe the molecular pattern with a simple number of carbon atoms while the burnside theorem is used to calculate the number of molecular patterns on ring-shaped (aromatic) carbon, each of which binds to other atoms, namely hydrogen atoms (H) or hydrogen oxide (OH) atoms which different each other. In the Burnside theorem as a whole there are 64 molecular patterns that are formed, and from these 64 patterns, 13 equivalence classes of molecular patterns are obtained.

Keywords: Graph Theory, Hydrocarbons, Burnside Theorem.

Abstrak. Perhitungan banyaknya isomer dengan bentuk pola yang berbeda pada senyawa hidrokarbon memerlukan waktu yang lama dalam pengerjaannya. Masalah ini merupakan salah satu persoalan yang dapat diselesaikan menggunakan matematika yaitu Teori graf. Aplikasi graf dan teorema burnside merupakan suatu metode yang digunakan untuk menghitung banyaknya isomer dengan bentuk pola yang berbeda yang dibentuk dari sejumlah atom atau molekul. Teorema burnside memungkinkan untuk ditemukan ekuivalensi dengan menghitung banyaknya unsur yang invarian terhadap permutasi-permutasi yang ada di dalam grup tersebut. Teori graf digunakan untuk menggambarkan pola molekul dengan jumlah atom karbon sederhana sedangkan teorema burnside digunakan untuk menghitung banyaknya pola molekul pada karbon yang berbentuk cincin (aromatik) yang masing-masing mengikat atom lain yaitu atom hidrogen (H) atau atom hidrogen oksida (OH) yang berbeda satu sama lain. Pada teorema Burnside secara keseluruhan tedapat sebanyak 64 pola molekul yang terbentuk, dan dari 64 pola tersebut diperoleh 13 kelas ekuivalensi pola molekul yang berbeda satu sama lain.

Kata Kunci: Teori Graf, Hidrokarbon, Teorema Burnside.

1. Pendahuluan

Matematika merupakan ilmu pengetahuan yang sangat penting dan berpengaruh. Semua yang dilakukan dalam kehidupan sehari-hari secara tidak langsung akan berhubungan dengan matematika. Salah satu kajian bidang matematika ialah teori graf.

Munculnya teori graf sebagai suatu kajian ilmu yang menjadikan disiplin ilmu lain terbantu, salah satunya adalah bidang kimia. Dalam ilmu kimia, graf mempunyai banyak kegunaan antara lain sebagai visualisasi dari senyawa-senyawa kimia yang ada di alam, untuk memvisualisasikan senyawa kompleks. Secara umum suatu senyawa kimia hanya mempunyai satu visualisasi graf tetapi ada senyawa kimia yang memiliki beberapa bentuk visualisasi graf yang berbeda.

Dalam pemodelan menggunakan graf, unsur kimia yang berikatan disimbolkan sebagai verteks dan ikatan-ikatan kimia yang terjadi disimbolkan dengan edge. Seperti halnya senyawa-senyawa kimia dalam kimia organik, dimana senyawa organik ini memiliki senyawa yang dikenal sebagai isomer. Isomer adalah senyawa yang mempunyai rumus molekul sama tetapi memiliki struktur berbeda [1]. Lebih jauh lagi, isomerisme bahan kimia merupakan konsep yang sangat penting dalam kimia modern [2]. Seorang ahli kimia akan tertarik untuk mengetahui jumlah molekul yang dapat dibentuk dari sejumlah atom atau molekul yang diketahui [3].

Teorem Burnside yang dipelajari dalam ilmu aljabar dapat digunakan untuk menghitung banyaknya pola molekul berbeda yang dapat dibentuk dari sejumlah atom atau molekul diketahui. Teorema ini menjelaskan tentang banyaknya kelas ekuivalensi akibat partisi himpunan berhingga A oleh relasi ekuivalensi yang ditimbulkan suatu grup permutasi pada himpunan A.

2. Landasan Teori

Graf Sebuah graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E) dengan $V(vertex)$ adalah himpunan tidak kosong dari verteks-verteks pada G. Sedangkan $E\ (edge)$ adalah himpunan edge pada G yang menghubungkan sepasang verteks. Himpunan verteks pada G dinotasikan sebagai V, dan himpunan edge pada G dinotasikan sebagai E jadi $G = (v, e)$ [5]

Ketetanggan (Adjacent) Dua buah verteks dikatakan bertetangga jika keduanya terhubung langsung dengan sebuah edge.

Bersisian (Incidency) Untuk sembarang edge $e = (v, u)$, edge e dikatakan *incidency* dengan verteks u dan verteks v.

Graf Isomorfik Dalam geometri. Dua gambar disebut kongruen jika keduanya mempunyai sifat-sifat geometri yang sama. Dengan cara yang sama, dua graf disebut isomorfik jika keduanya menunjukan "bentuk" yang sama. Kedua graf hanya berbeda dalam hal pemberian label verteks dan edgenya saja. Secara matematis, isomorfisma dua graf didefinisikan sebagai berikut.

Misalkan dua buah graf $G(E, V)$ dan $G'(E', V')$, jika suatu fungsi $f: V \to V'$ merupakan fungsi satu-satu, sedemikian sehingga (u, v) adalah sisi dari G jika dan hanya jika $(f(u), f(v))$ adalah sisi dari G', maka f disebut suatu isomorfisma dari G ke G'. Apabila terdapat suatu isomorfisma antara G G dan G', maka G dan G' disebut dua graf isomorfik

Partisi dan Relasi Ekuivalensi Suatu partisi dari sebuah himpunan A merupakan sebuah keluarga himpunan yang terdiri dari himpunan-himpunan bagian tak kosong dari A yang saling asing (*disjoint*) satu sama lain dan gabungan dari semua himpunan bagian tersebut akan kembali membentuk himpunan A [8].

Permutasi dan Grup Simetri Permutasi dan himpunan A adalah fungsi bijektif (injektif dan surjektif) dari A ke A sendiri. Fungsi $f : A \to B$ disebut fungsi injektif atau satu-satu jika $f(a_1) = f(a_2)$ maka $a_1 = a_2$. Dengan kata lain, suatu fungsi injektif tidak pernah memetakan dua titik yang berbeda ke satu titik yang sama. Fungsi $f : A \to B$ disebut surjektif atau onto jika untuk setiap $y \in B$ ada $a \in A$ dengan $f(a) = y$ suatu fungsi bijektif adalah fungsi yang injektif dan surjektif.

Teorema Burnside Teorema Burnside menjelaskan tentang banyaknya kelas ekuivalensi akibat partisi himpunan berhingga A oleh relasi ekuivalensi yang ditimbulkan oleh grup permutasi pada himpunan A.

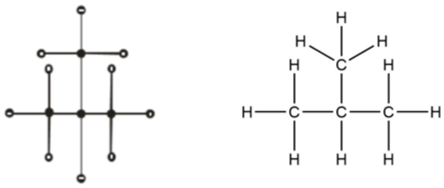
Teorema 2.4 (Teorema burnside)

Banyaknya kelas ekuivalensi akibat partisi A oleh relasi ekuivalensi yang ditimbulkan oleh suatu grup permutasi $(G, \circ)$ pada A adalah:

$$n_k = \frac{1}{|G|}\sum_{\pi \in G} |Fix(\pi)| \ atau = \frac{1}{|G|}\sum_{x \in A} |Stab(x)| \qquad (2.2)$$

Senyawa Hidrokarbon Senyawa hidrokarbon terdiri dari unsur atom karbon dan atom hidrogen. Atom karbon dapat membentuk ikatan antar karbon berupa ikatan tunggal, rangkap dua atau rangkap tiga. Atom karbon mempunyai kemampuan membentuk rantai atau ikatan yang panjang. Rantai karbon yang terbentuk dapat bervariasi yaitu : rantai lurus, bercabang dan melingkar. Dalam rantai karbon terdapat isomer rantai dimana isomer tersebut terbentuk karena percabangan yang terdapat pada rantai karbon, hal ini terjadi pada susunan yang berbeda dari rantai atom karbon linear dengan cabang yang terhubung. Isomer rantai memiliki rumus molekul yang sama tetapi bentuk struktur yang berbeda sehingga isomer rantai bersifat hampir sama tetapi sifat fisik berbeda. Isomer rantai bercabang memiliki titik didih lebih rendah daripada rantai lurus. hal ini karena rantai lurus memiliki luas permukaan lebih banyak kekuatan tarik menarik antar molekul [9].

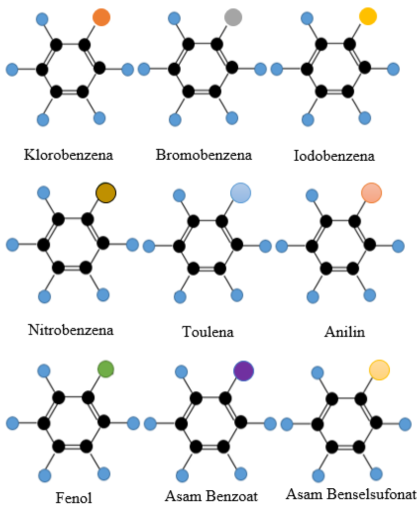
Dalam ilmu kimia, isomer ialah molekul-molekul dengan rumus kimia yang sama dan dengan jenis ikatan yang sama, tetapi memiliki susunan atom yang berbeda. Kebanyakan isomer memiliki sifat kimia yang mirip satu sama lain [11]. Berikut merupakan representasi C_4H_{10} dalam graf.



Gambar 1. Representasi senyawa C_4H_{10} dalam Graf

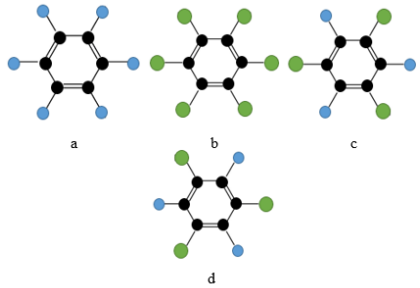
3. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Benzena merupakan senyawa yang kaya akan elektron, sehingga jenis pereaksi yang bereaksi dengan senyawa cincin benzena merupakan pereaksi yang membutuhkan elektron, pereaksi tersebut disebut elektrofil. Berikut merupakan jenis-jenis senyawa benzena [13].



Gambar 2. Jenis-jenis senyawa benzen

Apabila senyawa benzena mengikat lebih dari satu atom substituen, maka nama dan letak substituen bisa menjadi isomer senyawa benzena. Berikut merupakan contoh dari isomer benzena yang berikatan dengan atom lain selain atom H.



Gambar 3. Contoh isomer senyawa benzen

Penentuan Keseluruhan Isomer Isomer karbon (C) yang masing-masing verteks C-nya diikat oleh salah satu dari verteks H atau verteks OH akan didapat sejumlah pola atau bentuk. Menghitung keseluruhan isomer yang dapat dibentuk menggunakan kaidah perkalian dimana pengikatan masing-masing dari 6 verteks C dengan verteks H atau OH dianggap sebagai 6 percobaan yang dilakukan secara bersama dan setiap percobaan memiliki dua kemungkinan pengikat atom C, yaitu dengan verteks H atau OH. Sehingga secara keseluruhan terdapat 64 isomer yang dapat dibentuk. 64 isomer yang terbentuk tersebut, terdapat bentuk yang sama. Dua bentuk isomer dikatakan sama jika bentuk isomer kedua dapat diperoleh dari bentuk isomer yang pertama dengan rotasi atau refleksi.

Bentuk isomer yang sama akan dikelompokan dalam satu kelompok dan dihitung sebagai satu bentuk sehingga kelompok satu dengan kelompok lain adalah bentuk-bentuk isomer yang berbeda.

Aplikasi Teorema Burnside Teorema burnside digunakan untuk menentukan banyaknya bentuk molekul karbon (C) yang berbeda satu sama lain. Langkah-langkahnya sebagai berikut :

a. Menentukan elemen-elemen himpunan C
   Himpunan C adalah himpunan semua bentuk isomer karbon (C) yang terbentuk dari pengikatan masing-masing verteks C dengan salah satu verteks H atau OH. Penentuan elemen himpunan C berfungsi untuk mengetahui banyaknya elemen himpunan C yang invarian terhadap setiap permutasi dalam grup yang diberlakukan pada himpunan C.
b. Menentukan himpunan A
   Elemen-elemen himpunan A merupakan titik-titik yang ditandai pada segienam beraturan, dimana segienam tersebut merupakan bentuk cicin karbon dengan 6 verteks C. Himpunan A berfungsi untuk menentukan grup permutasi yang diberlakukan pada himpunan tersebut.
c. Menentukan grup G himpunan semua permutasi yang diberlakukan pada A
   Diketahui bahwa dua bentuk molekul dikatakan sama jika bentuk molekul kedua diperoleh dari bentuk molekul pertama dengan rotasi atau refleksi. Berdasarkan hal tersebut, maka ditentukan sebuah grup G yang merupakan himpunan semua rotasi dan refleksi dari segienam beraturan tersebut dan grup yang diperoleh adalah grup permutasi pada A. Grup G digunakan untuk membuat suatu pemetaan pada himpunan C ke dirinya sendiri.
d. Menentukan grup G' himpunan semua permutasi yang diberlakukan pada C
   Setiap grup abstrak dapat dipandang sebagai subgrup dari grup simetri. Maka dibuat grup G' isomorfik dengan grup G yang diberlakukan pada himpunan A dimana untuk setiap $\pi \in G$ didefinisikan pemetaan π dari C ke C dengan sifat:
   $$\pi\big(f(x)\big) = f\big(\pi(x)\big)\ untuk\ \forall x \in A\ dan\ \forall f \in C \text{ [14].}$$
   Grup G ini berfungsi untuk menentukan karakter permutasi dan penstabil di himpunan C
e. Menentukan karakter permutasi $\pi' \in G'$ di himpunan C
   Setelah diperoleh permutasi-permutasi $\pi' \in G'$ di C, maka dapat ditentukan karakter $\pi' \in G'$. Karakter permutasi $\pi' \in G'$ adalah himpunan semua titik-titik tetap dari permutasi $\pi' \in G'$ didefinisikan sebagai

$$Fix(\pi') = \{f \in C | \pi'(f) = f\}$$

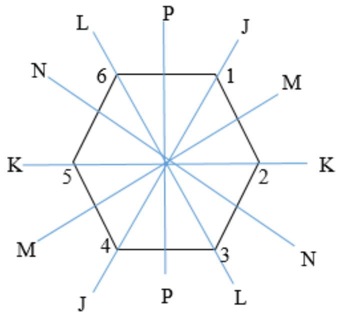
f. Menentukan banyaknya kelas ekuivalensi dari C terhadap G'

Untuk menghitung banyaknya kelas ekuivalensi dari C terhadap G' terlebih dahulu dihitung $\sum_{\pi' \in G'} |Fix(\pi')|$ $atau$ $\sum_{f \in C} |Stab(f)|$ kemudian dihitung banyaknya kelas ekuivalensi dari C terhadap G' yaitu:

$$n = \frac{1}{|G'|} \sum_{\pi' \in G'} |Fix(\pi')| \ atau$$
$$n = \frac{1}{|G'|} \sum_{f \in C} |Stab(f)|$$

Diketahui bahwa terdapat 64 bentuk molekul yang terbentuk dari pengikatan verteks karbon dengan verteks H atau OH. Keseluruhan bentuk molekul tersebut merupakan elemen-elemen himpunan C. sehingga himpunan $C = \{f_1, \ldots, f_{64}\}$.

Diberikan $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ dimana elemen himpunan A diperoleh dengan menandai titik sudut segienam beraturan yang merupakan bentuk cincin karbon dengan 6 verteks C dengan nomor 1, 2, 3, 4, 5 dan 6. Diperoleh grup G yang diberlakukan pada himpunan A, dimana grup tersebut merupakan himpunan semua rotasi dan refleksi dari segienam beraturan. Sedangkan untuk segienam yang tidak beraturan tidak dapat dibuat himpunan semua rotasi dan refleksi dari segienam tersebut.Algoritma asimetris (*asymmetric algorithm*) muncul sekitar pertengahan tahun 1970an.



Gambar 4. Segienam Beraturan

$\pi_1 = (1)(2)(3)(4)(5)(6)$
(identitas atau rotasi sebesar 0°/360°)
$\pi_2 = (1, 2, 3, 4, 5, 6)$
(rotasi sebesar 60°)
$\pi_3 = (1, 3, 5)(2, 4, 6)$
(rotasi sebesar 120°)
$\pi_4 = (1, 4)(2, 5)(3, 6)$
(rotasi sebesar 180°)
$\pi_5 = (1, 5, 3)(2, 6, 4)$
(rotasi sebesar 240°)
$\pi_6 = (1, 6, 5, 4, 3, 2)$
(rotasi sebesar 300°)
$\pi_7 = (1)(2, 6)(3, 5)(4)$
(refleksi terhadap sumbu J)
$\pi_8 = (1, 3)(2)(4, 6)(5)$
(refleksi terhadap sumbu K)
$\pi_9 = (1, 5)(2, 4)(3)(6)$
(refleksi terhadap sumbu L)
$\pi_{10} = (1, 6)(2, 5)(3, 4)$
(refleksi terhadap sumbu M)
$\pi_{11} = (1, 2)(3, 6)(4, 5)$

(refleksi terhadap sumbu N)
$\pi_{12} = (1,4)(2,3)(5,6)$
(refleksi terhadap sumbu P)

Kemudian dibuat grup G' yaitu grup permutasi yang didefinisikan pada himpunan C. dimana untuk setiap $\pi \in G$ didefinisikan pemetaan π' dari C ke C dengan sifat :

$$\pi'\big(f(x)\big) = f\big(\pi(x)\big)\ untuk\ \forall\ x \in A\ dan\ \forall f \in C$$

Diberikan

$\pi_2' \in G', \pi_2 \in G\ dan\ f_2 = \begin{pmatrix} C\ adjacent\ OH, C\ adj\ H, C\ adj\ h, \\ C\ adj\ H, C\ adj\ H, C\ adj\ H \end{pmatrix} \in C$ maka π_2 memetakan $f_2\ ke\ f_7 =$

$(C\ adj\ H, C\ adj\ H, C\ adj\ H, C\ adj\ H, C\ adj\ H,$
$C\ adj\ OH)$ yang diperoleh dengan cara yaitu :

$$f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ C\ adj\ OH & C\ adj\ H & C\ adj\ H & C\ adj\ H & C\ adj\ H & C\ adj\ H \end{pmatrix}$$

$$\pi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

$\pi_2'(f_2(1)) = f_2\big(\pi_2(1)\big) = f_2(2) = C\ adjacent\ H$
$\pi_2'(f_2(2)) = f_2\big(\pi_2(2)\big) = f_2(3) = C\ adjacent\ H$
$\pi_2'(f_2(3)) = f_2\big(\pi_2(3)\big) = f_2(4) = C\ adjacent\ H$
$\pi_2'(f_2(4)) = f_2\big(\pi_2(4)\big) = f_2(5) = C\ adjacent\ H$
$\pi_2'(f_2(5)) = f_2\big(\pi_2(5)\big) = f_2(6) = C\ adjacent\ H$
$\pi_2'(f_2(6)) = f_2\big(\pi_2(6)\big) = C\ adjacent\ OH$

Jadi $\pi_2'(f_2) =$
$\begin{pmatrix} C\ adj\ H, C\ adj\ H, C\ adj\ H, \\ C\ adj\ H, C\ adj\ H, C\ adj\ OH \end{pmatrix} = f_2$

Dengan cara yang sama maka diperoleh permutasi-permutasi $\pi' \in G'$ dihimpunan C. Dari permutasi- permutasi $\pi' \in G'$ dapat diperoleh karakter permutasi $\pi' \in G'$ maupun pensatabil $f \in C$.

Karakter permutasi $\pi' \in G'$ adalah himpunan semua titik-titik tetap dari permutasi $\pi' \in G'$. Dapat diperoleh titik-titik tetap dari permutasi $\pi' \in G'$. Sehingga karakter permutasi $\pi' \in G'$ dihimpunan C yaitu sebagai berikut:

1. $Fix(\pi_1') = \{f_1, f_2, f_3, \dots, f_{64}\}\ dan\ |Fix(\pi_1')| = 64$
2. $Fix(\pi_2') = \{f_1, f_{64}\}\ dan\ |Fix(\pi_2')| = 2$
3. $Fix(\pi_3') = \{f_1, f_{28}, f_{37}, f_{64}\}\ dan\ |Fix(\pi_3')| = 4$
4. $Fix(\pi_4') = \{f_1, f_{10}, f_{15}, f_{19}, f_{46}, f_{50}, f_{55}, f_{64}\}\ dan\ |Fix(\pi_4')| = 8$
5. $Fix(\pi_5') = \{f_1, f_{28}, f_{37}, f_{64}\}\ dan\ |Fix(\pi_1')| = 4$
6. $Fix(\pi_6') = \{f_1, f_{64}\}\ dan\ |Fix(\pi_1')| = 2$
7. $Fix(\pi_7') =$
   $\{f_1, f_3, f_5, f_{10}, f_{16}, f_{18}, f_{26}, f_{28}, f_{37}, f_{39}, f_{47}, f_{49}, f_{55}, f_{60}, f_{63}, f_{64}\}\ dan\ |Fix(\pi_1')|$
   $= 16$
8. $Fix(\pi_8') =$
   $\{f_1, f_3, f_6, f_9, f_{15}, f_{21}, f_{23}, f_{28}, f_{37}, f_{42}, f_{44}, f_{50}, f_{56}, f_{59}, f_{62}, f_{64}\}\ dan\ |Fix(\pi_1')|$
   $= 16$
9. $Fix(\pi_9') =$
   $\{f_1, f_4, f_7, f_{11}, f_{14}, f_{19}, f_{28}, f_{32}, f_{33}, f_{37}, f_{46}, f_{51}, f_{54}, f_{58}, f_{61}, f_{64}\}\ dan\ |Fix(\pi_1')|$
   $= 16$
10. $Fix(\pi_{10}') = \{f_1, f_{12}, f_{15}, f_{17}, f_{48}, f_{50}, f_{53}, f_{64}\}\ dan\ |Fix(\pi_1')| = 8$
11. $Fix(\pi_{11}') = \{f_1, f_8, f_{19}, f_{20}, f_{45}, f_{46}, f_{57}, f_{64}\}\ dan\ |Fix(\pi_1')| = 8$
12. $Fix(\pi_{12}') = \{f_1, f_{10}, f_{13}, f_{22}, f_{43}, f_{52}, f_{55}, f_{64}\}\ dan\ |Fix(\pi_1')| = 8$

Sehingga didapatkan

$$\sum_{\pi' \in G} |Fix(\pi')| = |Fix(\pi_1')| + |Fix(\pi_2')| + |Fix(\pi_3')| + |Fix(\pi_4')| + |Fix(\pi_5')| + |Fix(\pi_6')|$$
$$+ |Fix(\pi_7')| + |Fix(\pi_8')| + |Fix(\pi_9')| + |Fix(\pi_{10}')| + |Fix(\pi_{11}')|$$
$$+ |Fix(\pi_{12}')|$$
$$= 64 + 2 + 4 + 8 + 4$$
$$+2 + 16 + 16 + 8 + 8$$
$$+8 \ = 156$$

Diketahui $C = \{f_1, f_2, f_3, \dots, f_{64}\}$ dan $G' = \{\pi_1', \pi_2', \pi_3', \dots, \pi_{12}'\}$ maka diperoleh

$|Stab\, f(1)| = \{\pi_1', \pi_2', \pi_3', \dots, \pi_{12}'\}$
$|Stab\, f(2)| = \{\pi_1', \pi_7'\}$
$|Stab\, f(3)| = \{\pi_1', \pi_8'\}$
$\vdots$

Sehingga didapatkan

$$\sum_{f \in C} |Stab(f)| = |stab(f_1) + \cdots + |Stab(f_{64})|$$
$$= 12 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$$
$$+4 + 2 + 2 + 2 + 4 + 2 + 2 + 2 + 4$$
$$+2 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 + 2 + 1 + 6$$
$$+1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 6$$
$$+1 + 2 + 1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 4$$
$$+2 + 2 + 2 + 4 + 2 + 2 + 2 + 2 + 4$$
$$+2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 12$$
$$= 156$$

Jadi benar bahwa $\sum_{\pi' \in G`} |Fix(\pi')| = \sum_{f \in C} |Stab(f)|$

Sehingga banyaknya kelas ekuivalensi dari C terhadap G' yaitu:

$$n = \frac{1}{|G'|} \sum_{\pi' \in G`} |Fix(\pi')| = \sum_{f \in C} |Stab(f)|$$

$$= \frac{1}{12} . 156 \ = 13$$

Diperoleh sebanyak 13 kelas ekuivalensi dari C terhadap G', misal untuk $f_1 \in C$, bayangan f_1 oleh setiap permutasi G' adalah f_1 sendiri, sehingga hanya f_1 berada dalam kelompok 1. Untuk $f_2 \in C$, oleh permutasi $\pi' \in G'$, f_2 dipetakan sebagai berikut:

f_2 bayangan dari f_2 oleh permutasi π_1'
f_7 bayangan dari f_2 oleh permutasi π_2'
f_6 bayangan dari f_2 oleh permutasi π_3'
f_5 bayangan dari f_2 oleh permutasi π_4'
f_4 bayangan dari f_2 oleh permutasi π_5'
f_3 bayangan dari f_2 oleh permutasi π_6'
f_2 bayangan dari f_2 oleh permutasi π_7'
f_4 bayangan dari f_2 oleh permutasi π_8'
f_6 bayangan dari f_2 oleh permutasi π_9'
f_7 bayangan dari f_2 oleh permutasi π_{10}'
f_3 bayangan dari f_2 oleh permutasi π_{11}'
f_5 bayangan dari f_2 oleh permutasi π_{12}'

Jadi f_2 oleh permutasi $\pi' \in G'$ dipetakan ke $f_3, f_4, f_5, f_6, f_7, dan\ f_2$ sendiri, sehingga $f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7$ berada dalam satu kelas ekuivalensi. Dengan cara yang sama diperoleh kelas-kelas ekuivalensi yang berbeda satu sama lain yaitu:

Kelas ekuivalensi ke satu : f_1
Kelas ekuivalensi ke dua : $f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7$

Kelas ekuivalensi ke tiga :$f_8, f_{12}, f_{13}, f_{17}, f_{20}, f_{22}$
Kelas ekuivalensi ke empat :$f_9, f_{11}, f_{14}, f_{16}, f_{18}, f_{21}$
Kelas ekuivalensi ke lima :f_{10}, f_{15}, f_{19}
Kelas ekuivalensi ke enam : $f_{23}, f_{26}, f_{32}, f_{33}, f_{39}, f_{42}$
Kelas ekuivalensi ke tujuh : $f_{24}, f_{25}, f_{27}, f_{29}, f_{30}, f_{31}, f_{34}, f_{35}, f_{36}, f_{38}, f_{40}, f_{41}$
Kelas ekuivalensi ke delapan : f_{28}, f_{37}
Kelas ekuivalensi ke sembilan :$f_{43}, f_{45}, f_{48}, f_{52}, f_{53}, f_{57}$
Kelas ekuivalensi ke sepuluh : $f_{44}, f_{47}, f_{49}, f_{51}, f_{54} f_{56}$
Kelas ekuivalensi ke sebelas : f_{46}, f_{50}, f_{55}
Kelas ekuivalensi ke dua belas : $f_{58}, f_{59}, f_{60}, f_{61}, f_{62}, f_{63}$
Kelas ekuivalensi ke satu : f_{64}
Sehingga terdapat 13 pola molekul kabron (C) dengan 6 atom c dan dengan bentuk yang berbeda satu sama lain.

4. Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil dari pembahasan dalam skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Sejumlah teori yang ada dalam matematika seperti graf dan teorema burnside dapat diterapkan dalam ilmu kimia, dimana graf digunakan untuk menggambarkan suatu struktur senyawa kimia atau pola molekul kimia dimana atom atau molekul merupakan verteks dan ikatan antar atom merupakan edge.
2. Pada teorema Burnside secara keseluruhan tedapat sebanyak 64 pola molekul karbon dari 6 atom karbon (C) yang membentuk cincin yang masing-masing mengikat atom H atau OH, dan dari 64 pola tersebut diperoleh 13 kelas ekuivalensi pola molekul yang berbeda satu sama lain pada 6 atom karbon (C) yang membentuk cincin dengan masing-masing mengikat atom H dan OH.

Daftar Pustaka

[1] K. H. Sugiyanto, Dasar-dasar Kimia Anorganik Transisi, Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta, 2006.

[2] R. Humaria, "Beberapa Aplikasi Graf dan Kombinatorial untuk Menentukan Jumlah Isomer Senyawa Kimia," 26 November 2007. [Online]. Available: http://.informatika.org/~rinaldi/Matdis/2006-2007/Makalah/Makalah0607-15. [Accessed 18 januari 2020].

[3] S. S. d. H. Makaliwe, "Aplikasi Teorema Polya Pada Enumerasi Graf Sederhana," *Integral Majalah Ilmiah Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,* 2003.

[4] P. Retnowati, Seribu Pena Kimia SMU kelas 1, Jakarta: Erlangga, 1999.

[5] T. Harju, "Graph Theory," *Finland : Departemen of mathematics University of Turku,* 2012.

[6] J. J. Siang, "Matematika Diskrit dan Aplikasi pada Ilmu Komputer," *Yogyakarta,* 2002.

[7] Wahyudi, Aljabar Modern, Bandung: Tarsito, 1989.

[8] A. C. Prihandoko, "Pendekatan Identifikasi Logika Dalam Perkuliahan Struktur Aljabar," *Pancaran Pendidikan,* 2004.

[9] H. Rivai, Asas Pemeriksaan Kimia, Jakarta: Universitas Indonesiam(UI-Press), 1995.

[10] M. HAM, Kamus Kimia, Jakarta: Bumi Aksara, 2006.

[11] M. Bunge, "Is chemistry a branch of physic," *journal for the general philosophy of science,* 1982.

[12] R. Chang, Kimia Dasar : Konsep-konsep Inti Edisi Ketiga, Jakarta: Erlangga, 2005.

[13] Budimarwati, "Struktur, tatanama, aromatisasi dan reaksi substitusi elektrofilik senyawa benzena," 2008.

[14] R. Santosa, "Aplikasi Teorema Polya Pada Enumerasi Graf Sederhana," *Integral Majalah Ilmiah Matemtaika dan Ilmu Pengetahuan Alam,* 2003.

[15] "Undang-Undang Nomor 11 Tahun 2008," www.hukumonline.com, Jakarta, 2008.

[17] H. S. Lukman, dan I. Sukarsih, “kajian Algoritma Burnside dan Aplikasinya”, Jurnal Teori dan Terapan Matematika FMIPA Unisba. Vol.10, No.1, 2011

[18] I. Sukarsih,”Aksi Grup Automorfisma dari Graph Sederhana pada Himpunan Titiknya”, Proceeding Konferensi Nasional Sains dan Aplikasinya, 2011.