Model Arus Lalu Lintas pada Bundaran *(Roundabout)* Menggunakan Simulasi Numerik Beda Hingga

Traffic Flow Models at Roundabout Using Numerical Finite Difference Simulation

[1]Muamar Kadafi, [2]M. Yusuf Fajar, [3]Farid Hirzi B.

[1,2]Prodi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Jl. Tamansari No.1 Bandung 40116

Email: [1]chadavie93@gmail.com, [2]myusuffajar@yahoo.com, [3]faridhbadruzzaman@gmail.com

Abstract. The increasing of population will affect the number of vehicles. While the existing road is not be able to accommodate all vehicles that use certain areas, so that congestion occurs in various regions in large cities. Various alternatives have been developed by the Ministry of Public Works (PU) of the Republic of Indonesia on the design of traffic solutions to reduce traffic density. The roundabout is one of the traffic designs that developed by the Ministry of Public Works. The roundabout is a type of intersection without traffic lights where the traffic flows in one direction surround the roundabout in a clockwise direction by giving priority to the vehicles which get to the roundabout primarily. Modeling of the traffic flow at the roundabout is obtained by developing the transport model and the model of exits and entrances. By using the finite difference method, there will be several simulations of the traffic flow model. The results of simulations show the value of traffic density at roundabout which depends on the length of vehicles time in the roundabout, and to show more piling of vehicles in areas that have high traffic density values.

Keywords: Roundabout, Traffic Flow Equation, Finite Difference Method.

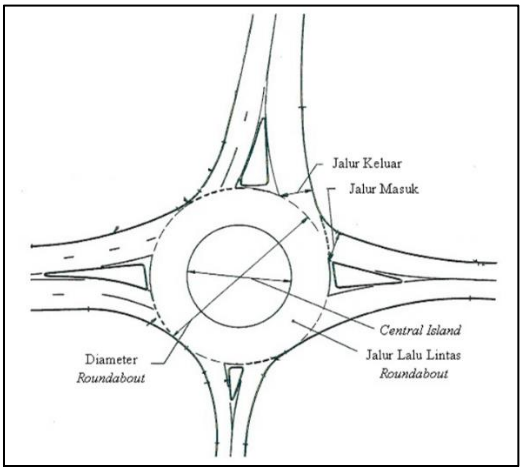
Abstrak. Bertambahnya jumlah penduduk akan mengakibatkan jumlah kendaraan yang meningkat tajam, sementara itu jalan yang ada tidak mampu menampung seluruh kendaraan yang menggunakan area jalan tertentu sehingga terjadinya kemacetan di berbagai wilayah di kota-kota besar. Berbagai alternatif yang dilakukan oleh kementerian pekerjaan umum (PU) Republik Indonesia terhadap desain solusi lalu lintas untuk mengurangi kemacetan telah banyak dikembangkan. Bundaran merupakan salah satu desain lalu lintas yang dikembangkan oleh kementerian PU. Bundaran adalah sebuah tipe persimpangan tanpa lampu lalu lintas dimana trafik berjalan dalam satu arah putaran mengelilingi sebuah bundaran searah jarum jam dengan memberikan prioritas kepada kendaraan yang terlebih dahulu berada di lintasan bundaran. Pemodelan arus lalu lintas pada bundaran didapat dengan mengembangkan model transport dan model keluar masuknya kendaraan. Dengan menggunakan metode Beda Hingga akan dilakukan beberapa simulasi terhadap model arus lalu lintas. Hasil yang diperoleh terlihat bahwa nilai kepadatan lalu lintas suatu bundaran bergantung pada waktu lamanya kendaraan di dalam bundaran, serta kendaraan yang semakin banyak menumpuk pada daerah yang memiliki nilai kepadatan lalu lintas yang tinggi.

Kata Kunci: Bundaran, Persamaan Arus Lalu Lintas, Metode Beda Hingga.

A. Pendahuluan

Jumlah penduduk di kota-kota besar di Indonesia semakin meningkat. Seiring dengan bertambahnya jumlah penduduk, terjadilah perpindahan manusia dari satu tempat ke tempat lainnya yang tidak sedikit. Kendaraan yang digunakan sebagian manusia yaitu kendaraan bermotor, baik kendaraan roda dua maupun kendaraan roda empat. Akibatnya, jumlah kendaraan meningkat tajam sementara jalan yang ada tidak mampu menampung seluruh kendaraan yang menggunakan area jalan tertentu yang menyebabkan terjadinya kepadatan lalu lintas.

Bundaran merupakan salah satu desain lalu lintas yang dikembangkan oleh kementerian pekerjaan umum (PU). Kementerian PU (2012) mengatakan bahwa Bundaran adalah sebuah tipe persimpangan tanpa lampu lalu lintas dimana trafik berjalan dalam satu arah putaran mengelilingi sebuah bundaran searah jarum jam dengan prinsip utamanya adalah *Entering vehicles yield*. *Entering vehicles yield* merupakan kendaraan yang masuk bundaran harus memberikan prioritas kepada kendaraan yang berada di sisi kanannya.



Gambar 1. Ilustrasi Bundaran Lalu Lintas

Gambar 1 memperlihakan bentuk bundaran yang memiliki empat titik keluar masuk. Desain persimpangan ini dapat meningkatkan kelancaran arus lalu lintas yang ada di persimpangan, atau dapat menyebabkan kemacetan apabila tidak diterapkan sesuai dengan fungsinya yaiyu memberikan prioritas kepada kendaraan yang terlebih dahulu memasuki jalur bundaran. Maka dari itu, pendeskripsian model arus lalu lintas pada bundaran dapat dikembangkan untuk mengoptimalkan arus lalu lintas pada bundaran.

Pembahasan yang berkaitan dengan model matematika untuk arus lalu lintas di bundaran yaitu persamaan differensial parsial. Pembentukan model-model matematika pada kepadatan lalu lintas bundaran ini akan diinterpretasikan dalam sebuah metode numerik Beda Hingga, karena metode numerik Beda Hingga merupakan cara untuk menyelesaikan persamaan differensial parsial dengan mengaproksimasikan sebuah fungsi yang mempartisi variabel domainnya menjadi titik-titik partisi pada selang yang seragam. Tujuan dilakukannya interpretasi solusi numerik Beda Hingga dengan iterasi metode Euler yaitu untuk memperlihatkan tingkat kepadatan lalu lintas pada bundaran.

Selanjutnya, tujuan dalam penelitian ini diuraikan dalam pokok-pokok sebagai berikut.

1. Untuk mengetahui model matematika persamaan arus lalu lintas di bundaran.
2. Untuk mengetahui penyelesaian model matematika dengan pengaruh titik keluar masuknya kendaraan dalam persamaan arus lalu lintas di bundaran.
3. Untuk mengetahui solusi numerik menggunakan metode beda hingga dalam kepadatan lalu lintas di bundaran.

B. Landasan Teori

Arus Lalu Lintas

Arus lalu lintas terbentuk dari perpindahan individu pengendara dan kendaraan yang melakukan interaksi antara yang satu dengan yang lainnya pada satu ruas jalan dan lingkungannya. Arus lalu lintas pada suatu ruas jalan karakteristiknya akan bervariasi baik berdasarkan lokasi maupun waktunya. Selain itu perilaku pengemudi ikut mempengaruhi terhadap perilaku arus lalu lintas. Arus lalu lintas dipengaruhi oleh banyak parameter, tetapi secara garis besar dalam tulisan ini terdapat tiga parameter arus lalu lintas, yaitu kecepatan, kepadatan, dan arus:

a. Kecepatan didefinisikan sebagai jarak yang dapat ditempuh suatu kendaraan persatua waktu. Satuan yang digunakan adalah meter/detik atau kilometer/jam.

b. Kepadatan didefinisikan sebagai jumlah kendaraan persatuan panjang jalan tertentu. Satuan yang digunakan adalah kendaraan/kilometer atau kendaraan/meter.
c. Arus didefinisikan sebagai jumlah kendaraan yang melalui suatu jalan tiap interval waktu. Satuan yang digunakan adalah kendaraan/jam atau kendaraan/menit

Persamaan Differensial Parsial

Persamaan diferensial parsial (PDP) adalah persamaan yang di dalamnya terdapat suku-suku diferensial parsial, yang dalam matematika diartikan sebagai suatu hubungan yang mengaitkan suatu fungsi yang mengandung lebih dari satu variabel, sehingga dapat diberikan variabel yang akan diturunkan dan variabel lain menjadi konstanta.

1. Model Persamaan Arus

Suatu fluida mengalir di dalam pipa yang mempunyai diameter konstan dengan kecepatan c dalam arah x. Suatu zat atau polutan dimasukkan ke dalam aliran tersebut. Fungsi $\rho(x,t)$ menyatakan konsentarasi zat tersebut dalam gram/cm pada saat t. Banyaknya zat dalam selang $[0,b]$ pada saat t adalah (Riski, 2011)

$$\int_0^b \rho(x,t)\,dx \qquad (1)$$

Pada saat $t+h$, molekul zat telah bergerak ke kanan sejauh ch. Jadi berlaku

$$\int_0^b \rho(x,t)\,dx = \int_{ch}^{b+ch} \rho(x,t+h)\,dx \qquad (2)$$

Untuk mendapatkan persamaan dari ρ, turunkan kedua ruas dari (2) terhadap b, setelah didapat suatu persamaan diturunkan kembali terhadap h, sehingga diperoleh

$$0 = c\frac{\partial\rho}{\partial x} + \frac{\partial\rho}{\partial t} \qquad (3)$$

Persamaan (3) merupakan persamaan transport pada saat t dan arah x yang dalam hal ini posisi pada aliran fluida.

2. Metode Beda Hingga

Metode Beda Hingga merupakan cara untuk menyelesaikan persamaan differensial parsial dengan mengaproksimasikan sebuah fungsi yang mempartisi variabel domainnya menjadi titik-titik partisi pada selang yang seragam. Metode ini dapat dipakai untuk mencari solusi suatu PDP. Suatu diferensial akan diaproksimasikan dengan menggunakan deret Taylor. Dari deret taylor tersebut akan dihasilkan tiga pendekatan beda hingga, yaitu sebagai berikut:

a. Pendekatan beda maju (*forward difference*)
b. Pendekatan beda mundur (*backward difference*)
c. Pendekatan beda pusat (*center difference*)

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Pemodelan Arus Lalu Lintas pada Bundaran

Persamaan dasar yang terdapat pada arus lalu lintas sama seperti halnya persamaan dasar pada aliran fluida (Riski, 2011), sehingga pemodelan arus lalu lintas pada bundaran dikembangkan berdasarkan persamaan transport (3). Karena pada persamaan lalu lintas memiliki lebih dari satu variabel bebas dan dapat ditandai variabel bebas yang akan diturunkan masing-masing, maka persamaan (3) menjadi:

$$\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial q(x,t)}{\partial x} = 0 \qquad (4)$$

Dalam hal ini, persamaan (4) merupakan persamaan arus lalu lintas yang mengekspresikan hubungan antara kepadatan lalu lintas $\rho(x,t)$ pada posisi x dan waktu t, dengan arus lalu lintas $q(x,t)$ dan menganggap bahwa banyaknya mobil bersifat kekal atau konstan tanpa adanya kendaraan yang keluar masuk dari segmen jalan yang dibatasi (Hachey dkk, 2009).

1. Notasi dan definisi

Beberapa notasi dan definisi yang akan dipakai adalah sebagai berikut (Taekratok, 1998):

a) Bundaran: sebuah tipe persimpangan tanpa lampu lalu lintas dimana trafik berjalan dalam satu arah putaran mengelilingi sebuah bundaran searah jarum jam dengan prinsip utamanya adalah *Entering vehicles yield* yang memiliki paling sedikit tiga jalur lalu lintas masuk dan tiga jalur lalu lintas keluar.
b) Arus lalu lintas (q): jumlah kendaraan yang melewati suatu titik selama interval waktu tertentu (diukur dalam satuan kendaraan/detik)
c) Kepadatan lalu lintas (ρ): jumlah kendaraan per satuan jarak (diukur dalam satuan kendaraan/meter)
d) Kecepatan lalu lintas (u): laju dari pergerakan arus lalu lintas (diukur dalam satuan meter/detik)
e) u_{max}: kecepatan maksimum lalu lintas di roundabout.
f) ρ_{max}: kepadatan maksimum lalu lintas di roundabout. Berdasarkan data rata-rata panjang mobil.

Asumsi

Asumsi yang dipakai pada model arus lalu lintas bundaran pada artikel ini adalah sebagai beriku (Ardielna, 2013):

a) Kendaraan yang melaju di lalu lintas pada bundaran hanyalah mobil dengan panjang yang sama.
b) Kecepatan lalu lintas bergantung secara linier pada kepadatan lalu lintas. Ketika kepadatannya nol, maka kecepatan kendaraan yang berada pada lalu lintas mencapai maksimum. Ketika kepadatannya maksimum, maka kecepatannya menjadi nol.
c) Jarak dari pusat lingkaran ke luar sama (jari-jari lingkaran).
d) Kecepatan maksimum kendaraan di bundaran ditentukan oleh radius bundaran tersebut, yaitu:

$$u_{max} = 2{,}41\, r^{0{,}377} \qquad (5)$$

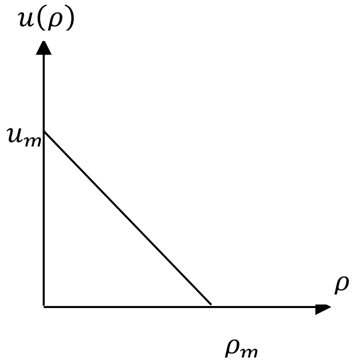
Rumus tersebut merupakan hasil regresi dari data National Cooperative High Research Program Report tahun 2007 (Hachey, 2009)
e) Jalan yang mengarah keluar dari bundaran tidak macet.
f) Kendaraan yang memasuki bundaran akan mengambil jalur yang optimal, artinya kendaraan akan berpindah ke jalur yang tepat ketika akan keluar, dan tetap berada pada jalur tersebut sampai mencapai *exit-point.*
g) Tidak ada pejalan kaki atau pengendara sepeda yang melintasi bundaran

2. Model Kepadatan-Kecepatan Linier

Hubungan dasar antara variabel kecepatan, kepadatan dan arus lalu lintas dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$q = \rho \, . \, u(\rho) \tag{6}$$

Model ini berawal dari pengamatan perilaku lalu lintas. Greenshields, 1934 (dalam Tamin, 1992) mengadakan studi pada jalan luar kota Ohio, dimana kondisi lalu lintas memenuhi syarat tanpa gangguan dan bergerak secara tetap (*steady state condition*). Greenshields mendapatkan hasil bahwa hubungan antara kecepatan dan kepadatan bersifat kurva linear (Gambar 2). Selain itu terdapat hubungan antara model persamaan dengan keadaan data di lapangan. Hubungan linear kecepatan dan kepadatan menjadi hubungan yang mudah diterapkan dalam tinjauan pergerakan lalu lintas, karena fungsi hubungannya sederhana.



Gambar 2. Kecepatan Mobil Bergantung pada Kepadatan Lalu Lintas

Dari hubungan antara kepadatan dan kecepatan dapat disimpulkan bahwa arus bernilai nol jika :

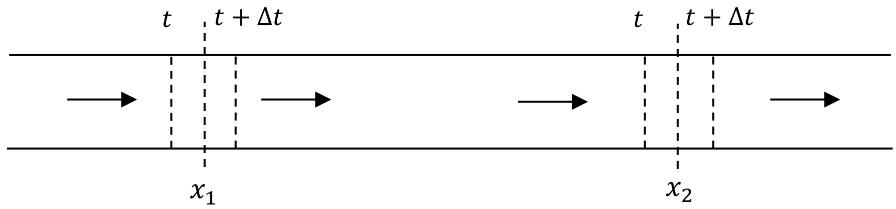
1) Tidak ada lalu lintas ($\rho = 0$), atau
2) Lalu lintas tidak bergerak ($u = 0$ sehingga $\rho = \rho_{max}$)

Maka berlaku,

$$q = u_{max} \cdot \left(\rho - \frac{\rho^2}{\rho_{max}} \right) \tag{7}$$

3. Model “Exits and Entrances”

Pada bagian ini akan dibahas pengembangan model lalu lintas yang mempertimbangkan mobil masuk dan keluar di dalam segmen jalan.



Gambar 3. Kendaraan yang masuk dan Keluar pada Segmen Jalan

Pada Gambar 3 , terdapat interval pada jalan raya, yaitu pada saat posisi $x = x_1$ dan $x = x_2$, sehingga dapat dirumuskan mengenai jumlah kendaraan (N) yaitu

$$N = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x,t)\, dx \tag{8}$$

Dengan melihat Gambar 3 , dapat ditentukan bahwa jika terdapat sejumlah aliran kendaraan pada setiap segmen x_1 dan x_2, yang diberikan dengan $q(x_1,t)$ dan $q(x_2,t)$ yang bukan suatu konstanta, karena tergantung oleh waktu yang tetap. Sehingga didapat:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{x_1}^{x_2} \rho(x,t)\, dx = q(x_1,t) - q(x_2,t) \tag{9}$$

Laju perubahan yang menyebabkan terjadinya kepadatan lalu lintas antara x_1 dan x_2 juga dipengaruhi oleh jumlah kendaraan yang masuk dan keluar pada segmen jalan yang ada. Jika diasumsikan persamaan $\int_{x_1}^{x_2} \beta(x,t)\, dx$ merupakan selisih jumlah mobil yang masuk dan keluar di dalam segmen jalan persatuan jarak antara x_1 dan x_2, maka hukum kekekalan mobil adalah penjumlahan dari persamaan (3.6) dengan selisih jumlah mobil pada segmen jalan dapat dirumuskan:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{x_1}^{x_2} \rho(x,t)\, dx = q(x_1,t) - q(x_2,t) + \int_{x_1}^{x_2} \beta(x,t)\, dx$$
$$\Leftrightarrow \frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial q(x,t)}{\partial x} = \beta(x,t) \tag{10}$$

Karena fungsi q bergantung pada ρ, maka dengan menggunakan Aturan rantai, persamaan (3.7) dapat dituliskan:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{dq}{d\rho}\frac{\partial \rho}{\partial x} = \beta(x,t) \tag{11}$$

Dan dengan mensubstitusikan (3.4) ke (3.8) model lalu lintas dapat dituliskan:

$$\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} + u_{max}\left(1 - \frac{2\,\rho(x,t)}{\rho_{max}}\right)\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial x} = \beta(x,t) \tag{12}$$

Setting Numerik

Persamaan differensial parsial (3.9) pada $x \in [0, L]$ dan $t \geq 0$ akan diselesaikan dengan menggunakan metode beda hingga. Selang $[0, L]$ dipartisi dengan ukuran Δx sedemikian sehingga titik-titik partisi adalah $x_j = j\Delta x$, dimana $j = 0,1,\ldots,N$. Dengan demikian nilai $\rho(x,t)$ dan $\beta(x,t)$ diaproksimasikan oleh:

$$\rho(x_j,t) = \rho(j\Delta x, t) \approx \rho_j$$
$$\beta(x_j,t) = \beta(j\Delta x, t) \approx \beta_j$$

Untuk $\frac{\partial \rho}{\partial x}$ digunakan aproksimasi beda hingga dengan pendekatan beda tengah, sehingga

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} \approx \frac{\rho_{j+1} - \rho_{j-1}}{2\Delta x} \tag{13}$$

Jadi, persamaan beda hingga untuk persamaan differensial parsial (3.9) adalah

$$\rho'_j(t) = \beta_j - u_{max}\left(1 - \frac{2\,\rho_j}{\rho_{max}}\right)\left(\frac{\rho_{j+1} - \rho_{j-1}}{2\Delta x}\right) \quad (14)$$

Karena jalur lalu lintas berbentuk lingkaran, digunakan syarat batas priodik $\rho_{N+1} = \rho_1$ dan $\rho_{N-1} = \rho_{-1}$, sehingga persamaan beda hingga (3.11) dapat ditulis dalam bentuk vektor sebagai berikut:

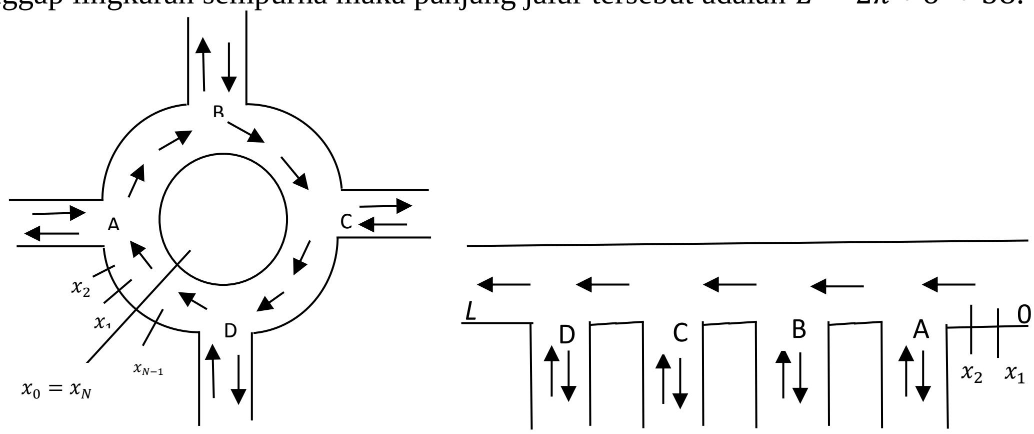
$$\rho'_j(t) = b - u_{max}\left(1 - \frac{2p}{\rho_{max}}\right)\left(\frac{p_p - p_m}{2\Delta x}\right) \quad (15)$$

Persamaan (3.12) dapat diterapkan dalam iterasi metode Euler yaitu:

$$p_{n+1} = p_n + h * f(p_n) \quad (16)$$

Simulasi Numerik

Simulasi Numerik dari model lalu lintas bundaran dengan menggunakan metode Beda Hingga yang iterasinya diselesaikan oleh metode Euler. Nilai-nilai parameter yang digunakan pada simulasi ini berasal dari observasi di bundaran yang bertempat di jalan Taman sari yang memiliki empat *exits and entrances* atau keluar masuknya kendaran di wilayah tersebut. Di antaranya $r = 6$ dan $\rho_{max} = 0{,}38$ yang didapat dari kendaraan/meter. Kecepatan maksimum kendaraan yang ditentukan oleh radius bundaran yaitu $u_{max} = 2{,}41 * 6^{0{,}377} \approx 4{,}2$. Karena bentuk geometris bundaran dianggap lingkaran sempurna maka panjang jalur tersebut adalah $L = 2\pi * 6 \approx 38$.



Gambar 4. Jalur Bundaran dan Jalur dengan Diskritasinya

Jika jalur bundaran dengan 4 titik keluar masuk sepanjang x_N (Gambar 4) dapat dibuka maka akan membentuk jalur lurus dengan titik keluar masuknya berada di antara titik ujung $x = 0$ dan $x = L$.

Dari nilai-nilai parameter yang telah didapatkan, berdasarkan diskritasi pada jalur bundaran akan dilakukan simulasi dengan beberapa skenario sebagai berikut:

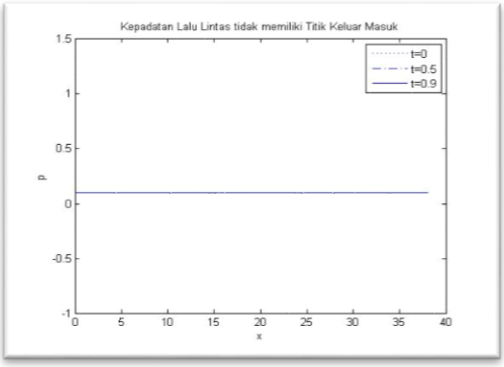
Skenario 1: $\beta(x,t) = 0$

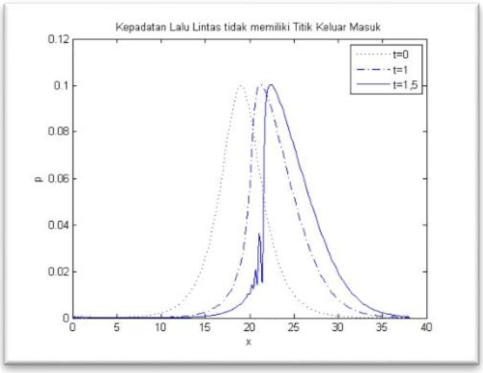
Pada skenario ini bundaran diasumsikan tidak memiliki titik keluar masuk dengan nilai awal

1. $\rho(x,0) = 0{,}1$

2. $$\rho(x,0) = 0{,}1 * sech\left(\frac{x-\frac{L}{2}}{2}\right)$$

Pada nilai awal yang pertama, nilai kepadatan awal lalu lintas di bundaran seragam disepanjang jalur, sedangkan pada nilai awal yang kedua nilai kepadatan awal lalu lintas tersebut lebih tinggi dipertengahan jalur.





Gambar 5. Simulasi Kepadatan Lalu Lintas pada Bundaran Tanpa Titik Keluar Masuk dengan Nilai Awal yang Pertama dan dengan Nilai Awal yang Kedua

Pada Gambar 5 untuk setiap t kepadatan lalu lintas terlihat selalu konstan di sepanjang jalur bundaran dengan nilai awal yang pertama. Sebaliknya, simulasi kepadatan lalu lintas pada bundaran dengan nilai awal yang kedua kepadatan yang awalnya konstan secara simetris kemudian mengalami tumpukan pada posisi tengah yang menyebabkan terjadi perubahan dengan kepadatan yang semakin meningkat sehingga terjadi penumpukan kendaraan pada posisi yang sama.

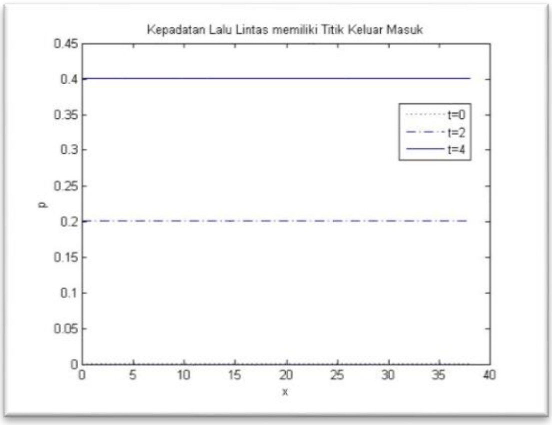
Skenario 2: $\beta(x,t) \neq 0$

Pada skenario ini bundaran diasumsikan memiliki empat titik keluar masuk dan tidak ada lalu lintas pada awalnya dalam bundaran tersebut sehingga $\rho(x,0) = 0$. Disimulasikan dengan nilai awal

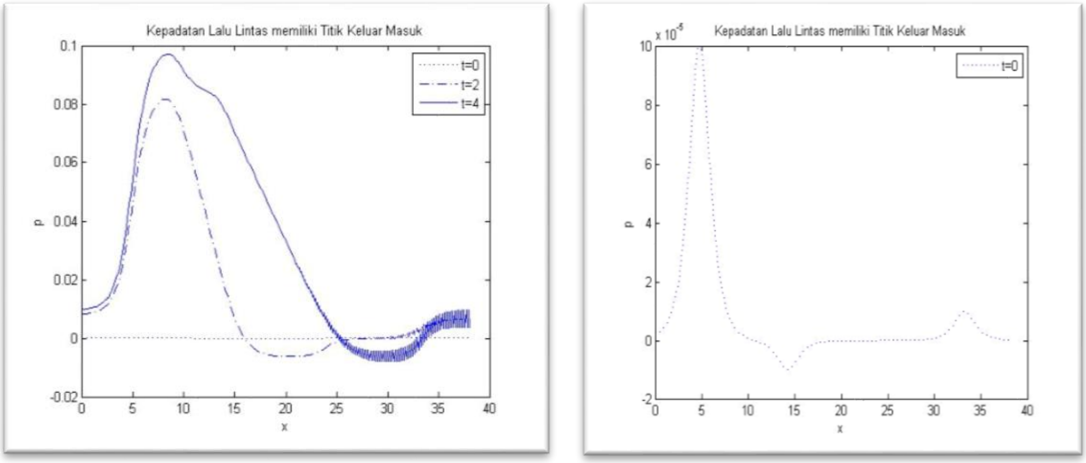
1. $$\beta(x,0) = 0{,}1$$

2. $$\beta(x,0) = 0{,}1 * sech\left(x-\frac{L}{8}\right) - 0{,}01 * sech\left(x-\frac{3L}{8}\right) + 0 * sech\left(x-\frac{5L}{8}\right) + 0{,}01 * sech\left(x-\frac{7L}{8}\right)$$

Pada nilai awal yang pertama, selisih antara mobil yang keluar dan masuk pada titik keluar masuknya kendaraan di asumsikan seragam yaitu 0,1. Hal yang berbeda dilakukan pada nilai awal yang kedua, selisih antara mobil yang keluar dan masuk pada titik keluar masuknya tersebut di asumsikan berbeda pada setiap titiknya. Nilai awal yang kedua merupakan selisih dari banyaknya jumlah kendaraan yang masuk dan keluar pada setiap titik. Jika suatu titik jumlah mobil yang masuk lebih banyak dibandingkan yang keluar maka kendaraan kepadatan semakin meningkat, begitupun sebaliknya.



Gambar 6. Simulasi Kepadatan Lalu Lintas pada Bundaran Memiliki Titik Keluar Masuk dengan Nilai Awal yang Pertama



Gambar 7. Simulasi Kepadatan Lalu Lintas pada Bundaran Memiliki Titik Keluar Masuk dengan Nilai Awal yang Kedua, dan Perbesaran kurva dengan t=0

Pada Gambar 6 dapat dilihat kepadatan bertambah secara konstan karena selisih jumlah mobil yang masuk dan keluar seragam tergantung dari t. Sedangkan pada Gambar 7 perbedaan yang signifikan terlihat berbeda pada masing-masing kurva. Hal ini dikarenakan selisih jumlah mobil pada masing sekitar titik keluar masuk kendaraan pada bundaran tersebut juga berbeda. Jika waktu terus bertambah maka nilai kepadatan juga bertambah. Ketika posisi awal yaitu $t = 0$ keluar masuknya kendaraan pada setiap titik terlihat simetris. Pada fase selanjutnya terlihat kepadatan semakin meningkat hingga mencapai kepadatan maksimum yaitu pada saat $t = 4$, fase ini terjadi di daerah sesudah titik keluar masuk pada bundaran yang pertama yang menyebabkan potensi kemacetan akan muncul di daerah tersebut. Kepadatan yang bernilai di bawah nol atau bernilai negatif untuk interval x dianggap tidak terpenuhi karena kepadatan yang terjadi pada sebuah arus lalu lintas tidak boleh bernilai negatif.

D. Kesimpulan dan Saran

Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dalam penelitian ini, peneliti menyimpulkan beberapa hasil penelitian sebagai berikut:

Dalam pembahasan artikel di atas, dapat disimpulkan bahwa pemodelan arus lalu lintas pada bundaran diturunkan dengan memperhatikan beberapa asumsi yang dikembangkan oleh persamaan transport (4) sehingga mendapatkan model lalu lintas pada bundaran yaitu:

$$\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} + u_{max}\left(1 - \frac{2\,\rho(x,t)}{\rho_{max}}\right)\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial x} = \beta(x,t)$$

Persamaan model arus lalu lintas pada bundaran yang dipengaruh titik keluar masuknya kendaraan dapat diselesaikan dengan menggunakan metode numerik Beda Hingga, sehingga menghasilkan solusi persamaan numerik.

Model yang didapat setelah menggunakan metode numerik Beda Hingga akan disimulasikan dengan iterasi pada metode Euler. Hasil yang didapat terlihat bahwa nilai kepadatan lalu lintas suatu bundaran bergantung pada waktu lamanya kendaraan di dalam bundaran, serta kendaraan yang semakin banyak menumpuk pada daerah yang memiliki nilai kepadatan lalu lintas yang tinggi.

Saran

Pada artikel ini hanya membahas pemodelan matematika pada arus lalu lintas di bundaran dengan menggunakan beberapa asumsi. Untuk pembahasan lebih lanjut, pembaca dapat membahas lebih rinci dengan mengurangi asumsi sehingga dapat dilakukan observasi di lokasi lalu lintas bundaran tersebut dengan data yang sebenarnya agar memperoleh hubungan kepadatan dan kecepatan yang sesuai dengan keadaan yang sebenarnya.

Daftar Pustaka

Ardielna, Nanda, dkk. 2013. Pemodelan Arus Lalu Lintas Roundabout. *Jurnal Matematika UNAND*. Vol. 3, No. 1 Hal. 43-52

Cahyono, Edi. 2013. *Pemodelan Matematika*. Yogyakarta: Graha Ilmu

Haberman, Richard. 1977. *Mathematical Models: Mechanical Vibrations, Populations Dynamics, and Traffic Flow.* Prentice-Hall, Englewood Cliffs: New Jersey

Hachey, Simon dkk. 2009. *Modeling Roundabout Traffic Flow as a Dynamic Fluid System.* Washington

Kementerian Pekerjaan Umum. 2012. *Panduan Teknis 1 REKAYASA KESELAMATAN JALAN.* Sekretariat Kementerian Pekerjaan Umum Negara. Jakarta

Kreyszig, Erwin. 2011. *Advanced Engineering Mathematics.* John Wiley dan Sons. New York

Reksianita, Annisa. 2017. "Pemodelan Matematika Lapisan Cat". *Skripsi.* FMIPA Matematika UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA

Riski, Abdul. 2011. "Simulasi Arus Lalu Lintas Dengan Cellular Automata". *Skripsi.* FMIPA Matematika UNIVERSITAS JEMBER

Salman, Gelar. 2017. "Pemodelan Matematika untuk Kecepatan Aliran Darah". *Skripsi.* FMIPA Matematika UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA

Sidarta, dkk. *Analisis Dan Perancangan Program Arus Kepadatan Jalan Dengan Dinamika Fluida Berbasis Python.* Bina Nusantara

Taekratok, Thaweesak. 1998. *Modern Roundabouts for Oregon.* Oregon Department of Transportation Research Unit

Tamin, O. Z. 1992. Hubungan Volume, Kecepatan dan Kepadatan Lalu Lintas di Ruas Jalan HR Rasuna Said (Jakarta), *Jurnal Teknik Sipil*, Nomor 5. Jurusan Teknik Sipil, Institut Teknologi Bandung. Bandung