

Pemodelan dan Peramalan Volume Penjualan Vaksin Campak 10 Ds Menggunakan *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average*

Modeling and Forecasting Sales Volume of Measles Vaccine 10 Ds Using Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average

¹Annisa Rahmah Fidiyah, ²Yani Ramdani, ³Didi Suhaedi

^{1,2,3}Prodi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Jl. Tamansari No.1 Bandung 40116

email: ¹annisarfidiyah@gmail.com, ²yaniramdani66@gmail.com, ³dsuhaedi@hotmail.com

Abstract. Time series modeling requires the assumption that the data is in a stationary state. Time Series is a sequential observation of time or line that depends on the time of observation of an observable variable. To model long-term time series, Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA) models have been introduced that can overcome the weakness of ARIMA, which can only describe the short-term time series, while ARFIMA can explain both short-term and long-term. The purpose of this research is to determine the ARFIMA model and forecasting in the next several periods. The data for modeling ARFIMA is vaccine sales data of measles 10 ds January 2016 until February 2019. Based on the test results of the Hurst data measles vaccine sales have long term dependence. Based on the Geweke-Porter Hudak (GPH) method obtained ARFIMA with the parameter value $d = 0.25$. The best ARFIMA models can be selected based on the Root Mean Squared Error (RMSE) and Akaike Info Criterion (AIC) values of the smallest (1; 0.25; 0). The forecast of using ARFIMA model of the sales data vaccine measles 10 DS for the month of March 2019 is 1943, April 2019 is 1904, May 2019 is 1867, and June 2019 is 1835 with an RMSE value of 0.05705.

Keywords: *Time Series, Long Memory, ARFIMA.*

Abstrak. Pemodelan *time series* memerlukan asumsi bahwa data dalam keadaan stasioner. *Time Series* merupakan pengamatan terurut waktu atau barisan yang tergantung pada waktu dari observasi suatu variabel yang diamati. Untuk memodelkan *time series* jangka panjang, telah diperkenalkan model *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA) yang dapat mengatasi kelemahan ARIMA, dimana ARIMA hanya dapat menjelaskan *time series* jangka pendek, sedangkan ARFIMA dapat menjelaskan baik jangka pendek maupun jangka panjang. Tujuan penelitian ini adalah menentukan model ARFIMA dan peramalan pada beberapa periode ke depan. Data yang digunakan untuk pemodelan ARFIMA adalah data penjualan vaksin campak 10 ds Januari 2016 sampai Februari 2019. Berdasarkan hasil uji *Hurst* data penjualan vaksin campak memiliki ketergantungan jangka panjang. Berdasarkan metode Geweke-Porter Hudak (GPH) diperoleh ARFIMA dengan nilai parameter $d = 0.25$. Model ARFIMA yang terbaik dapat dipilih berdasarkan nilai *Root Mean Squared Error* (RMSE) dan *Akaike Info Criterion* (AIC) terkecil yaitu (1;0,25;0). Prakiraan menggunakan model ARFIMA data penjualan vaksin campak 10 ds untuk bulan Maret 2019 sebanyak adalah 1943, April 2019 adalah 1904, Mei 2019 adalah 1867, dan Juni 2019 adalah 1835 dengan nilai RMSE sebesar 0,05705.

Kata Kunci: Deret Waktu, Jangka Panjang, ARFIMA.

A. Pendahuluan

Matematika mempunyai berbagai macam kegunaan salah satunya dapat memodelkan suatu permasalahan seperti pada penelitian Octari dkk (2016) mengenai model curah hujan berdasarkan suhu puncak awan menggunakan inversi nonlinear, Suhaedi (2002) mengenai model keputusan linguistik untuk seleksi pemasok pada permasalahan manajemen personalia, Suhaedi (2005)

mengenai model keputusan linguistik untuk seleksi pemasok pada permasalahan manajemen pembelian dan Suhaedi (2007) mengenai model pengambilan keputusan *fuzzy* untuk seleksi lokasi pusat distribusi barang pada permasalahan manajemen logistik. Kegunaan dari pemodelan salah satunya untuk melakukan peramalan. Dalam artikel ini akan dilakukan peramalan tentang volume penjualan vaksin campak 10 ds dengan

menegggunakan *Autoregressive Fractionally Integreted Moving Average* (ARFIMA).

Vaksin adalah sediaan yang mengandung zat antigenik yang mampu menimbulkan kekebalan aktif dan khas pada manusia. Vaksin dibuat dari bakteri, risetsia, atau virus dan dapat berupa suspense organisme hidup (Farmakope Indonesia Edisi IV). Kebutuhan vaksin diberbagai negara dari waktu ke waktu selalu berbeda bergantung permintaan konsumen. Besarnya permintaan konsumen dari rentang waktu tidak dapat dihitung secara pasti, akibatnya timbul permasalahan yaitu bagaimana memproduksi vaksin agar dapat memenuhi permintaan konsumen setiap saat. Ada beberapa model yang dikenal untuk menganalisis peramalan diantaranya model ekonometrika, model deret berkala (*time series*) dan model ramalan kualitatif. Menurut Box, et. al. (1994), *time series* merupakan serangkaian data pengamatan berdasarkan urutan waktu. Observasi yang diamati merupakan barisan bernilai diskrit yang diperoleh pada interval waktu yang sama. Metode yang paling umum digunakan adalah ARIMA. ARIMA hanya dapat menjelaskan *time series* jangka pendek (*short memory*), sedangkan ARFIMA dapat menjelaskan baik jangka pendek maupun jangka panjang. Pemodelan ARFIMA pertama kali dikembangkan oleh Granger dan Joyeux (1980) yang merupakan pengembangan dari model ARIMA. Model ARFIMA memberikan hasil yang tidak dapat diperoleh apabila hanya dengan model tidak fraksional ARFIMA. Kelebihan model ARFIMA adalah mampu memodelkan perubahan yang tinggi dalam jangka panjang (*long memory*), mampu menjelaskan struktur korelasi jangka panjang dan jangka pendek serta mampu memberikan model dengan parameter yang lebih

sedikit baik untuk data jangka pendek maupun jangka panjang (Hosking, 1981). Peramalan adalah kegiatan memperkirakan tingkat permintaan produk yang diharapkan untuk suatu produk atau beberapa produk dalam periode waktu tertentu di masa yang akan datang (Biegel, J. E , 1999). Model ARFIMA ini akan digunakan untuk menaksir produksi vaksin campak 10 ds periode berikutnya. Dalam makalah ini mendiskusikan tentang pemodelan dan peramalan ARFIMA pada data penjualan vaksin campak 10 ds untuk 5 periode ke depan.

B. Landasan Teori

Pemodelan dapat didefinisikan sebagai alat bantu atau media yang dapat digunakan untuk mencerminkan dan menyederhanakan suatu realita (dunia sebenarnya) secara terukur (Tamin,1997). Pemodelan *time series* memerlukan asumsi bahwa data dalam keadaan stasioner. *Time Series* merupakan pengamatan terurut waktu atau barisan yang tergantung pada waktu dari observasi suatu variabel yang diamati.

Menurut Makridakis (1991) peramalan (*forecasting*) yaitu prediksi nilai-nilai sebuah peubah berdasarkan kepada nilai yang diketahui dari peubah tersebut atau peubah yang berhubungan. Menurut jangka waktunya, peramalan dibagi menjadi tiga periode, yaitu :

1. Peramalan jangka panjang (*long term forecasting*), merupakan peramalan yang memperkirakan keadaan dalam waktu beberapa tahun ke depan.
2. Peramalan jangka menengah (*mid term forecasting*), merupakan peramalan dalam jangka waktu bulanan atau mingguan.
3. Peramalan jangka pendek (*short term forecasting*), merupakan

dalam jangka waktu harian hingga setiap jam.

Deret waktu adalah serangkaian yang diambil berdasarkan urutan waktu dan antara pengamatan yang berdekatan dan saling berkorelasi, sehingga dikatakan bahwa pada deret waktu, tiap pengamatan yang diambil dari variabel berkorelasi dengan variabel itu sendiri pada waktu sebelumnya (Wei, 2006). Deret waktu yang mempunyai empat komponen (Heter dan Render, 2001) :

1. Komponen *Trend*
Merupakan pergerakan data sedikit demi sedikit meningkat atau menurun.
2. Komponen Musiman
Merupakan pola data yang berulang pada kurun waktu tertentu.
3. Komponen Siklis
Merupakan pola dalam data yang terjadi setiap beberapa tahun.
4. Komponen Variasi Acak
Merupakan satu titik khusus dalam data yang disebabkan oleh peluang dan situasi yang tidak biasa.

Ketidastasioneran dalam *time series* dibedakan menjadi dua, yaitu tidak stasioner dalam *mean* (disebabkan μ_t tidak konstan) dan tidak stasioner dalam varians (disebabkan σ_t^2 yang dependen terhadap waktu). Tidak stasioner dalam *mean* dapat diatasi dengan melakukan pembedaan (*differencing*) dan untuk menstasionerkan varians dilakukan transformasi (Wei, 2006).

Model ARIMA digunakan untuk data *time series* jangka pendek (*short memory*), sebaliknya untuk data *time series* yang memiliki ketergantungan jangka panjang (*long memory*) yaitu jika diantara observasi dengan periode yang terpisah jauh masih mempunyai korelasi yang tinggi, model yang digunakan adalah

ARFIMA. *Long memory* terlihat dari nilai autokorelasi turun lambat secara hiperbolik untuk *lag* yang semakin besar (Kusuma, 2009).

Model ARFIMA merupakan pengembangan dari model ARIMA. Suatu proses dikatakan mengikuti model ARFIMA jika nilai d adalah riil. ARFIMA disebut juga ARIMA yang nilai d tidak hanya berupa nilai integer, melainkan termasuk juga nilai-nilai riil yang disebabkan oleh adanya memori jangka panjang. Menurut Granger dan Joyeux (1980), model ARFIMA (p, d, q) dapat ditulis :

$$\phi(B)(1 - B)^d(Y_t - \mu) = \theta(B)a_t,$$

Keterangan :

- t = indeks dari pengamatan
- d = nilai parameter pembeda
- μ = rata-rata dari pengamatan
- $a_t \sim IID(0, \sigma_t^2)$
- $\phi(B)$ = Polinomial AR (p)
- $\theta(B)$ = Polinomial MA (q)
- $(1 - B)^d$ = Operator pembeda pecahan

Operator pembeda pecahan dapat dihitung dengan menggunakan persamaan berikut :

$$\nabla^d = (1 - B)^d = \sum_{j=0}^{\infty} \binom{d}{j} (-1)^j B^j$$

Dengan

$$\binom{d}{k} = \frac{d!}{k!(d-k)!} = \frac{\Gamma(d+1)}{\Gamma(k+1)\Gamma(d-k+1)}$$

$$\begin{aligned} \nabla^d &= \binom{d}{0} (-1)^0 B^0 + \binom{d}{1} (-1)^1 B^1 + \binom{d}{2} (-1)^2 B^2 + \dots \\ &= \frac{d!}{0!(d-0)!} B^0 + \frac{d!}{1!(d-1)!} B^1 + \frac{d!}{2!(d-2)!} B^2 + \dots \\ &= 1 - dB - \frac{1}{2}(1-d)dB^2 - \frac{1}{6}(2-d)(1-d)dB^3 + \dots \end{aligned}$$

Karakteristik deret yang *fractionally integrated* untuk berbagai nilai d adalah :

1. $|d| > \frac{1}{2}$ menyatakan proses panjang dan tidak stasioner.
2. $0 < |d| < \frac{1}{2}$ menyatakan proses berkorelasi panjang stasioner

dengan adanya ketergantungan positif antar pengamatan yang terpisah jauh yang ditunjukkan dengan autokorelasi positif dan turun lambat dan mempunyai representasi *moving average* orde tak hingga.

3. $-\frac{1}{2} < d < 0$ menyatakan proses berkorelasi panjang stasioner dengan memiliki ketergantungan negatif yang ditandai dengan autokorelasi negatif dan turun lambat serta mempunyai representasi *autoregressive* orde tak hingga.
4. $d = 0$ menyatakan proses berkorelasi pendek.

C. Metode Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini yaitu data penjualan vaksin campak 10 ds. Variabel yang digunakan yaitu volume penjualan vaksin campak 10 ds dalam bentuk bulanan dari bulan Januari 2016 sampai Februari 2019. Berikut merupakan langkah yang dilakukan dalam penelitian :

1. Plot Data
Untuk melihat kestasioneran data dibuatnya plot terlebih dahulu dan menentukan transformasi yang sesuai untuk data yang tidak stasioner. Setelah itu dilakukan uji ADF untuk menguji kestasioneran data dengan menggunakan *software* Eviews.
2. Identifikasi *Long Memory*
Syarat data untuk model ARFIMA yaitu adanya pola *long memory*. Uji *long memory* dari suatu data menggunakan statistik R/S atau statistik Hurst (H).
3. Estimasi Parameter Pembeda (d)
Data yang telah diidentifikasi mengandung *long memory*, dilakukan mencari nilai pembeda (d) menggunakan metode Geweke-Porter Hudak (GPH).

4. Estimasi Parameter ARFIMA (p, d, q)

Untuk menentukan model ARFIMA, maka dibuat grafik ACF dan PACF dari hasil pembedaan, sehingga dapat diidentifikasi model ARFIMA sementara. Kemudian dicari nilai estimasi parameter ϕ dan θ . Estimasi parameter dicari dengan menggunakan *software R*.

5. Pemeriksaan Diagnostik
Pemeriksaan diagnostik pada model ARFIMA terdapat 2 pengujian, yaitu uji *white noise* menggunakan Ljung Box Pierce dan uji normalitas menggunakan Kolmogorov Smirnov.
6. Pemilihan Model Terbaik
Untuk mengetahui ketepatan model yang akan digunakan dalam peramalan, digunakan ukuran statistik AIC. Jika terdapat nilai terkecil maka model tersebut yang dapat digunakan untuk peramalan.

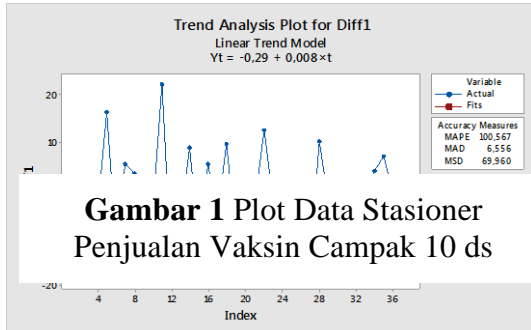
D. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Berdasarkan data penjualan vaksin campak 10 ds bulan Januari 2016 sampai bulan Februari 2019 dilakukan analisis deret waktu menggunakan model ARFIMA.

Plot Data

Berikut adalah hasil plot data penjualan vaksin campak 10 ds bulan Januari 2016 sampai bulan Februari 2019.

Dari gambar 1 menjelaskan bahwa gambar tersebut plot setelah dilakukannya transformasi $\sqrt{Y_t}$. Setelah dilakukan hasil transformasi kemudian



di *differencing* pada orde 1 atau perbedaan sebanyak satu kali. Berdasarkan plot dan *trend* data *differencing* pertama diatas dapat dilihat data sudah stasioner, karena rata-rata jumlah produksi tidak bergerak bebas dalam suatu waktu tertentu dan memiliki variansi yang cukup kecil yaitu 41,6611 dan nilai aktualnya sudah mendekati garis linear. Untuk membuktikan bahwa data penjualan vaksin campak 10 ds telah stasioner dilakukan Uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) dengan *software* Eviews sebagai berikut :

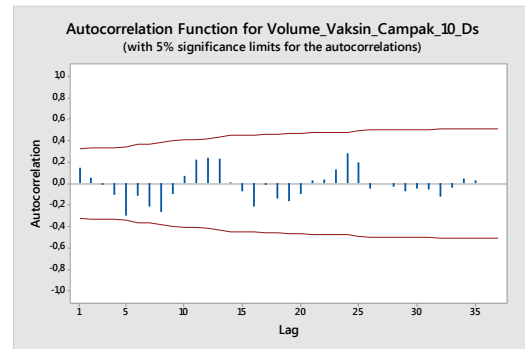
Tabel 1 Uji ADF Data Penjualan Vaksin Campak 10 ds

Variable	t-Statistic	Prob.
PENJUALAN VAKSIN CAMPAK 10 DS	-5.108.658	0.0000

Berdasarkan tabel 1 hasil analisis yaitu diperoleh nilai probabilitas $0 < \alpha = 0,05$, maka diputuskan H_0 ditolak. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa data Y_t tidak mengandung akar unit yang berarti data *time series* Y_t adalah stasioner.

Identifikasi *Long Memory*

Karakteristik yang harus dipenuhi dalam pemodelan ARFIMA



Gambar 2 Plot ACF Data Penjualan Vaksin Campak 10 ds

adalah membuktikan adanya sifat *long memory* pada data dan stasioner. Pengujian *long memory* terdiri dari dua cara, yaitu yang pertama dengan melihat plot ACF. Jika plot ACF data tidak turun secara eksponensial melainkan turun lambat atau hiperbolik maka dapat dikatakan data runtun waktu mengandung *long memory*. Yang kedua sifat *long memory* dapat dibuktikan dengan cara mendapat nilai *Hurst* berdasarkan statistik R/S (Hurst, 1951). Berikut merupakan hasil plot ACF data data penjualan vaksin campak 10 ds.

Perhitungan uji statistik *Hurst* dengan menggunakan *software R* pada tabel 2 berikut :

Tabel 2 Statistik Hurst

<i>Hurst Eksponen</i>	
<i>H</i>	0,749228

Apabila nilai *H* berada pada interval $0 < H < 0,5$, maka data tersebut memiliki sifat *short memory*, tetapi apabila nilai *H* berada pada interval $0,5 < H < 1$, maka data tersebut memiliki sifat *long memory*. Tabel 2 menunjukkan bahwa nilai *H*

bernilai $0,749228 \approx 0,75$, sehingga sifat *long memory* pada data penjualan vaksin campak 10 ds telah terbukti.

Estimasi Parameter Pembeda (*d*)

Langkah selanjutnya adalah menaksir nilai pembeda fraksional (*d*). Metode yang digunakan dalam estimasi parameter pembeda (*d*) adalah metode Geweke Porter-Hudak (GPH). Estimasi nilai *d* diperoleh berdasarkan hasil pada *software R*, dengan hasil seperti pada tabel 3.

Tabel 3 Penaksiran Parameter *d*

GPH Method	
<i>d</i>	0,24922
	08

Tabel 3 menunjukkan nilai *d* taksiran yang didapat $0,2492208 \approx 0,25$. Sehingga hasil data transformasi *Box-Cox* pada langkah sebelumnya harus dilakukan *differencing* dengan nilai *d* tersebut.

Estimasi Parameter ARFIMA (*p, d, q*)

Uji signifikansi parameter model dilakukan untuk membuktikan bahwa model yang didapat cukup memadai. Berikut ini hasil tabel nilai estimasi parameter *p* dan *q* dari masing-masing model ARFIMA (*p, d, q*) yang diperoleh berdasarkan *software R*.

Tabel 4 Estimasi Parameter Psi (\emptyset) dan Theta (θ)

No	ARFIMA	Parameter	Sd. Error
1	(0; <i>d</i> ; 1)	$\theta = 0,099$ 4	0,2800

2	(0; <i>d</i> ; 2)	$\theta = -0,06$ 18	0,2928
3	(1; <i>d</i> ; 0)	$\emptyset = -0,108$ 5	0,2381
4	(1; <i>d</i> ; 1)	$\emptyset = -0,851$ 0	0,3507
		$\theta = -0,76$ 19	0,4457
5	(1; <i>d</i> ; 2)	$\emptyset = -0,850$ 6	0,4025
		$\theta = -0,00$ 17	0,2866
6	(0; <i>d</i> ; 3)	$\theta = 0,106$ 6	0,2006
7	(1; <i>d</i> ; 3)	$\emptyset = 0,4225$ 0	0,5358
		$\theta = 0,310$ 0	0,2159
8	(4; <i>d</i> ; 3)	$\emptyset = -0,131$ 5	0,0016
		$\theta = -0,54$ 38	0,0052
9	(4; <i>d</i> ; 0)	$\emptyset = -0,125$ 5	0,1797

Pemeriksaan Diagnostik

Pemeriksaan diagnostik yang dilakukan meliputi uji asumsi nilai sisa *white noise* dan berdistribusi normal. Pengujian residual data berdistribusi normal atau tidak, dapat dilakukan dengan menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*. Sedangkan nilai sisa (*white noise*) yaitu tidak ada pola apapun

dalam deret residu. Dilakukannya uji nilai sisa (*white noise*) untuk mendeteksi adanya korelasi antar lag, dengan melakukan uji *Ljung-Box Pierce*. Berikut merupakan nilai sisa *white noise* dan distribusi normal model ARFIMA pada tabel 5.

Tabel 5 Pengujian Nilai Sisa dan Distribusi Normal Model ARFIMA

No	Model ARFIMA	Non Autokorelasi	Distribusi Normal
		<i>P-Value</i>	<i>P-Value</i>
1	(0; 0,25;1)	0,9827	0,1687
2	(0; 0,25; 2)	0,9879	0,0689
3	(1; 0,25; 0)	0,9301	0,1072
4	(1; 0,25; 1)	0,9416	0,0969
5	(1; 0,25; 2)	0,9503	0,0961
6	(0; 0,25; 3)	0,9195	0,0689
7	(1; 0,25; 3)	0,9091	0,1981
8	(4; 0,25; 3)	0,5664	0,2374
9	(4; 0,25; 0)	0,8361	0,0573

Berdasarkan kedua uji tersebut dapat disimpulkan untuk residual model ARFIMA yang memenuhi asumsi residual datanya berdistribusi normal dan *white noise*.

Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model terbaik untuk metode ARFIMA dilakukan dengan membandingkan nilai AIC yang terkecil. AIC yang dikembangkan oleh Hirotugu Akaike adalah ukuran kebaikan dalam mengestimasi model statistik. AIC digunakan untuk menemukan model yang dapat menjelaskan data dengan parameter bebas yang minimum.

Tabel 6 Ukuran Model ARFIMA Pada Data Penjualan Vaksin Campak 10 ds

No	Model ARFIMA	AIC
1	(0, 0,25,1)	-281,437
2	(0, 0,25,2)	-279,547

3	(1, 0,25,0)	-281,480
4	(1, 0,25,1)	-280,105
5	(1,0,25,2)	-278,105
6	(0, 0,25,3)	-277,89
7	(1, 0,25,3)	-279,332
8	(4, 0,25,3)	-281,183
9	(4, 0,25,0)	-276,199

Berdasarkan tabel 6, maka didapatkan model ARFIMA terbaik yang memiliki nilai AIC terkecil adalah model ARFIMA (1; 0,25; 0).

Peramalan

Setelah didapat model ARFIMA (*p, d, q*) terbaik untuk data penjualan vaksin campak 10 ds, yaitu (1; 0,25; 0). Langkah selanjutnya adalah membuat ramalan dan model diuji untuk pemasangan terbaik dengan menggunakan RMSE. Tabel 7 merupakan hasil ramalan untuk data penjualan vaksin campak 10 ds pada 5 periode kedepan.

Tabel 7 Peramalan Periode Ke Depan Data Penjualan Vaksin Campak 10 ds

Periode(Bulan)	Maret	April	Mei	Juni	Juli
Hasil Ramalan	1943	1904	1867	1848	1835

Berdasarkan tabel 7 peramalan menggunakan model ARFIMA (1; 0,25; 0) mengasilkan nilai yang baik yaitu 1943, 19034, 1867, 1848, dan 1835 dengan nilai RMSE yaitu 0,05705 yang artinya model sangat bagus.

E. Kesimpulan

Dari hasil pembahasan berdasarkan analisis data pada bab sebelumnya, dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

1. Pemodelan dengan metode ARFIMA berdasarkan prinsip *parsimony* serta nilai AIC terkecil diperoleh model yang terbaik yaitu model ARFIMA (1; 0,25; 0)

2. Dari model ARFIMA (1; 0,25; 0) diperoleh nilai ramalan penjualan vaksin campak 10 ds untuk periode Maret 2019, April 2019, Mei 2019 dan Juni 2019 pada tahun 2019 adalah 1943, 1904, 1867, 1848 dan 1835 dengan nilai RMSE sebesar 0,05705.

F. Saran

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, saran yang dapat diberikan adalah melakukan penelusuran lebih lanjut terhadap penerapan model ARFIMA pada data penjualan vaksin campak 10 ds dengan periode selain bulanan sehingga dapat meningkatkan kebaikan model untuk melakukan peramalan.

Daftar Pustaka

- Barry, Render dan Jay Heizer. 2001. Prinsip-prinsip Manajemen Operasi : Operations Management. Jakarta: Salemba Empat.
- Box, G., Jenkins, G. M., and Reinsel, G. 1994. *Time Series Analysis: Forecasting and Control, 3rd Edition*. Prentice Hall.
- C. W. J. Granger & R. Joyeux. 1980. *An Iintorduction to Long-Memory Time Series Model and Fractional Differencing*. *Journal of Time Series Analysis*. Vol. 1.
- Departemen Kesehatan Republik Indonesia, 1995, Farmakope Indonesia, Edisi IV, 606, Departemen Kesehatan Republik Indonesia, Jakarta.
- Hosking, J. R. M. 1981. *Fractional Differencing*. *Biometrika* 68: 165-176.
- Hurst, H. (1951). Long-term storage capacity of reservoirs. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 770–799, 800–808.
- Kusuma, Liana N. Dan Winita Sulandari. 2009. *Penerapan Model ARFIMA (Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average) dalam Peramalan Suku Bunga Sertifikat Bank Indonesia (SBI)*. Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika. Universitas Sebelas Maret. Surakarta.
- Makridakis S., dan Wheelwright, Mc Gee. 1995. *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Bina Rupa Aksara, Jakarta.
- Octari, G. R., Suhaedi, D., dan Somadi, N. (2016). *Model Curah Hujan Berdasarkan Suhu Puncak Awan Menggunakan Inversi Nonlinear*. Bandung: Universitas Islam Bandung.
- Suhaedi, D., Wardoyo, R. (2002). *Model Keputusan Linguistik untuk Seleksi Pemasok pada Permasalahan Manajemen Personalia*. Yogyakarta: Universitas Gajah Mada.
- Suhaedi, D. (2005). *Model Keputusan Linguistik untuk Seleksi Pemasok pada Permasalahan Manajemen Pembelian*. Bandung: Universitas Padjajaran.
- Suhaedi, D. (2007). *Model Pengambilan Keputusan Fuzzy untuk Seleksi Lokasi Pusat Distribusi Barang pada Permasalahan Manajemen Logistik*. Bandung: Universitas Islam Bandung.
- Tamin, O.Z. (1997). “Perencanaan dan Pemodelan Transportasi”, Teknik Sipil Institut Teknologi Bandung.
- Wei, William S. (2006) . *Time Series Analysis, Univariate and Multivariate Method Second Edition*. New York : Pearson Education.