

Perhitungan Risiko Premi Asuransi Jiwa Seumur Hidup Secara Kontinu Dan Diskrit

Calculation of The Risk of Whole Life Insurance Premiums for Continuously and Discrete

¹Utami Amalia Sukma Dimiyati, ²Onoy Rohaeni, ³Eti Kurniati

^{1,2}Prodi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung,
Jl. Tamansari No.1 Bandung 40116

email: 1utamiamalia9@gmail.com, 2onoyrohaeni@gmail.com, 3eti_kurniati0101@yahoo.com

Abstract. Risk is an uncertain situation that has a detrimental impact. The risk in insurance is also experienced by life insurance companies, in determining the amount of premium for benefit payment. To calculate the risks by determining the variance. In this study is to determine the variance of whole life insurance premiums for continuously and discrete. Continuously whole life insurance premiums, mathematically using an integral concept. Discrete whole life insurance premiums, mathematically using the sigma concept. The variance in whole life insurance is a whole life insurance premium with double force of interest minus the squared whole life insurance premium. By determining this risk, the life insurance company can see whether the predetermined premium can pay benefit payments and provide benefits to the insurance company. The smaller the value of the variance, the smaller the risk at the premium, and the greater the value of the variance, the greater the risk at the premium.

Keywords: Whole life insurance, Risk, Variance, Premium

Abstrak. Risiko merupakan suatu keadaan tidak pasti yang memberikan dampak merugikan. Risiko dalam asuransi dialami juga oleh perusahaan asuransi jiwa yaitu dalam menentukan premi untuk uang pertanggungan tertentu. Salah satu yang digunakan untuk menghitung risiko adalah varians. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan varians premi asuransi jiwa seumur hidup secara kontinu dan diskrit. Premi asuransi jiwa seumur hidup secara kontinu, secara matematis menggunakan konsep integral. Premi asuransi jiwa seumur hidup secara diskrit, secara matematis menggunakan konsep sigma. Varians pada asuransi jiwa seumur hidup merupakan premi asuransi jiwa seumur hidup dengan dua kali lipat laju tingkat suku bunga (*force of interest*) dikurangi premi asuransi jiwa seumur hidup dikuadratkan. Dengan penentuan risiko ini, perusahaan asuransi jiwa dapat melihat apakah premi yang telah ditentukan dapat membayar uang pertanggungan dan memberikan keuntungan kepada perusahaan asuransi. Semakin kecil nilai varians maka semakin kecil risiko pada premi, dan semakin besar nilai varians maka semakin besar risiko pada premi.

Kata kunci : Asuransi Jiwa Seumur Hidup, Risiko, Varians, Premi

A. Pendahuluan

Perusahaan asuransi memiliki peranan penting dalam menentukan premi dan mengelola dana premi yang dikumpulkan dari nasabah. Penentuan besaran premi ini sangat penting bagi perusahaan asuransi karena dengan pembayaran premi perusahaan dapat memberikan uang pertanggungan kepada peserta asuransi dan mendapatkan keuntungan bagi perusahaan asuransi. Perusahaan asuransi dapat mengalami kerugian akibat kesalahan perhitungan premi yang tidak dapat memenuhi uang

pertanggungan. Oleh karena itu perusahaan asuransi harus dapat memperkirakan risiko dari premi asuransi jiwa yang telah dihitung.

Risiko adalah kejadian tidak pasti yang memberikan dampak merugikan. Salah satu cara untuk menentukan risiko ini dengan mencari nilai varians. Varians adalah perbedaan biaya yang diperkirakan dengan biaya yang sebenarnya. Pada umumnya premi asuransi jiwa seumur hidup ini terdapat dua acara yaitu secara kontinu dan diskrit.

Asuransi jiwa secara kontinu diperhitungkan terus menerus setiap detik hingga nasabah meninggal dunia

dengan uang pertanggungan yang akan dibayarkan pada saat kematian. Sedangkan asuransi jiwa secara diskrit diperhitungkan setiap periode tertentu sampai tertanggung meninggal dan uang pertanggungan akan dibayarkan pada akhir periode kematian.

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka perumusan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut: “Seberapa besar risiko asuransi jiwa seumur hidup secara kontinu dan diskrit” Selanjutnya, tujuan dalam penelitian ini diuraikan dalam pokok-pokok sbb.

1. Menentukan premi asuransi jiwa seumur hidup secara kontinu.
2. Menentukan risiko untuk premi asuransi jiwa seumur hidup secara kontinu.
3. Menentukan premi asuransi jiwa seumur hidup secara diskrit.
4. Menentukan risiko untuk premi asuransi jiwa seumur hidup secara diskrit.

B. Landasan Teori

Pengertian risiko adalah ketidakpastian (*uncertainly*) yang mungkin melahirkan peristiwa kerugian (Abbas Salim, 1998). Risiko dapat dicari dengan menentukan nilai varians. Varians adalah perbedaan antara suatu rencana atau target dan suatu hasil (Witjaksono, 2013). Varians adalah perbedaan antara pengeluaran yang diharapkan dan pengeluaran actual.

Asuransi jiwa seumur hidup adalah asuransi secara permanen dimana pembayaran premi setiap tahun besarnya sama. Untuk pembayaran premi tersebut ditetapkan sekali dan berlaku seumur hidup. (Salim Abbas, 2007). Polis asuransi seumur hidup menyatakan bahwa klaim kematian akan dibayarkan kapan saja kematian terjadi.

Premi adalah sejumlah uang yang harus dibayarkan oleh tertanggung kepada perusahaan asuransi

berdasarkan kontrak asuransi yang telah dibuat. Premi yang dibayarkan oleh pembeli asuransi tergantung kepada sifat kontrak yang telah dibuat antara perusahaan asuransi dengan tertanggung (Cormentyna S. Dan Djati K, 2003). Premi dasar merupakan jumlah uang yang harus dibayar tertanggung sesuai dengan tingkat umurnya (Onoy Rohaeni, 2007). Perhitungan premi suatu asuransi pada umumnya didasarkan pada tiga hal yaitu perkiraan mortalita, tingkat bunga dan biaya. Pada premi bersih hanya memperhitungkan tingkat suku bunga dan tingkat mortalita saja. Premi tunggal bersih adalah premi bersih yang pembayarannya dilakukan secara sekaligus dan pembayaran premi tersebut dilakukan pada saat kontrak asuransi disetujui (Fini Alviani, 2016). Premi asuransi jiwa secara kontinu merupakan premi dengan pembayaran uang pertanggungan akan dibayarkan pada saat kematian. Dengan perhitungan setiap detik atau setiap waktu sampai tertanggung meninggal. Premi asuransi jiwa secara diskrit merupakan premi dengan pembayaran uang pertanggungan akan dibayarkan pada akhir periode kematian. Dengan perhitungan setiap periode sampai tertanggung meninggal.

Daftar tabel mortalitas atau tabel kematian berguna untuk mengetahui besarnya klaim kemungkinan timbulnya kerugian yang dikarenakan kematian, serta meramalkan berapa lama batas waktu (umur) rata-rata seseorang bisa hidup. (Abbas Salim, 1998)

Jumlah orang yang dilahirkan pada waktu yang sama disimbolkan dengan l_0 . l_1 adalah mereka yang l_0 berusia 1 tahun. Begitu seterusnya sampai l_x yaitu banyaknya orang hidup sampai pada umur x . Sedangkan jumlah orang yang meninggal dari l_x orang yang mencapai usia $x+1$ dinyatakan

dengan simbol d_x , maka:

$$d_x = l_x - l_{x+1}$$

Untuk peluang seseorang berusia x akan meninggal sebelum mencapai usia $x+1$, atau peluang seseorang yang berusia x tahun meninggal antara usia x dan $x+1$ tahun disimbolkan dengan q_x , sehingga :

$$q_x = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} = \frac{d_x}{l_x}$$

Dan peluang seseorang berusia x tahun yang bertahan hidup paling tidak 1 tahun, yaitu mencapai usia $x+1$ disimbolkan dengan p_x , sehingga :

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

Adapun rumus-rumus yang berhubungan dengan peluang hidup atau mati, yaitu:

1. Peluang hidup

${}_n p_x$ menyatakan peluang seseorang berusia x tahun akan hidup paling sedikit n tahun

$${}_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

2. Peluang mati

${}_n q_x$ menyatakan peluang seseorang berusia x tahun akan meninggal sebelum berusia $x+n$ tahun

$$\begin{aligned} {}_n q_x &= 1 - {}_n p_x \\ &= 1 - \frac{l_{x+n}}{l_x} \\ &= \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x} \end{aligned}$$

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Perhitungan Asuransi Jiwa Seumur Hidup Secara Kontinu

Pada model asuransi yang dibayarkan pada saat kematian atau

disebut dengan model kontinu. Nilai tunai (nilai sekarang) asuransi jiwa seumur hidup pada saat kematian x diberi notasi \bar{A}_x . Asuransi jiwa secara kontinu merupakan integral dari faktor diskonto peluang hidup dan tingkat percepatan kematian dengan batas nilai x menuju tak hingga ($x \rightarrow \infty$) sehingga,

$$\bar{A}_x = \int_0^{\infty} v^t {}_t p_x \mu_x(t) dt \quad (1)$$

Untuk memudahkan perhitungan dapat menggunakan simbol komutasi. Yang dimana simbol komutasi itu adalah

$$D_x = v^x l_x$$

$$\bar{C}_x = \int_0^1 v^{x+t} l_{x+t} \mu_x dt$$

$$\bar{M}_x = \sum_{t=0}^{\infty} \bar{C}_{x+t}$$

Sehubungan dengan pada tabel mortalitas peluang hidup seseorang merupakan perbandingan antara jumlah yang hidup pada usia $x + t$ dengan jumlah yang hidup pada usia x yang secara rumus dinyatakan sebagai

$${}_t p_x = \frac{l_{x+t}}{l_x}$$

$$\bar{A}_x = \int_0^{\infty} v^t \frac{l_{x+t}}{l_x} {}_t \mu_x dt$$

$$\bar{A}_x = \frac{1}{l_x} \int_0^{\infty} v^t l_{x+t} \mu_x dt$$

Dengan mengalikan $\frac{v^x}{v^x}$ maka diperoleh :

$$\bar{A}_x = \frac{1}{v^x l_x} \int_0^{\infty} v^{x+t} l_{x+t} \mu_x dt$$

Dengan menggunakan simbol komutasi akan diperoleh:

$$\bar{A}_x = \frac{\bar{M}_x}{D_x} \quad (2)$$

Perhitungan Risiko Pembayaran Premi Secara Kontinu

Perhitungan risiko pembayaran premi dapat membantu perusahaan asuransi untuk memperkirakan besarnya risiko pada premi asuransi jiwa. Dengan menggunakan perhitungan varians untuk menentukan besarnya risiko. Pada asuransi jiwa, varians dapat dihitung dengan premi asuransi jiwa dengan dua kali lipat laju tingkat suku bunga (*force of interest*) dikurangi dengan premi asuransi jiwa dikuadratkan. Menurut Bowers (1997) dengan *rule of moment* varians dapat dituliskan dengan

$$Var(Z) = {}^2\bar{A}_x - (\bar{A}_x)^2$$

Untuk menyederhanakan perhitungan varians berdasarkan persamaan (1), maka:

$$\bar{A}_x = \int_0^{\infty} v^t {}_t p_x \mu_x dt$$

Dengan menggunakan asumsi $v^t = e^{-\delta t}$ dan ${}_t p_x = e^{-\mu t}$, maka:

$$\bar{A}_x = \mu_x \int_0^{\infty} e^{-(\delta+\mu)t} dt$$

Untuk menyelesaikan persamaan diatas digunakan metode substitusi. Misalnya:

$$u = -(\delta + \mu)t$$

$$du = -(\delta + \mu)dt$$

$$dt = \frac{du}{-(\delta + \mu)}$$

Maka:

$$\bar{A}_x = \mu_x \int_0^{\infty} e^{-(\delta+\mu)t} dt$$

$$\bar{A}_x = \mu_x \int_0^{\infty} e^u \frac{du}{-(\delta+\mu)}$$

$$\bar{A}_x = \frac{\mu_x}{-(\delta+\mu)} \int_0^{\infty} e^u du$$

$$\bar{A}_x = \frac{\mu_x}{-(\delta+\mu)} (0 - 1)$$

$$\bar{A}_x = \frac{\mu_x}{(\delta + \mu)}$$

Karena ${}^2\bar{A}_x$ adalah \bar{A}_x dengan dua kali lipat *force of interest* (2δ), maka ${}^2\bar{A}_x = \frac{\mu_x}{(2\delta+\mu)}$. Dengan demikian, varians untuk premi asuransi jiwa seumur hidup dapat ditulis:

$$\begin{aligned} Var(Z) &= {}^2\bar{A}_x - (\bar{A}_x)^2 \\ &= \frac{\mu_x}{(2\delta+\mu)} - \left(\frac{\mu_x}{(\delta+\mu)}\right)^2 \end{aligned} \quad (3)$$

Perhitungan Asuransi Jiwa Seumur Hidup Secara Diskrit

Pada model asuransi yang dibayarkan pada akhir tahun kematian atau disebut dengan model diskrit. Nilai tunai (nilai sekarang) pada asuransi jiwa seumur hidup untuk seseorang yang berusia x tahun dengan uang pertanggungan sebesar 1, diberi notasi A_x . Asuransi jiwa secara diskrit merupakan penjumlahan dari faktor diskonto yang dikalikan peluang kematian dengan batas nilai x menuju tak hingga ($x \rightarrow \infty$) maka dapat ditulis :

$$A_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} {}_k p_x q_{x+k} \quad (4)$$

Untuk memudahkan perhitungan maka dapat menggunakan simbol komutasi yang disimbolkan dengan:

$$D_x = v^x l_x$$

$$C_x = v^{x+k+1} d_{x+k}$$

$$M_x = \sum_{x=0}^{\infty} C_x$$

Pada tabel mortalitas peluang seseorang berusia x tahun akan hidup paling sedikit k tahun merupakan perbandingan antara jumlah yang hidup pada usia $x+k$ dengan yang hidup pada usia x atau ${}_k p_x = \frac{l_{x+k}}{l_x}$, sehingga:

$$A_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} \frac{l_{x+k}}{l_x} q_{x+k}$$

Selanjutnya mengalikan kedua ruas dengan l_x :

$$l_x A_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} l_{x+k} q_{x+k} \quad (5)$$

Pada tabel mortalitas dijelaskan bahwa peluang kematian merupakan perbandingan antara jumlah yang meninggal pada usia $x+k$ dengan jumlah yang hidup pada usia x , secara rumus ditulis $q_{x+k} = \frac{d_{x+k}}{l_x}$. Karena $l_x q_{x+k} = d_{x+k}$ maka persamaan (5) menjadi:

$$l_x A_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} d_{x+k} \quad (6)$$

$$A_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} \frac{d_{x+k}}{l_x}$$

$$A_x = \frac{1}{l_x} \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} d_{x+k}$$

Dengan mengalikan maka $\frac{v^x}{v^x}$ maka :

$$A_x = \frac{1}{v^x l_x} \sum_{k=0}^{\infty} v^{x+k+1} d_{x+k}$$

Dengan menggunakan simbol komutasi maka dapat ditulis:

$$A_x = \frac{M_x}{D_x} \quad (7)$$

Perhitungan Risiko Pembayaran Premi Secara Diskrit

Perhitungan risiko pembayaran premi dapat membantu perusahaan asuransi untuk memperkirakan besarnya risiko pada premi asuransi jiwa. Dengan menggunakan

perhitungan varians untuk menentukan besarnya risiko. Pada asuransi jiwa seumur hidup secara diskrit varians dapat dihitung dengan premi asuransi jiwa dengan dua kali lipat laju tingkat suku bunga (*force of mortality*) dikurangi dengan premi asuransi jiwa dikuadratkan. Sama seperti mencari varians pada asuransi jiwa secara kontinu varians pada asuransi jiwa seumur hidup secara diskrit varians dapat dicari dengan persamaan :

$$Var(Z) = {}^2 A_x - (A_x)^2 \quad (8)$$

Oleh karena ${}^2 A_x$ merupakan A_x dengan dua kali lipat *force of interest* (2δ), maka ${}^2 A_x$ dapat dicari dengan persamaan berikut:

$${}^2 A_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^{(k)2} {}_k p_x q_{x+k} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} {}^2 A_x &= \sum_{k=0}^{\infty} v^{(2)k} {}_k p_x q_{x+k} \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} e^{-2\delta(k)} {}_k p_x q_{x+k} \end{aligned} \quad (10)$$

Maka untuk mencari varians pada asuransi jiwa secara diskrit dapat dicari dengan persamaan berikut:

$$\begin{aligned} Var(Z) &= {}^2 A_x - (A_x)^2 \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} e^{-2\delta(k)} {}_k p_x q_{x+k} \\ &\quad - \left(\sum_{k=0}^{\infty} e^{-\delta(k)} {}_k p_x q_{x+k} \right)^2 \end{aligned}$$

Contoh Kasus

Perusahaan asuransi akan memperhitungkan jumlah premi asuransi jiwa seumur hidup secara kontinu dan diskrit untuk perempuan pada usia 24 dengan uang pertanggungan sebesar Rp. 100.000.000,- dengan tingkat suku bunga sebesar 5%.

Maka perhitungan premi asuransi jiwa seumur hidup secara kontinu adalah

$$\begin{aligned} 10^8 \bar{A}_{24} &= 10^8 \frac{\bar{M}_{24}}{D_{24}} = 10^8 \frac{2566,61}{30680,84} \\ &= 10^8 (0,08365514112) \\ &= 8365514,112 \end{aligned}$$

Dari perhitungan secara kontinu maka jumlah premi tunggal bersih yang harus dibayarkan sebesar Rp 8.365.514,112

Dari perhitungan premi tunggal bersih untuk asuransi jiwa seumur hidup secara kontinu dan diskrit, selanjutnya akan dihitung risiko untuk keduanya. Risiko ini dihitung untuk mengetahui bagaimana risiko ketika mengikuti asuransi pada usia tersebut. Dari tingkat suku bunga yang diketahui yaitu sebesar 5% atau sebesar 0,05 maka dapat ditentukan nilai laju tingkat suku bunga (*force of interest*) diperoleh :

$$\delta = \ln(1 + i)$$

$$\delta = \ln(1 + 0,05)$$

$$\delta = 0,04879$$

Sehingga *force of interest* adalah sebesar 0,04879

Laju tingkat kematian untuk masing-masing berusia 24 tahun yaitu:

$$\mu_{24} = -\ln p_{24} = 0,00039$$

Jadi besarnya tingkat laju kematian (*force of mortality*) untuk usia 24 tahun sebesar 0,00039

Nilai varians untuk usia 24 tahun diperoleh

$$\begin{aligned} \text{Var}(Z) &= \frac{\mu_{24}}{(2\delta + \mu_{24})} - \left(\frac{\mu_{24}}{(\delta + \mu_{24})} \right)^2 \\ &= \frac{0,00039}{(2(0,04879) + 0,00039)} \\ &\quad - \left(\frac{0,00039}{(0,04879 + 0,00039)} \right)^2 \end{aligned}$$

$$= 0,003918$$

Dari perhitungan varians secara kontinu diperoleh varians untuk usia 24 tahun sebesar 0,003918. Sehingga risiko untuk anak yang berusia 24 tahun sebesar 0,003918.

Untuk perhitungan premi asuransi jiwa seumur hidup secara diskrit untuk usia 24 tahun diperoleh:

$$\begin{aligned} 10^8 A_{24} &= 10^8 \frac{M_{24}}{D_{24}} \\ &= 10^8 \frac{2504,049}{30680,84} \\ &= 10^8 (0,08161605093) \\ &= 8161605,093 \end{aligned}$$

Dari perhitungan secara diskrit maka jumlah premi tunggal bersih yang harus dibayarkan sebesar Rp 8.161.605,093

Setelah perhitungan premi tunggal bersih untuk asuransi jiwa seumur hidup secara diskrit, selanjutnya akan dihitung risiko pembayaran premi. Dengan laju tingkat suku bunga sebesar 0,04879, diperoleh:

$$\begin{aligned} \text{Var}(Z) &= {}^2A_{24} - (A_{24})^2 \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} e^{-2(0,04879)k} {}_k p_{24} q_{24+k} \\ &\quad - \left(\sum_{k=0}^{\infty} e^{-0,04879(k)} {}_k p_{24} q_{24+k} \right)^2 \\ &= 0,014772194 - (0,08161605093)^2 \\ &= 0,007774 \end{aligned}$$

Dari perhitungan premi asuransi jiwa secara kontinu untuk usia 24 dengan uang pertanggungan sebesar Rp. 100.000.000,- maka jumlah premi tunggal bersih sebesar Rp. 8.161.605,093. Setelah dilakukan perhitungan varians untuk usia 24 tahun sebesar 0,007774. Hal ini menyebabkan risiko premi asuransi

jiwa seumur hidup masih relatif kecil.

D. Kesimpulan

Berdasarkan uraian yang telah dijelaskan sebelumnya maka kesimpulan yang dapat diambil adalah Varians dapat menentukan risiko pada premi asuransi jiwa. Jika varians kecil maka risiko akan penentuan premi untuk uang pertanggungan yang sama akan kecil. Jika varians besar maka risiko akan penentuan premi untuk uang pertanggungan yang sama akan besar.

Daftar Pustaka

- Alviani, F., Rohaeni, O., & Kurniati, E. 2016. Determining life insurance pure single premium value with postponement payment by using Mortality Table Cso 1941 and Mortality Table Sco 1958.
- Blocher, E. J., Chen, K. H., Cokins, G., Lin T. W. 2007. Cost Management, Manajemen Biaya. Diterjemahkan oleh Tim Penerjemah Penerbit Salemba. Edisi Ketiga. Jakarta: Salemba
- Bowers, N. JR. 1997. Actuarial Mathematics. USA: The Society of Actuaries.
- Cormentyna, Sitanggang. dan Djati Kerami. 2003, Kamus Matematika. Jakarta: (Salim, 1998) (Takashi, 1993)Balai Pustaka
- Jordan, C. W. 1991, Life Contingencies, The Society of Actuaries.
- Rohaeni, O. 2007. Modifikasi Cadangan Premi Asuransi Jiwa dengan Menggunakan Metode Zillmer. STATISTIKA: Journal of Theoretical Statistics and Its Applications, pp. 41-44.
- Salim, Abbas. 1998. Asuransi & Manajemen Risiko Edisi Revisi. Jakarta : Raja Grafindo Persada.
- Sembiring, R. K. 1986, Buku Materi Pokok Asuransi I, Jakarta: Karunika
- Takashi, F. 1993. Matematika Asuransi Jiwa Bagian 1. Tokyo: Incorporated Foundation OLICD Center.
- Tunggal, Amin Widjaja 1995. Kamus Akutansi. Jakarta: Rineka Cipta
- Witjaksono, Armanto. 2013. Akutansi Biaya Edisi Revisi. Yogyakarta: Graha Ilmu.