 ISSN: 2460-6464

Analisa Matematik untuk Menentukan Kondisi Kestabilan Keseimbangan Pasar Berganda dengan Dua Produk Melalui Sistem Persamaan Diferensial Biasa Linear

[1] Fadli Azis, [2] Gani Gunawan, [3] Eti Kurniati

[1,2]*Prodi Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Islam Bandung,*
Jl. Tamansari No. 1 Bandung 40116
e-mail: [1] fadliazis16@gmail.com, [2] ggani9905@gmail.com, [3] eti_kurniati0101@yahoo.com

Abstrak. Persamaan diferensial adalah suatu persamaan matematik yang terbentuk karena adanya fenomena perubahan terhadap variael yang mempengaruhi fenomena tersebut. Fenomena perubahan tersebut misalnya terjadi dalam bidang ekonomi yang terkait dengan kondisi pasar yaitu tentang keseimbangan dan kestabilan pasar. Faktor yang mempengaruhi tercapainya kestabilan dan keseimbangan pasar adalah perubahan harga. Pada pasar berganda dengan dua produk, jumlah permintaan dan penawaran akan dipengaruhi oleh perubahan dari harga produk tersebut dan harga produk lainnya. Samuelson memanfaatkan dari fenomena yang terjadi bahwa perubahan harga sebanding dengan perubahan kelebihan permintaan. Dari latar belakang tersebut penelitian ini dilakukan untuk mengetahui bentuk sistem penyesuaian harga dinamik Samuelson secara matematis dan untuk mengetahui kondisi apa saja yang menjamin tercapainya kestabilan keseimbangan pasar berganda dengan dua produk. Hasilnya adalah kestabilan keseimbangan akan tercapai jika terjadi kondisi perubahan kelebihan permintaan produk pertama naik maka kelebihan permintaan produk kedua turun dengan nilai yang sama atau lebih besar.

Kata kunci : Sistem persamaan diferensial linier, Persamaan Difrensial Pasar Berganda Dinamik Samuelson, Keseimbangan, Kestabilan**.**

A. Pendahuluan

Persamaan diferensial adalah persamaan matematik yang terbentuk karena adanya fenomena perubahan terhadap variabel yang mempengaruhi fenomena tersebut. Secara matematis penyelidikan terhadap perubahan tersebut akan menghasilkan ekspresi turunan dari suatu fungsi yang belum diketahui. Dalam dunia nyata terkadang ditemukan suatu fenomena yang menghasilkan lebih dari satu persamaan yang saling mempengaruhi satu sama lain, sehingga dalam pembentukan model matematikanya dilakukan dengan pendekatan persamaan simultan atau akan membentuk suatu sistem persamaan.

Banyak kasus perubahan di dunia nyata yang membentuk sistem persamaan diferensial, misalnya dalam bidang ekonomi. Permasalahan ekonomi salah satunya adalah masalah kondisi pasar. Kondisi pasar yang dimaksud adalah kondisi dimana pasar tersebut seimbang dan stabil. Banyak faktor yang mempengaruhi terjadinya kestabilan keseimbangan pasar. Salah satu faktor tersebut adalah perubahan harga dari setiap produk yang akan mempengaruhi permintaan dan penawaran setiap produk tersebut.

Jika dalam suatu pasar terdapat dua jenis produk yang saling substitusi satu sama lainnya maka kondisi tersebut termasuk dalam pasar berganda atau multimarket. Pada pasar tersebut permintaan dan penawaran suatu barang akan dipengaruhi oleh permintaan dan penawaran jenis barang lainnya. Dalam kehidupan nyata kondisi pasar juga dipengaruhi oleh berjalannya waktu (dinamik). Pasar dengan dua jenis produk termasuk dalam pasar berganda dinamik.

Dalam suatu sistem, akan ada faktor atau kondisi yang menjadikan sistem tesebut stabil. Begitu juga pada kasus kestabilan pasar berganda dinamik. Analisis tentang kestabilan keseimbangan pasar berganda dinamik telah dianalisis oleh Samuelson dengan pendekatan sistem persmaan diferensial. Hal ini menjadi topik yang menarik dalam pembahasan tulisan ini, dimana penulis ingin mengetahui kodisi yang menjamin terciptanya kestabilan keseimbangan pasar berganda melalui pendekatan sistem persamaan diferensial biasa linear.

B. Landasan Teori

Sistem Persamaan Differensial linear Orde Pertama, Sistem Otonom

Secara Umum, sistem dari dua buah persamaan diferensial linear orde pertama dinyatakan dalam bentuk

$$\frac{dy}{dt} = F_1(t, x, y)$$
$$\frac{dy}{dt} = F_2(t, x, y) \tag{1}$$

Sistem (1) dikatakan mempunyai solusi pada interval $I : \alpha < t < \beta$ jika terdapat himpunan *2* fungsi

$$x = x(t)\,, y = y(t) \tag{2}$$

yang dapat didiferensialkan pada semua titik dalam interval *I* dan memenuhi sistem persamaan (1) pada semua titik pada interval ini.

Jika variabel *t* tidak muncul secara eksplisit, maka dinamakan sistem otonom dengan bentuk umumnya sebagai berikut

$$\frac{dy}{dt} = F(x, y)$$
$$\frac{dy}{dt} = G(x, y) \tag{3}$$

Metode Penyelesaian Sistem Persamaan Diferensial linear dengan Matriks

Misalkan sistem persamaan diferensial linier homogen 2x2 dengan koefisien konstanta sebagai berikut:

$$\frac{dx}{dt} = a_1 x + b_1 y$$
$$\frac{dx}{dt} = a_2 x + b_2 y \tag{4}$$

dimana konstanta a_1, a_2, b_1, b_2 diasumsikan bilangan riil. Sistem (4) dapat disajikan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \tag{5}$$

dimana $x' = \frac{dx}{dt}$ dan $y' = \frac{dy}{dt}$.

Sistem (5) secara ringkas dapat ditulis dengan memperkenalkan vektor- vektor X', X dan matriks *A*, yaitu:

$$X' = AX \tag{6}$$

Dari bentuk sistem linier (6), kita dapat mengasumsikan sebagai solusi berbentuk

$$X = Ke^{\lambda t} \text{atau} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 e^{\lambda t} \\ k_2 e^{\lambda t} \end{bmatrix} \tag{7}$$

Dengan mendiferensialkan dan melakukan substitusi pada setiap komponen vektor itu, kita memperoleh

$$\lambda k_1 e^{\lambda t} = a_1 k_1 e^{\lambda t} + b_1 k_2 e^{\lambda t}$$
$$\lambda k_2 e^{\lambda t} = a_2 k_1 e^{\lambda t} + b_2 k_2 e^{\lambda t} \tag{8}$$

atau dapat ditulis

$$(a_1 - \lambda)k_1 + b_1k_2 = 0$$
$$a_2k_1 + (b_2 - \lambda)k_2 = 0 \quad (9)$$

atau dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} a_1 - \lambda & b_1 \\ a_2 & b_2 - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Sistem (9) merupakan sistem persamaan linier homogen dan agar kita mendapatkan solusi tak trivial maka haruslah

$$\begin{vmatrix} a_1 - \lambda & b_1 \\ a_2 & b_2 - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (11)$$

atau dapat ditulis

$$\lambda^2 - (a_1 + b_2)\lambda + (a_1b_2 - a_2b_1) = 0 \quad (12)$$

Selanjutnya akan diselidiki jenis titik kritis secara analitik yaitu bagaimana menentukan jenis suatu titik kritis terasing P_0 dari suatu sistem otonom (3). Tanpa mengurangi keumuman, diasumsikan P_0 adalah titik (0,0). Cara yang sering dipakai untuk menyelidiki jenis titik kritis ini adalah dengan cara pelinieran.

Karena P_0: (0,0) adalah titik kritis maka $F(0,0) = 0$ dan $G(0,0) = 0$, akibatnya F dan G tidak mempunyai konstanta. Dari sini dapat dituliskan suku liniernya secara eksplisit

$$x' = a_1x + b_1y + F_1(x, y)$$
$$y' = a_2x + b_2y + G_1(x, y) \quad (13)$$

sistem linier yang dihasilkan dengan pelinieran sistem (13) ini yaitu dengan menghilangkan F_1 dan G_1, sehingga diperoleh

$$x' = a_1x + b_1y$$
$$y' = a_2x + b_2y \quad (14)$$

dari sistem (5) jika $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$ maka jenis dan kestabilan P_0 sama dengan jenis dan kestabilan titik kritis (0,0) dari sistem linier.

Persamaan (12) dapat ditulis dalam notasi yang baku dengan memisalkan

$$u = a_1 + b_2\ , v = a_1b_2 - a_2b_1 \quad (15)$$

dari (15), persamaan karakteristik (12) dapat ditulis juga sebagai persamaan

$$\lambda^2 - u\lambda + v = 0 \quad (16)$$

jika λ_1, λ_2 adalah akar-akar karakteristik maka diperoleh

$$\lambda^2 - u\lambda + v = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) = \lambda^2 - (\lambda_1 + \lambda_2)\lambda + \lambda_1\lambda_2 = 0 \quad (17)$$

sehingga

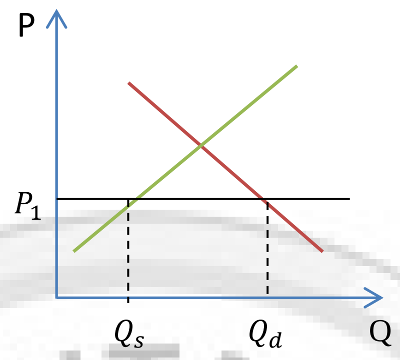
$$u = \lambda_1 + \lambda_2, v = \lambda_1\lambda_2 \quad (18)$$

Berdasarkan c dan d ini dapat dicirikan P_0 sebagai berikut:

1. Stabil dan atraktif jika $c < 0$ dan $d > 0$
2. Stabil jika $c \leq 0$ dan $d > 0$
3. Tidak stabil jika $c > 0$ atau $d < 0$

Kelebihan Permintaan

Kelebihan permintaan (*excess demand*) adalah suatu kondisi dimana dengan penetapan harga seharga (P_1) mengakibatkan jumlah permintaan (Q_d) lebih besar dari pada jumlah penawaran (Q_s) sehingga terjadi pengalokasian sumber ekonomi yang tidak optimum karena jumlah yang sebenarnya diminta pasar lebih besar dari yang ditawarkan. Keadaan kelebihan permintaan tersebut dapat dilihat dari grafik sebagai berikut :



Gambar 1 : Grafik Kelebihan Permintaan (*Excess Demand*)

C. Pembahasan

Keseimbangan Pasar Berganda dengan Dua Produk

Dalam pasar berganda dengan dua produk x_1 dan x_2 atau dapat ditulis $x = (x_1, x_2)$ dan mempunyai harga masing-masing p_1 dan p_2 atau dapat ditulis $p = (p_1, p_2)$. Dalam pasar tersebut terdapat permintaan dan penawaran barang *i*, dimana *i*=1,2 yang dipengaruhi oleh harga kedua barang tersebut sehingga menghasilkan suatu fungsi permintaan dan fungsi penawaran. Fungsi permintaan untuk produk ke-i disimbolkan dengan $D_i(p)$ dan fungsi penawaran produk ke-i disimbolkan dengan $S_i(p)$.

Interaksi antara permintaan dan penawaran akan menghasilkan kondisi dimana jumlah permintaan lebih banyak daripada jumlah penawaran yang dikenal dengan istilah kelebihan permintaan (*excess demand*). Kelebihan permintaan (*excess demand*) merupakan selisih antara jumlah permintaan dengan jumlah penawaran yang dinotasikan dengan $f_i(p)$, dimana $i = 1{,}2$. Oleh karena $D_i(p)$ menunjukan jumlah permintaan dan $S_i(p)$ menunjukan jumlah penawaran, maka

$$f_i(p) = D_i(p) - S_i(p) \tag{19}$$

Dalam suatu pasar tentunya akan memberikan harga yang berbeda- beda terhadap suatu produk *i*. Dari harga- harga tersebut, terdapat harga- harga yang memungkinkan terjadinya keseimbangan pada produk ke-i yang berarti bahwa pada harga- harga tertentu jumlah permintaan dan jumlah penawaran pada produk ke-i tersebut sama. Harga-harga tersebut dapat dinotasikan sebagai vektor harga $\bar{p}$ yang merupakan vektor harga keseimbangan. Oleh karena itu dapat dikatakan bahwa keseimbangan pada produk ke-i akan tercapai jika dan hanya jika terdapat vektor harga $\bar{p}$ sedemikian sehingga

$$D_i(\bar{p}) = S_i(\bar{p}) \tag{20}$$

Dari persamaan (20) di atas dapat dikatakan juga bahwa selisih antara jumlah permintaan dan jumlah penawaran produk ke-i tersebut sama dengan nol, atau dapat dituliskan

$$f_i(\bar{p}) = D_i(\bar{p}) - S_i(\bar{p}) = 0 \tag{21}$$

Dari kondisi di atas, dapat dinyatakan bahwa keseimbangan secara keseluruhan pada pasar berganda dengan dua produk akan tercapai apabila kondisi keseimbangan pada persamaan (20) dapat terpenuhi untuk semua produk ke- i, dimana *i*=1,2. Jika kondisi tersebut dapat terpenuhi maka dapat ditulis

$$f_i(\bar{p}) = 0 \quad (22)$$

yang artinya tidak terjadi kelebihan permintaan pada produk ke-i dan berarti jumlah permintaan dengan jumlah penawaran produk ke-i tersebut sama.

Model Pasar Berganda Dinamik Samuelson dengan Dua Variabel

Model pasar berganda dinamik adalah model pasar berganda yang mempertimbangkan faktor variabel waktu t dan untuk memodelkan pergerakan harga dalam suatu pasar. Dalam pasar berganda dengan dua produk yang saling mempengaruhi jumlah permintaan dan jumlah penawaran suatu barang ke-i dimana i=1,2 akan dipengaruhi oleh harga dari kedua produk tersebut. Pada suatu waktu tertentu harga dari suatu barang akan mengalami perubahan dan untuk waktu-waktu seterusnya akan mengalami perubahan juga.

Samuelson memanfaatkan suatu fenomena yang yang terjadi dari kenyataan yang ada bahwa perubahan harga sebanding dengan perubahan kelebihan permintaan yang artinya harga akan melakukan penyesuaian terhadap kelebihan permintaan. Dari kondisi tersebut dapat dikatakan bahwa pada suatu tingkat harga tertentu, jikajumlah permintaan lebih besar dari jumlah penawaran yaitu$D_i(p) > S_i(p)$ yang berarti$f_i(p) > 0$, maka harga akan bergerak naik dan sebaliknya jika jumlah permintaan lebih kecil dari jumlah penawaran yaitu $D_i(p) < S_i(p)$ yang berarti $f_i(p) < 0$, maka harga akan bergerak turun. Dari kondisi tersebut perubahan harga akan terjadi seiring berjalannya waktu, sehingga untuk perubahan harga setiap produk, *Samuelson* menuliskannya dalam bentuk sistem persamaan diferensial yaitu :

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = k_i f_i[p_1(t), p_2(t)] \text{ ; } i\text{=1,2} \quad (23)$$

atau dapat juga ditulis

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = k_i f_i(p(t)) \text{ ; } i\text{=1,2dan } p = (p_1, p_2) \quad (24)$$

Persamaan (24) diatas dinamakan dengan sistem penyesuaian harga dinamik samuelson. Dimana k_i adalah konstanta yang menyatakan kecepatan penyesuaian (*speed of adjustment*) produk ke-i terhadap perubahan waktu. Persamaan (24) bersifat otonom karena variabel t tidak muncul secara eksplisit, dikarenakan pada kenyataannya variabel waktu tidak secara langsung berpengaruh terhadap perubahan harga. Perubahan harga dipengaruhi oleh pendapatan sedangkan pendapatan sendiri dipengaruhi oleh perubahan waktu. Oleh karena itu variabel waktu t tidak dimunculkan secara eksplisit. Pada kondisi dimana terjadi kelebihan permintaan (*excess demand*) harga akan bergerak naik, maka dapat dikatakan juga bahwa perubahan harga yang terjadi akan bergerak naik atau bernilai positif dengn kata lain $\frac{dp_i(t)}{dt} > 0$. Oleh karena $\frac{dp_i(t)}{dt} > 0$ dan $f_i(p(t)) > 0$, maka haruslah k_i bernilai positif atau dapat ditulis k_i>0.

Samuelson memberikan suatu konstanta k_i sebagai suatu konstanta yang menyatakan kecepatan penyesuaian (*speed of adjustment*) dari produk ke-i terhadap perubahan waktu. Tentunya setiap produk memiliki kecepatan penyesuaian yang berbeda- beda, diasumsikan perubahan harga yang terjadi tetap $k_i = 1$. Dari sini maka persamaan (24) dapat ditulis

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = f_i(p(t)) \text{ ; } i\text{=1,2} \quad (25)$$

Oleh karena $f_i(p(t))$ tidak diketahui nilainya, sehingga dari persamaan (25) di atas jika diambil aproksimasi taylor dari $f_i(p)$ pada titik-titik disekitar vektor harga $\bar{p} = (\bar{p}_1, \bar{p}_2)$, yaitu:

$$f_i(p(t)) = f_i(\bar{p}) + \sum_{j=1}^{2} \frac{df_i(\bar{p})}{dp_j}\left[p_j(t) - \bar{p}_j\right] \quad (26)$$

Karena dari persamaan (22) menyatakan bahwa $f_i(\bar{p}) = 0$ untuk semua i=1,2; maka persamaan (26) dapat ditulis menjadi

$$f_i(p(t)) = \sum_{j=1}^{2} \frac{df_i(\bar{p})}{dp_j}\left[p_j(t) - \bar{p}_j\right] \quad (27)$$

untuk penyederhanaan dimisalkan $\frac{df_i(\bar{p})}{dp_j} = a_{ij}$ dimana a_{ij} merupakan suatu konstanta, sehingga persamaan (27) dapat dituliskan

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = \sum_{j=1}^{2} a_{ij}\left[p_j(t) - \bar{p}_j\right] \quad (28)$$

persamaan (28) di atas dapat diuraikan menjadi

$$\frac{dp_1(t)}{dt} = a_{11}[p_1(t) - \bar{p}_1] + a_{12}[p_2(t) - \bar{p}_2]$$
$$\frac{dp_2(t)}{dt} = a_{21}[p_1(t) - \bar{p}_1] + a_{22}[p_2(t) - \bar{p}_2] \quad (29)$$

Dari sistem persamaan (29) di atas dapat dibentuk menjadi sebuah matriks 2x2 sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} \frac{dp_1(t)}{dt} \\ \frac{dp_2(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} a_{12} \\ a_{21} a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [p_1(t) - \bar{p}_1] \\ [p_2(t) - \bar{p}_2] \end{bmatrix} \quad (30)$$

Sistem (30) dapat dibentuk dalam notasi vektor sebagai berikut

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = \dot{p} = A\left[p_j(t) - \bar{p}_j\right] \quad (31)$$

dimana A merupakan matriks berukuran 2x2 dengan elemen-elemennya adalah a_{ij} dengan i=1,2 dan j=1,2.

Persamaan (31) dapat disederhanakan lagi dengan memisalkan $q_j = p_j(t) - \bar{p}_j$, maka dapat dilihat perubahan q_j terhadap waktu t sebagai berikut

$$\frac{dq_j(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[p_j(t) - \bar{p}_j\right] = \frac{dp_j(t)}{dt} - \frac{d\bar{p}_j}{dt} \quad (32)$$

karena $\bar{p}$ merupakan harga keseimbangan maka tidak terjadi perubahan harga terhadap waktu t, sehingga dapat dituliskan

$$\frac{dq_j(t)}{dt} = \frac{dp_j(t)}{dt} \quad (33)$$

karena i dan j sama-sama menyatakan produk, maka $\frac{dq_j(t)}{dt} = \frac{dp_i(t)}{dt}$, sehingga dapat ditulis sebagai berikut

$$\frac{dq_j(t)}{dt} = \sum_{j=1}^{2} a_{ij}\left[p_j(t) - \bar{p}_j\right] \quad (34)$$

dan dapat ditulis dengan notasi vektor menjadi

$$\dot{q} = Aq \quad (35)$$

persamaan (35) di atas dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} \frac{dq_1(t)}{dt} \\ \frac{dq_2(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} a_{12} \\ a_{21} a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \quad (36)$$

Persamaan (36) ini merupakan implikasi dari persamaan (23) yaitu sistem penyesuaian harga secara dinamik menurut samuelson yang di aproksimasi. Persamaan ini juga membentuk suatu sistem otonom linier homogen.

Kestabilan Keseimbangan Pasar Berganda

Selanjutnya akan diteliti secara analitik bagaimana menentukan jenis suatu titik kritis $\bar{P}$ dari sistem otonom (36). Jika $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$ maka jenis dan kestabilan

$\bar{P}$ sama dengan jenis dan kestabilan titik kritis (0,0) dari sistem linier. Karena sistem (36) merupakan sistem linier maka kita dapat mengasumsikan sebagai solusi berbentuk

$$q = ke^{\lambda t} \text{ atau } \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 e^{\lambda t} \\ k_2 e^{\lambda t} \end{bmatrix} \quad (37)$$

untuk dapat menentukan konstanta tak diketahui λ, k_1, dan k_2, maka solusi (36) harus memenuhi sistemnya. Dengan mendiferensialkan q_1 dan q_2, maka didapatkan

$$\dot{q}_1 = \lambda k_1 e^{\lambda t}$$
$$\dot{q}_2 = \lambda k_2 e^{\lambda t} \quad (38)$$

jika disubstitusikan (38) pada (36) maka diperoleh

$$\lambda k_1 e^{\lambda t} = a_{11} k_1 e^{\lambda t} + a_{12} k_2 e^{\lambda t}$$
$$\lambda k_2 e^{\lambda t} = a_{21} k_1 e^{\lambda t} + a_{22} k_2 e^{\lambda t} \quad (39)$$

karena setiap unsur dari sistem (39) terdapat nilai $e^{\lambda t}$, maka dapat kita hilangkan $e^{\lambda t}$ pada setiap unsur tersebut dengan cara membaginya dengan nilai $e^{\lambda t}$itu sendiri sehingga sistem (39) dapat dirulis

$$\lambda k_1 = a_{11} k_1 + a_{12} k_2$$
$$\lambda k_2 = a_{21} k_1 + a_{22} k_2 \quad (40)$$

atau dapat ditulis

$$(a_{11} - \lambda) k_1 + a_{12} k_2 = 0$$
$$a_{21} k_1 + (a_{22} - \lambda) k_2 = 0 \quad (41)$$

Sistem (41) merupakan sistem persamaan linier homogen yang akan mempunyai solusi non trivial jika determinan matriks koefisiennya sama dengan nol, yaitu

$$\begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} \\ a_{21} a_{22} - \lambda & \end{vmatrix} = 0 \quad (42)$$

Dari (42) didapat persamaan karakteristik sebagai berikut

$$\lambda^2 - (a_{11} + a_{22})\lambda + a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} = 0 \quad (43)$$

persamaan (43) dapat di tulis dengan notasi yang baku dengan memisalkan

$$m = a_{11} + a_{22}\, , n = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} \quad (44)$$

Dari (44), persamaan karakteristik (43) dapat ditulis juga sebagai persamaan

$$\lambda^2 - m\lambda + n = 0 \quad (45)$$

jika λ_1, λ_2 adalah akar-akar karakteristik maka diperoleh

$$\lambda^2 - m\lambda + n = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) = \lambda^2 - (\lambda_1 + \lambda_2)\lambda + \lambda_1\lambda_2 = 0 \quad (46)$$

sehingga

$$m = \lambda_1 + \lambda_2, n = \lambda_1\lambda_2 \text{ dan } \Delta = (\lambda_1 + \lambda_2)^2 - 4\lambda_1\lambda_2$$
(47)

Berdasarkan m dan n ini dapat dicirikan P_0 atau $\bar{P}$ sebagai berikut:

1. Stabil dan atraktif jika $m < 0$ dan $n > 0$
2. Stabil jika $m \leq 0$ dan $n > 0$
3. Tidak stabil jika $m > 0$ atau $n < 0$

Dari kriteria di atas dapat dikatakan bahwa $\bar{P}$ akan stabil dan atraktif jika $m < 0$ dan $n > 0$yang artinya untuk $t \to \infty$ maka $p_i \to \bar{p}$. Dikatakan stabil saja jika $m \leq 0$ dan $n > 0$yang artinya untuk $t \to \infty$ maka $p_i$akan sama dengan $\bar{p}$, dan dikatakan tidak stabil jika $m > 0$ atau $n < 0$ yang artinya untuk $t \to \infty$ maka $p_i \nrightarrow \bar{p}$.

D. Kesimpulan

Matriks yang dibangun dari sistem penyesuaian harga dinamik Samuelson dapat dimanfaatkan untuk menentukan kondisi yang menjamin kestabilan keseimbangan pasar berganda dengan dua produk. Dari hasil pembahasan dapat dikatakan bahwa harga produk 1 dan harga produk 2 akan mencapai harga keseimbangan $(p_1 \to \bar{p}, p_2 \to \bar{p})$ jika terpenuhi kondisi dimana $m < 0$ dan $n > 0$ dengan $m = a_{11} + a_{22}$ dan $n = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$. Oleh karena $a_{ij} = \frac{df_i(\bar{p})}{dp_j}$ dan $m < 0$ maka dapat dikatakan $\frac{df_1(\bar{p})}{dp_1} + \frac{df_2(\bar{p})}{dp_2} < 0$ atau bernilai negatif, yang artinya jumlah dari perubahan kelebihan permintaan suatu produk terhadap perubahan harga produk tersebut akan begerak turun atau kelebihan permintaan akan mengecil. Dilihat dari $n > 0$, $\left(\frac{df_1(\bar{p})}{dp_1} . \frac{df_2(\bar{p})}{dp_2} - \frac{df_2(\bar{p})}{dp_1} . \frac{df_1(\bar{p})}{dp_2}\right) > 0$ atau $\frac{df_1(\bar{p})}{dp_1} . \frac{df_2(\bar{p})}{dp_2} > \frac{df_2(\bar{p})}{dp_1} . \frac{df_1(\bar{p})}{dp_2}$ dari kondisi ini dapat dikatakan bahwa nilai perubahan kelebihan permintaan suatu produk terhadap perubahan produk lain tidak lebih besar dari perubahan kelebihan permintaan suatu produk terhadap perubahan harga produk itu sendiri.

Daftar Pustaka

Alpha C.Chiang and Kevin Wainwright, 2006, Dasar-Dasar Matematika Ekonomi/Edisi 4, Jakarta: Erlangga.

Anton H. Aljabar Linier Elementer [Silaban,Susila,trans]. 5th ed. Hutauruk R, editor. Jakarta: Erlangga; 1987.

Dede Ruslan, Model Matematika Keseimbangan Pasar, QE Journal │Vol.01-No.01 - 18.

Kartono, 2012, Persamaan Diferensial Biasa Model Matematika Fenomena Perubahan, Yogyakarta: Graha Ilmu.

Waluya S.B, 2006, Persamaan Diferensial, Yogyakarta:Graha Ilmu.