 ISSN: 2460-6464

Simulasi Model Penyelesaian Getaran Dua Pegas Tersusun Seri dan Paralel melalui Transformasi Laplace

Simulation Of Series And Paralel Solution Models Of Spring Vibration Through Laplace Transformation

[1]Muty Nurvia, [2]Gani Gunawan, [3]Yurika Permanasari
[1,2,3]Prodi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Jl. Tamansari No.1 Bandung 40116
email: [1]muty1210@gmail.com, [2]ggani9905@gmail.com, [3]yurikakoe@gmail.com

Abstract. Mathematics solution of spring vibration models seen from the dynamics aspect has difficulty in analytically the behavior of spring dynamics. In general, spring vibration dynamics aspects contain spring constant coefficients in the formulation of mathematical models so that a solution that requires initial requirements is needed. The algebraic solution of the mathematical model of spring vibration using laplace transformation will be directly obtained according to the spring motion phenomenon. The simulation results show that the behavior of the spring motion phenomenon is affected by the spring constant. The effect of the spring constant shows the elasticity of a spring that forms harmonic motion. In this case the simulation is the solution of the model of one mass of one spring, a model of one mass of two parallel springs, and a model of one mass of two series springs without any damped and influence of external forces.

Keywords: Spring Vibration, Laplace Transformation, Spring Constant.

Abstrak. Penyelesaian getaran pegas dilihat dari aspek dinamika secara analitik mengalami kesulitan di dalam melihat perilaku dinamikanya. Secara umum aspek dinamika getaran pegas memuat koefisien konstanta pegas di dalam rumusan model matematika sehingga perlu suatu solusi yang melibatkan syarat awal. Penyelesaian secara aljabar dari model matematika getaran pegas menggunakan transformasi laplace akan langsung diperoleh sesuai dengan fenomena gerak pegasnya. Hasil simulasi memperlihatkan bahwa perilaku fenomena gerak pegas dipengaruhi oleh konstanta pegas. Pengaruh konstanta pegas menunjukan elastisitas sebuah pegas yang membentuk gerak harmonik. Dalam hal ini yang diperlihatkan melalui simulasi adalah perilaku gerak pegas model satu massa satu pegas, model satu massa dua pegas paralel, dan model satu massa dua pegas seri tanpa adanya redaman dan pengaruh gaya luar.

Kata Kunci: Getaran Pegas, Transformasi Laplace, Konstanta Pegas.

A. Pendahuluan

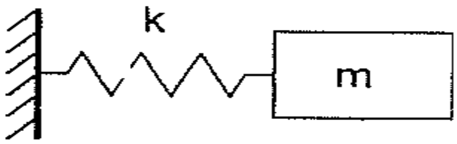
Penyelesaian getaran pegas dilihat dari aspek dinamika secara analitik mengalami kesulitan di dalam melihat perilaku dinamikanya. Secara umum model matematika getaran pegas tersebut memuat konstanta pegas di dalam rumusan model matematikanya yang melibatkan syarat awal. Oleh karena itu, perlu suatu penyelesaian secara khusus untuk memperoleh model penyelesaian dari aspek dinamika yang langsung melibatkan syarat awal tersebut.

Secara matematika model penyelesaian getaran pegas dapat dilakukan dengan transformasi Laplace. Dalam transformasi Laplace, penyelesian model getaran pegas ditransformasi sedemikian sehingga solusi yang diperoleh merupakan solusi khusus. Pembentukan model selanjutnya disimulasikan untuk menentukan apakah gerak getaran pegas membentuk gerak harmonik.

Permasalahan model getaran pegas mencakup model satu massa satu pegas, satu massa dua pegas yang disusun paralel, dan satu massa dua pegas yang disusun paralel. Asumsi getaran pegas tanpa adanya redaman dan gaya luar.

B. Landasan Teori

Pegas adalah benda yang digunakan untuk menyimpan energi mekanis (Giancolli, 2001). Sistem massa pegas terbentuk dari suatu massa yang dikaitkan pada pegas dengan arah horizontal yang diilustrasikan seperti pada gambar 1



Gambar 1. Sistem Massa Pegas

Beberapa teori dasar fisika yang menjadi dasar dalam melihat gerak getar pegas yaitu :

Hukum Newton

Hukum Newton adalah teori dalam fisika yang menjadi dasar mekanika klasik. Dalam menyelesaikan sistem pegas digunakan hukum Newton kedua. Hukum ini menghubungkan antara deskripsi gerak dengan penyebabnya yang disebut gaya. Secara matematis hukum Newton kedua dinyatakan sebagai berikut

$$a = \frac{\sum F}{m} \qquad (1)$$

Hukum Hooke

Hukum Hooke adalah hukum mengenai gaya dalam bidang ilmu fisika yang terjadi karena sifat elestisitas dari sebuah pegas. Hukum Hooke ini secara proporsional akan berbanding lurus dengan jarak pergerakan pegas dari posisi normalnya (Giancolli, 2001: 365). Bentuk persamaannya dapat dituliskan

$$F = -k\,x \qquad (2)$$

Secara matematika aspek dinamika yang terkait getaran pegas dapat dinyatakan dengan persamaan diferensial. Persamaan diferensial adalah persamaan yang memuat turunan satu atau beberapa fungsi yang tak diketahui (Finizio, 1982: 1). Secara umum persamaan diferensial orde dua berbentuk

$$ax''(t) + bx'(t) + cx(t) = f(t) \qquad (3)$$

Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa adalah dengan mengubah persamaan diferensial menjadi persamaan aljabar sehingga lebih mudah untuk diselesaikan. Proses pengubahan bentuk persamaan ini dapat dilakukan dengan menggunakan Transformasi Laplace.

Spiegel (1992) menyatakan bahwa Jika $f(t)$ adalah sebuah fungsi untuk semua $t \geq 0$ maka transformasi Laplace adalah integral fungsi $f(t)$ dikalikan dengan e^{-st} dengan batas integral dari $t = 0$ sampai dengan $t = \infty$. Transformasi Laplace mengubah fungsi domain t menjadi fungsi domain s. Transformasi Laplace direpresentasikan sebagai $F(s)$ atau $L\{f(t)\}$,

$$F(s) = L\{f(t)\} = \int_0^\infty e^{-st} f(t)\, dt \qquad (4)$$

Penerapan rumus transformasi Laplace dari turunan pada persamaan gerak pegas ini akan menghasilkan fungsi bantu (Gunawan, 2002) seperti yang ditulis dibawah ini

$$X(s) = \frac{F(s)+asx(0)+ax'(0)+bx(0)}{as^2+bs+c} \tag{5}$$

Transformasi Laplace disebut juga sebagai transformasi integral karena operasi ini mengubah fungsi dalam satu domain ke domain lain dengan melibatkan proses integrasi yang melibatkan fungsi *kernel*.

Jika dalam persamaan (4) $F(s)$ adalah transformasi Laplace, maka $f(t)$ dalam persamaan (6) adalah transformasi Laplace invers yang direpresentasikan dalam

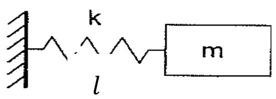
$$f(t) = L^{-1}\{F(s)\} \tag{6}$$

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Secara umum menurut Widowati dan Sutimin (2003) berdasarkan hukum Newton dan hukum Hooke model matematika gerak dinamika pegas untuk satu massa satu pegas, satu massa dua pegas paralel dan seri bergantung pada konstanta-konstanta pegas yang dirumuskan seperti yang dituliskan pada persamaan (7), (9), dan (11).

Model Satu Massa Satu Pegas

Model pegas ini terbentuk dari suatu massa yang dikaitkan dengan sebuah pegas, arah horizontal dan diilustrasikan seperti pada gambar 2 dibawah ini



Gambar 2. Satu Massa Satu Pegas

Model satu massa dua pegas paralel dinyatakan dengan persamaan 7

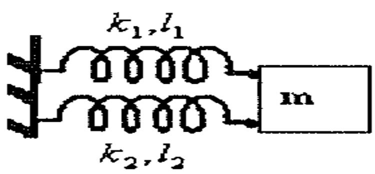
$$m\,\frac{d^2z}{dt^2} = -k\,z \tag{7}$$

Solusi dari model satu massa satu pegas dinyatakan dengan persamaan 8

$$z(t) = c_1\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\;t\right) + \frac{c_2 m}{k}\sqrt{\frac{k}{m}}\,\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\;t\right) \tag{8}$$

Model Satu Massa Dua Pegas Paralel

Model satu massa dua pegas paralel diilustrasikan seperti pada gambar 3



Gambar 3. Satu Massa Dua Pegas Paralel

Model satu massa dua pegas paralel dinyatakan dengan persamaan

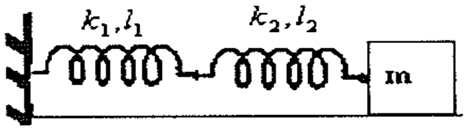
$$m\frac{d^2z}{dt^2} = -(k_1 + k_2)z \tag{9}$$

Solusi dari model satu massa dua pegas paralel dinyatakan dengan persamaan 10

$$z(t) = c_1 \cos\left(\sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}\, t\right) + \frac{c_2 m}{k_1+k_2}\sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}\, \sin\left(\sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}\, t\right) \tag{10}$$

Model Satu Massa Dua Pegas Seri

Model satu massa dua pegas seri diilustrasikan pada gambar 4



Gambar 4. Satu Massa Dua Pegas Seri

Model satu massa dua pegas paralel dinyatakan dengan persamaan 11

$$m\,\frac{d^2 z}{dt^2} = -\left(\frac{k_1 k_2}{k_1+k_2}\right) z \tag{11}$$

Solusi dari model satu massa dua pegas seri dinyatakan dengan persamaan 12

$$z(t) = c_1 \cos\left(\sqrt{\frac{k_1 k_2}{m(k_1+k_2)}}\, t\right) + \frac{c_2 m(k_1+k_2)}{k_1 k_2}\sqrt{\frac{k_1 k_2}{m(k_1+k_2)}}\, \sin\left(\sqrt{\frac{k_1 k_2}{m(k_1+k_2)}}\, t\right) \tag{12}$$

Simulasi Model

Simulasi dilakukan menggunakan *software* Maple18.

Tabel 1. Hasil Simulasi Ketiga Model

No	Rangkaian Pegas	Konstanta Pegas	Kondisi	Waktu (t)	Hasil
1.	Satu Massa Satu Pegas	$k < 1$	-	10 s	Harmonik dan belum terbentuk satu gelombang
		$k > 1$			Harmonik dan terbentuk satu gelombang
2.	Satu Massa Dua Pegas Paralel	$k_1, k_2 < 1$	$k_1 = k_2$		Harmonik dan belum terbentuk satu gelombang
		$k_1, k_2 > 1$			Harmonik dan terbentuk $\frac{3}{2}$ gelombang
		$k_1, k_2 < 1$	$k_1 > k_2$		Harmonik dan belum terbentuk satu gelombang
		$k_1, k_2 > 1$			Harmonik dan terbentuk $\frac{3}{2}$ gelombang
		$k_1, k_2 < 1$	$k_1 < k_2$		Harmonik dan belum terbentuk satu gelombang
		$k_1, k_2 > 1$			Harmonik dan terbentuk tiga gelombang
3.	Satu Massa Dua Pegas Seri	$k_1, k_2 < 1$	$k_1 = k_2$		Harmonik dan belum terbentuk satu gelombang
		$k_1, k_2 > 1$			Harmonik dan terbentuk satu gelombang
		$k_1, k_2 < 1$	$k_1 > k_2$		Harmonik dan belum terbentuk satu gelombang
		$k_1, k_2 > 1$			Harmonik dan terbentuk satu gelombang
		$k_1, k_2 < 1$	$k_1 < k_2$		Harmonik dan belum terbentuk satu gelombang
		$k_1, k_2 > 1$			Harmonik dan terbentuk $\frac{3}{2}$ gelombang

Simulasi ini dilakukan pada tiga model pegas antara lain satu massa satu pegas, satu massa dua pegas paralel, dan satu massa dua pegas seri. Nilai massa benda yang digunakan dalam penelitian ini adalah 1 kg. Konstanta pegas (k) divariasikan dengan ketentuan $k_1 = k_2$, $k_1 > k_2$, dan $k_1 < k_2$. Nilai konstanta pegas untuk k_1 dan k_2 berkisar $0 < k < 1$ dan $k > 1$. Simulasi dilakukan dengan tujuan untuk mengetahui

mengetahui elastisitas dari konstanta pegas agar terbentuk gerak harmonik sempurna.

Elastisitas sempurna adalah banyaknya gelombang yang terbentuk dalam periode yang sama. Susunan dua pegas paralel memiliki getaran pegas yang lebih elastis dibandingkan dengan susunan dua pegas seri. Hal ini ditunjukan dari hasil gelombang yang terbentuk dalam periode yang sama susunan dua pegas paralel membentuk $\frac{3}{2}$ gelombang, sedangkan susunan dua pegas seri hanya membentuk satu gelombang.

D. Kesimpulan dan Saran

Kesimpulan

Model matematika getaran pegas baik tersusun seri dan paralel berbentuk persamaan diferensial orde dua linier homogen yang dicirikan oleh koefisien masing-masing susunan pegas. Susunan seri memperkecil konstanta pegas sehingga pertambahan panjang yang dialami sistem pegas akan lebih besar, sedangkan susunan paralel memperbesar konstanta pegas sehingga pertambahan panjang sistem pegas lebih kecil dibandingkan susunan seri. Transformasi Laplace digunakan untuk mempermudah melihat perliaku getar pegas dari persamaan diferensial. Adapun perilaku tersebut dicirikan oleh simulasi.

Hasil elastisitas simulasi pegas baik yang tersusun seri maupun paralel ditunjukkan dengan banyaknya gelombang yang terbentuk dalam satu periode. Semakin banyak gelombang yang terbentuk pada periode yang sama, menunjukan elastisitas pegas semakin baik. Getaran pegas pada rangkaian seri dan paralel memiliki elastis sempurna jika kedua pegas merupakan elastis murni, jika salah satu konstanta pegas tidak elastis maka elastisitas gerak benda menjadi kurang sempurna, jika kedua konstanta pegas kurang elastis maka gerak benda menjadi tidak elastis.

Saran

Pada penelitian ini membahas model getaran satu massa satu pegas, satu massa dua pegas paralel, dan satu massa dua pegas seri. Untuk penelitian lebih lanjut, dapat dilakukan berbagai macam bentuk pegas seperti model getaran pegas campuran dengan adanya gaya redam dan pengaruh gaya luar.

Daftar Pustaka

Finnizio, N. 1982. *Persamaan Diferensial Biasa dengan Penerapan Modern Edisi Kedua*. Jakarta: Erlangga.

Giancoli,D. (1997). *Fisika Edisi Kelima Jilid I. Jakarta: Erlangga*

Gunawan, Gani (2002). *Prinsip Duhamel dan teorema konkolusi.* Prosiding Matematika Universitas Parahyangan.

Spiegel, Murray R. 1992. *Matematika Lanjutan untuk para Insinyur dan Ilmuwan.* Edisi Seri Buku Schaum: Erlangga.

Widowati dan Sutimin, M. (2003). *Pemodelan Matematika.* Semarang: Universitas Diponegoro.