

Penaksir Rasio dan Produk Eksponensial yang Efisien untuk Rata-Rata Populasi Terbatas pada Sampel Survei

Zakia Nabila*, Suwanda

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Islam Bandung, Indonesia.

*Zakianabila1@gmail.com

Abstract. This thesis discusses the estimation of the average parameter of the random variable Y for a finite population based on the class ratio estimator and exponential product as proposed by Singh and Yadav (2018). This estimator uses additional information called additional variable (X), so it becomes a generalization from the previous estimator. The Estimator Determination Formulas Based on the Survey Sampling Method Simple Random Sampling Without Replacement (SRSWOR). Bias and Mean Square Error are determined by the behavior of the data by selecting two constants and. This estimation method is applied to the estimation of the average rice production in the regencies / cities of Java Island with the 2015 variable with additional variables of rice field area. The yield is the average rice production of 337067.32 with a minimum MSE of 2334.0749. This MSE is a better value when compared to other estimators, so it becomes a more efficient estimator.

Keywords: Ratio Estimator and Exponential Type Product, Finite Population Mean, Auxiliary Variable, MSE.

Abstrak. Skripsi ini membahas tentang penaksiran parameter rata-rata dari variabel acak Y untuk populasi berhingga berdasarkan penaksir kelas rasio dan produk eksponensial seperti yang diusulkan oleh Singh dan Yadav (2018). Penaksir ini menggunakan informasi tambahan yang disebut dengan *auxiliary variable* (X), sehingga menjadi generalisasi dari penaksir sebelumnya. Penentuan formula penaksir didasarkan pada metode survey sampling *Simple Random Sampling Without Replacement* (SRSWOR). Bias dan Mean Square Error ditentukan oleh perilaku data dengan memilih dua buah konstanta α dan β . Metode penaksiran ini diaplikasi pada pendugaan rata-rata produksi padi di kab/kota Pulau Jawa dengan variabel tahun 2015 dengan variabel *auxiliary* luas lahan sawah. Hasilnya adalah rata-rata produksi padi sebesar 337067,32 dengan MSE minimum pada α dan β sebesar 2334.0749. MSE ini merupakan nilai yang terkecil jika dibandingkan dengan penksir lainnya, sehingga menjadi penaksir yang lebih efisien.

Kata Kunci: Penduga Rasio dan Produk Tipe Eksponensial, Rata-rata Populasi berhingga, Auxiliary Variabel, MSE.

1. Pendahuluan

Dalam melakukan penelitian apabila data memiliki jumlah yang terlalu besar untuk diteliti seluruhnya maka hal itu sangat tidak mungkin dilakukan, dengan demikian adakalanya percobaan atau penelitian tersebut dilakukan dengan hanya melibatkan beberapa data dari populasi, yaitu sampel. Untuk memperoleh informasi gambaran yang jelas tentang sekumpulan data sering digunakan ukuran pemusatan yaitu rata-rata yang merupakan ukuran numerik yang mewakili sekumpulan data. Untuk memperoleh parameter rata-rata yang merupakan rata-rata sesungguhnya (μ), keseluruhan anggota populasi harus diketahui. Ukuran populasi yang besar akan sangat memakan waktu dan biaya untuk memperolehnya, maka pengambilan sampel (sampling) adalah cara yang tepat untuk mengatasi masalah tersebut, sehingga dapat dilakukan pendugaan μ dengan menggunakan rata-rata sampel (\bar{Y}).

Ketelitian penaksir dapat ditingkatkan dengan memperbesar ukuran sampel, namun cara ini tidak efektif. Untuk itu perlu digunakan suatu metode penaksiran dengan memanfaatkan informasi dari karakter tambahan yang berkorelasi dengan variable penelitian, di antaranya yaitu metode rasio dan produk. Pada metode tersebut, variabel X diamati atau diukur bersama-sama dengan variabel variabel utama Y. Penduga dengan nilai MSE terkecil dikatakan sebagai penduga yang lebih efisien. Jika antara variable penelitian y dengan variable tambahn X korelasinya tinggi dan positif maka penduga rasio lebih cocok untuk digunakan. Sedangkan jika korelasinya tinggi dan negative maka penduga tipe produk lebih cocok untuk digunakan.

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka perumusan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut: “Apakah terdapat hubungan iklan Le Minerale dengan peningkatan kesadaran merek?”. Selanjutnya, tujuan dalam penelitian ini diuraikan dalam pokok-pokok sbb.

1. Bagaimana pendugaan parameter rata-rata populasi produksi padi Kab/Kota di Pulau Jawa Tahun 2015 dengan lima penduga tipe rasio dan produk eksponensial: \bar{y} , \bar{y}_R , \bar{y}_P , \bar{y}_{RE} , \bar{y}_{PE} dan berapa MSE nya?
2. Penduga manakah yang lebih efisien untuk menduga rata-rata populasi produksi padi Kab/Kota di Pulau Jawa Tahun 2015 jika dibandingkan MSE $T_{e(\alpha, \beta)}$ dengan lima MSE penduga tipe rasio dan produk eksponensial: \bar{y} , \bar{y}_R , \bar{y}_P , \bar{y}_{RE} , \bar{y}_{PE} ?

2. Landasan Teori

Rata-rata adalah nilai yang mewakili himpunan atau sekelompok data (a set data). Nilai rata-rata umumnya cenderung terletak ditengah suatu keompok data yang disusun menurut besar/kecilnya nilai. Dengan kata lain, nilai rata-rata mempunyai kecenderungan memusat, sehingga sering disebut ukuran kecenderungan memusat. Beberapa jenis rata-rata yang sering dipergunakan adalah rata-rata hitung (mean), rata-rata ukur (*geometric mean*), rata-rata harmonis (*harmonic mean*). Setiap rata-rata tersebut selain mempunyai keunggulan juga memiliki kelemahan, dan ketepatan penggunaannya sangat bergantung pada sifat dari data dan tujuannya. (Supranto, J:95).

Dugaan terhadap parameter populasi dapat berupa pendugaan titik (*point estimation*) yang dapat juga berupa pendugaan interval/selang (*interval estimation*). Pendugaan titik adalah pendugaan yang didasarkan pada keyakinan yang pasti mengurai nilai penduga terhadap parameternya. Jika kita menduga dengan sampel, diharapkan nilainya akan sama dengan nilai populasinya. Tetapi hal ini mempunyai resiko penyimpangan, ditunjukkan dengan tingkat kesalahan atau eror. (Sunyoto, 2010)

Margono (2004) menyatakan teknik sampling adalah cara untuk menentukan sampel yang jumlahnya sesuai dengan ukuran sampel yang akan dijadikan sumber data sebenarnya, dengan memperhatikan sifat-sifat dan penyebaran populasi agar diperoleh sampel yang *representative*.

Teknik penarikan sampel acak sederhana adalah teknik yang digunakan untuk memilih sampel dari populasi dengan cara sedemikian rupa sehingga setiap anggota populasi mempunyai peluang yang sama untuk diambil sebagai sampel. Pemilihan sampel sebanyak n unit dari populasi sebesar N. pada penarikan pertama, peluang bahwa satu dari n unit terpilih adalah n/N.

pada penarikan kedua, peluang bahwa satu dari $(n-1)$ unit-unit sisanya yang akan terpilih adalah $(n-1)/(N-1)$, dan seterusnya.

Dalam pengambilan sampel sendiri terdapat dua cara yaitu *Simple Random Sampling with replacement (SRSWR)* dan *Simple Random Sampling Without Replacement (SRSWOR)*. Jika pengambilan sampel dilakukan dengan pengembalian, ada kemungkinan data yang telah terambil akan terambil kembali menjadi anggota sampel, sehingga hasil yang diperoleh kurang representatif. Oleh karena itu, pada umumnya sampling dilakukan tanpa pengembalian agar hasilnya lebih akurat. Pada sampling acak sederhana tanpa pengembalian, peluang satu dari n unit akan terambil menjadi sampel pada penarikan pertama adalah n/N . Selanjutnya pada penarikan kedua, peluang satu dari $(n-1)$ unit sisanya yang akan terambil adalah $(n-1)/(N-1)$, dan seterusnya, sehingga peluang dari n unit terambil pada pengambilan ke- n kali adalah $(C_n^N)^{-1}$.

Dalam sebuah penelitian sangat penting untuk menentukan ukuran sampel. Sampel yang terlalu kecil dapat menyebabkan penelitian tidak dapat menggambarkan kondisi populasi yang sesungguhnya. Sebaliknya, sampel yang terlalu besar dapat mengakibatkan pemborosan biaya penelitian. Salah satu metode yang digunakan untuk menentukan ukuran sampel adalah menggunakan rumus slovin (Sevilla et al., 2007).

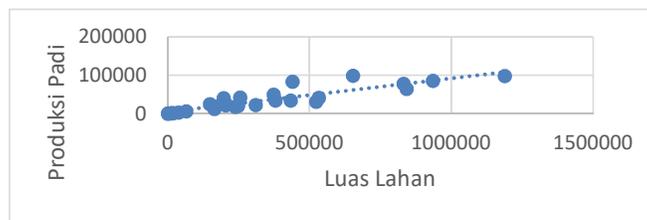
Metode penaksir rasio-produk merupakan teknik untuk memperkirakan nilai dari suatu parameter. Dalam metode penaksir rasio-produk, suatu variabel pendukung yang berhubungan dengan suatu variabel yang akan kita teliti diperoleh untuk setiap unit didalam sampel. Dengan mengambil hubungan antara x dan y dimana unit dari populasi berkarakter X dan unit dari populasi berkarakter Y . Dalam menaksir rata-rata populasi, Jika Variabel yang diteliti berkorelasi positif dengan variabel pendukung maka metode yang cocok adalah metode penaksir rasio dan jika berkorelasi negatif maka metode yang cocok adalah metode penaksir produk. Berdasarkan gagasan Sisodia dan Dwivedi (1981) dalam memperkirakan rata-rata populasi menggunakan koefisien variasi yang diketahui dari variabel pendukung pada metode penaksir rasio-produk dan Singh (2004) memperkirakan rata-rata populasi menggunakan koefisien kurtosis dari variabel pendukung pada metode penaksir rasio-produk.

3. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Penaksir Rasio dan Produk Eksponensial yang efisien Untuk Rata-Rata Populasi Terbatas Pada Sampel Survei

Berikut ini adalah hasil dan pembahasan dari pendugaan rata-rata produksi padi kab/kota di Pulau Jawa Tahun 2015 dengan penduga tipe rasio dan produk eksponensial menggunakan parameter dan ukuran dispersi dari luas lahan sawah, kemudian membandingkan MSE dari kelima penaksir eksponensial yaitu \bar{y} , $\bar{y}_R, \bar{y}_P, \bar{y}_{Re}, \bar{y}_{Pe}$ untuk rata-rata populasi terbatas, sehingga akan diperoleh MSE minimum dengan menentukan nilai yang optimum serta melihat penduga tipe rasio dan produk eksponensial yang efisien untuk menduga rata-rata padi di Kab/Kota di Pulau Jawa Tahun 2015.

Luas lahan sawah di kab/kota di Pulau Jawa Tahun 2015 (X) dengan produksi padi di kab/kota di Pulau Jawa Tahun 2015 (Y) menggunakan data sampel dengan dapat digambarkan dengan sebuah diagram pencar sebagai berikut:



Gambar 3.1 Diagram Pencar Data Sampel Produksi Padi dan Luas Lahan Sawah di kab/kota di Pulau Jawa Tahun 2015.

Dari diagram pencar pada Gambar 4.2 dapat dilihat bahwa terdapat indikasi hubungan yang positif antara produksi padi dan luas lahan sawah di kab/kota di Pulau Jawa Tahun 2015. Serta garis regresinya melalui titik origin (0,0). Untuk itu, dalam menduga rata-rata populasi produksi padi dapat menggunakan penduga tipe rasio dan produk eksponensial dengan variabel luas lahan (x) sebagai variabel pembantu (*auxiliary*).

Tabel 3.1 Ringkasan Data Sampel

Variabel	Rata-rata	Simp. Baku	Minimum	Maksimum
Luas lahan (x), Ha	34086	30657,18	206	98618
Hasil Panen (y), Ton	337067,32	313382,1	1378	1188633

Dari Tabel 4.2 diatas menunjukkan bahwa penduga rata-rata sampel untuk luas lahan (x) di kab/kota di Pulau Jawa Tahun 2015 adalah sebesar 34.086 Ha dengan simpangan baku sebesar 30675,18. Luas terendah sawah sebesar 206 Ha dan luas terbesar yaitu 98618 Ha. Sedangkan untuk penduga rata-rata sampel untuk hasil panen sebesar 337067,3214 Ton dengan simpangan baku sebesar 313382,1. Hasil panen terendah yaitu sebesar 1378 Ton dan hasil tertinggi sebesar 1188633 Ton.

Setelah diperoleh nilai \bar{x} dari sampel dan \bar{X} dari populasi dapat dilakukan pendugaan rata-rata populasi produksi padi di kab/kota di Pulau Jawa Tahun 2015 dengan penduga tipe rasio dan produk eksponensial yang diusulkan oleh Singh dan Ruiz Espejo (2003) beserta nilai MSE nya yaitu \bar{y} , $\bar{y}_R, \bar{y}_P, \bar{y}_{Re}, \bar{y}_{Pe}$ dengan menggunakan persamaan (2.5), (2.6), (2.36), (2.37), (2.38), (2.39), (2.40).

Tabel 3.2 Penaksir, Nilai Dugaan dan MSE Untuk Penaksir Rasio dan Produk Eksponensial

Penaksir	Nilai Dugaan	MSE
\bar{y}	337067,32	23460479.34
\bar{y}_{Re}	36335,5	773807651.9
\bar{y}_{Pe}	2672,97	5070379229
\bar{y}_R	391820,875	37488678
\bar{y}_P	289964,54	8630631832

Menghitung penaksir rasio dan produk eksponensial yang optimal dari berbagai nilai nilai α antara -2,00 sampai dengan 2,5 dan β antara 0,00 sampai 1,25 dengan menggunakan aplikasi Matlab dan sesuai dengan persamaan (2.29). Kemudian dari hasil perhitungan akan diambil nilai α dan β yang memberikan nilai MSE terkecil untuk $T_{e(\alpha,\beta)}$. Setelah dihitung dan disajikan ke dalam tabel dan nilai α dan β terkecil yaitu -1,4 dan 0,2 dengan hasil MSE $T_{e(\alpha,\beta)}$ sebesar 2334.0749 dan nilai rata-rata dugaan untuk penduga $T_{e(\alpha,\beta)}$ pada produksi padi di kabupaten/kota di Pulau Jawa yaitu sebesar 322.213,3281. Hasil tersebut dapat digunakan untuk dibandingkan dengan kelima MSE dari penaksir rasio dan produk eksponensial. Jika MSE penaksir rasio dan produk eksponensial nilainya paling kecil dibandingkan dengan MSE $T_{e(\alpha,\beta)}$, maka dapat digunakan untuk menaksir rata-rata produksi populasi.

4. Kesimpulan

Dalam skripsi ini telah dibahas penduga tipe rasio dan produk eksponensial untuk menduga rata-rata populasi produksi padi di kab/kota di Pulau Jawa Tahun 2015 menggunakan parameter dari *auxiliary variable* luas lahan sawah di kab/kota di Pulau Jawa Tahun 2015. Penduga tersebut adalah penduga tipe rasio dan produk eksponensial yang diusulkan oleh Singh dan Ruiz Espejo (2003) yaitu \bar{y} , $\bar{y}_R, \bar{y}_P, \bar{y}_{Re}, \bar{y}_{Pe}$. Berdasarkan hasil dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa:

1. Pendugaan parameter rata-rata produksi padi kab/kota di Pulau Jawa Tahun 2015 dengan penduga tipe rasio dan produk eksponensial yang diusulkan oleh Singh dan Ruiz Espejo (2003) yaitu \bar{y} , $\bar{y}_R, \bar{y}_P, \bar{y}_{Re}, \bar{y}_{Pe}$ memberikan hasil dugaan rata-rata produksi padi di

kab/kota di Pulau Jawa Tahun 2015 dan MSE-nya sebagai berikut:

Tabel 4.1 Penaksir, Nilai Dugaan dan MSE Untuk Penaksir Rasio dan Produk Eksponensial

Penaksir	Nilai Dugaan	MSE
\bar{y}	337067,32	23460479.34
\bar{y}_{Re}	36335,5	773807651.9
\bar{y}_{Pe}	2672,97	5070379229
\bar{y}_R	391820,875	37488678
\bar{y}_P	289964,54	8630631832

2. Dengan membandingkan lima MSE dari penaksir rasio dan produk eksponensial yang diusulkan oleh Singh dan Ruiz Espejo (2003) dengan MSE $T_{e(\alpha,\beta)}$ ditemukan bahwa penduga $T_{e(\alpha,\beta)}$ lebih efisien dalam menduga rata-rata populasi karena mampu menghasilkan MSE paling minimum dengan hasil MSE $T_{e(\alpha,\beta)}$ sebesar 2334.0749 dan nilai rata-rata dugaan untuk penduga $T_{e(\alpha,\beta)}$ pada produksi padi di kabupaten/kota di Pulau Jawa yaitu sebesar 322.213,3281 dengan menggunakan $\alpha = -1,4$ dan $\beta = 0,2$.

Daftar Pustaka

- [1]Bahl, S. & Tuteja, R.K. (1991): *Ratio and product type exponential estimators*. Journal of Information and Optimization Sciences. 12(1): 159-164.
- [2]Badan Pusat Statistik Jawa Barat, (<https://jabar.bps.go.id/>, diakses 20 November 2019).
- [3]Badan Pusat Statistik Jawa Tengah, (<https://jateng.bps.go.id/>, diakses 20 November 2019).
- [4]Badan Pusat Statistik Jawa Timur, (<https://jatim.bps.go.id/>, diakses 20 November 2019).
- [5]Cochran WG. Teknik Penarikan Sampel, Edisi ke Tiga. Terj. dari Sampling Techniques oleh Radiansyah & Erwin R. Osman. Jakarta UI-Press; 1991
- [6]Singh, H.P. & R. Tailor. 2005. *Estimation of Finite Population Mean with Known Coefficient of Variation of an Auxiliary Character*. Statistica, anno LXV, 3: 301- 313
- [7]Sharma, P. & Singh, R. (2015): *A class of exponential ratio estimators of finite population mean using two auxiliary variables*. Pakistan Journal of Statistics and Operation Research. 11,(2): 221-229.
- [8]Sudjana. (2005). *Metode Statistika*. Bandung: Tarsito.
- [9]Wibisono, Yusuf. (2009). *Metode Statistik*. Yogyakarta: Gadjah Mada University Press