

Penggunaan Diagram Kendali Data Deret Waktu Untuk Data Keuangan

The Usage of Time Series Control Charts for Financial Data

¹Sintia Sari, ²Siti Sunendiari

^{1,2}Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung,
Jl. Tamansari No.1 Bandung 40116

email: ¹sintias33@gmail.com, ²diarisunen22@gmail.com

Abstract. In the financial sector, it is necessary to examine and supervise to ensure that finances are in good and stable condition. It can be seen by using the Statistical Process Control (SPC) method in its control diagram. In general, one of the basic assumptions to building a control chart is independent or lacks autocorrelation problems. However, not all data can fulfill this assumption, especially in financial data in the form of time series. In this paper will be discussed another way to overcome the problem of autokoleration by using a time series data control diagram using *Dynamic EWMA*, provided that the data has positive autocorrelation and the average process is not constant with a small shift. Or by using the ARIMA control diagram, which is a control diagram formed from the residual value of the best ARIMA model. The ARIMA residual value is used to construct CUSUM, EWMA and ARIMA control charts. This study uses Tofu Company XYZ Income data from January 2013 to October 2018. The results show the ARIMA control chart is a control chart suitable for use in accordance with the characteristics of the data. The ARIMA control diagram shows an uncontrolled process.

Keywords: Autocorrelation, CUSUM, EWMA, *Dynamic EWMA* and ARIMA Control Charts.

Abstrak. Dalam bidang keuangan perlu dilakukan pemeriksaan dan pengawasan untuk memastikan keuangan dalam kondisi baik dan stabil. Hal ini dapat dilihat dengan menggunakan metode Statistical Process Control (SPC) dalam diagram kendalinya. Pada umumnya salah satu asumsi dasar dalam membangun suatu diagram kendali adalah bersifat independen atau tidak adanya masalah autokorelasi. Akan Tetapi tidak semua data dapat memenuhi asumsi ini, terutama pada data keuangan yang berbentuk deret waktu. Dalam makalah ini akan dibahas cara lain untuk mengatasi masalah autokolerasi yakni dengan menggunakan diagram kendali data deret waktu menggunakan *Dynamic EWMA*, dengan syarat data tersebut berautokorelasi positif dan rata-rata proses tidak konstan dengan pergeseran yang kecil. Ataupun dengan menggunakan diagram kendali ARIMA, yaitu diagram kendali yang dibentuk dari nilai residual model ARIMA terbaik. Nilai residual ARIMA digunakan untuk membangun diagram kendali CUSUM, EWMA dan ARIMA. Selanjutnya Penelitian ini menggunakan data Pendapatan Perusahaan Tahu XYZ Januari 2013 sampai dengan Oktober 2018. Hasil penelitian menunjukkan diagram kendali ARIMA merupakan diagram kendali yang cocok digunakan sesuai dengan karakteristik data. Diagram kendali ARIMA menunjukkan adanya proses yang tidak terkendali.

Kata Kunci: Autokorelasi, Diagram Kendali CUSUM, EWMA, *Dynamic EWMA* dan ARIMA.

A. Pendahuluan

Keuangan merupakan ilmu dan seni dalam mengelolah uang yang mempengaruhi kehidupan setiap orang dan setiap organisasi (Ridwan dan Inge, 2003). Ketidakstabilan keuangan dapat menyebabkan kerugian hingga melumpukan perekonomian, oleh sebab itu sangatlah penting untuk mengawasi kondisi keuangan agar dapat diketahui faktor penyebabnya.

Diagram kendali merupakan metode grafik yang digunakan untuk

mengevaluasi apakah suatu proses berada dalam pengendalian kualitas secara statistik atau tidak. Salah satu asumsi dasar dalam menggunakan diagram kendali adalah independen atau tidak mengandung autokorelasi. Pada umumnya dalam bidang keuangan data yang dihasilkan berbentuk deret waktu, dimana data deret waktu sering kali mengandung autokorelasi.

Secara luas penyelesaian dalam masalah ini adalah dengan pendekatan berbasis model, beberapa diantaranya

adalah menggunakan diagram kendali *Dynamic EWMA* dan *ARIMA*.

Perumusan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Diagram kendali mana di antara diagram kendali *Dynamic EWMA* dan *ARIMA* yang cocok digunakan sesuai dengan karakteristik data Pendapatan Perusahaan Tahu XYZ?
2. Dari diagram kendali yang cocok akan dibuat diagram kendali *CUSUM*, *EWMA* dan *ARIMA*, bagaimana kondisi Pendapatan Perusahaan Tahu XYZ menurut diagram kendali tersebut?
3. Diagram kendali mana yang paling sensitif untuk diterapkan pada data Pendapatan Perusahaan Tahu XYZ?

Selanjutnya, tujuan dari makalah ini sebagai berikut:

1. Mengetahui di antara diagram kendali *Dynamic EWMA* dan *ARIMA* yang cocok digunakan sesuai karakteristik data Pendapatan Perusahaan Tahu XYZ.
2. Mengetahui kondisi Pendapatan Perusahaan Tahu XYZ menurut diagram kendali *CUSUM*, *EWMA* dan *ARIMA*.
3. Mengetahui diagram kendali mana yang paling sensitif untuk diterapkan pada data Pendapatan Perusahaan Tahu XYZ.

B. Landasan Teori

Asumsi yang harus dipenuhi dalam membuat diagram kendali pada data keuangan adalah sebagai berikut:

1. Normalitas, pengujian ini dapat dilakukan dengan menggunakan *Kolmogorov-Smirnov test (KS test)*.

$$D = \text{Max}|F(x_t) - S(x_t)|$$
2. Rata-rata proses konstan, dapat dilihat melalui grafik data.
3. Tidak ada *outlier*, salah satu cara untuk mendeteksi *outlier* adalah dengan menggunakan *boxplot*.
4. Independen (tidak ada autokorelasi), untuk mendeteksi autokorelasi dapat dilakukan dengan menggunakan uji

Durbin Watson.

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$$

Diagram kendali merupakan metode yang sering digunakan untuk mengetahui sumber variasi dari proses. Beberapa kriteria proses tidak terkendali adalah terdapat satu atau lebih titik yang berada di luar batas kendali atau terdapat tujuh titik atau lebih terletak pada belahan sisi yang sama (Muchlis, 2010).

CUSUM (Cummulative Sum) dapat didefinisikan menggunakan persamaan berikut:

$$C_i = C_{i-1} + (x_i - \mu)$$

dengan $C_0 = 0$

Diagram kendali *CUSUM* untuk memonitor rata-rata proses bekerja dengan mengakumulasikan selisih dari μ_0 yang berada di atas target dengan statistik C^+ dan mengakumulasikan selisih dari μ_0 yang berada di bawah target dengan statistik C^- .

$$C_i^+ = \max[0, x_t - (\mu_0 + K) + C_{i-1}^+]$$

$$C_i^- = \max[0, (\mu_0 - K) - x_t + C_{i-1}^-]$$

Dimana $C_0^+ = C_0^- = 0$ dan K disebut sebagai nilai rekomendasi atau nilai toleransi. Jika pergeseran diekspresikan dalam unit simpangan baku sebagai $\delta = \frac{|\mu_1 - \mu_0|}{\sigma}$, maka:

$$K = \frac{\delta}{2} \sigma = \frac{|\mu_1 - \mu_0|}{2}$$

(2.9)

Namun jika μ_1 atau δ tidak diketahui, maka nilai K yang direkomendasikan sebesar $0,5\sigma$. Proses berada dalam keadaan terkendali jika $C_i^+ > +H$ dan $C_i^- < -H$ dimana $+H$ berperan sebagai batas kendali atas (BKA) dan $-H$ berperan sebagai batas kendali bawah (BKB).

CUSUM menganut penggunaan nilai H sebesar 5σ ($\pm H = 5\sigma$).

Diagram kendali EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*) merupakan alternatif lain yang dapat digunakan untuk menggantikan diagram kendali *Shewhart* ketika terjadi pergeseran rata-rata proses yang kecil. EWMA didefinisikan menggunakan persamaan berikut:

$$\hat{x}_t = \lambda x_t + (1 - \lambda)\hat{x}_{t-1}$$

dimana $0 < \lambda < 1$ adalah konstanta, dan nilai awal adalah target proses atau rata-rata dari data pengamatan ($\hat{x}_0 = \mu_0$ atau \bar{x}). Batas kendali akan mencapai nilai stabil, yaitu:

$$BKA = \mu_0 + A\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}$$

$$Pusat = \mu_0$$

$$BKB = \mu_0 - A\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}$$

Jika yang digunakan dalam membuat diagram kendali CUSUM atau diagram kendali EWMA adalah nilai residual, maka diagram kendali akan dibuat menggunakan nilai e_t sebagai pengganti x_t (*Karaoglan dan Bayhan, 2011*).

Diagram kendali *Dynamic* EWMA digunakan jika bertemu asumsi data tidak independen (terdapat autokorelasi), dengan autokorelasi positif dan rata-rata proses tidak konstan, perubahan yang lambat. Diagram kendali ini tidak hanya memberikan informasi tentang proses yang “terkendali” tetapi juga tentang proses pengembangan dinamis.

Misalkan kita mengukur nilai-nilai X_1, X_2, X_3, \dots untuk variabel X dalam proses. Kita gunakan prediksi one-step \hat{x}_t untuk membangun Pusat, BKA dan BKB untuk diagram kendali. Dimana $\hat{x}_t = \lambda x_t + (1 - \lambda)\hat{x}_{t-1}$ untuk $t = 1, 2, 3, \dots$ adalah nilai prediksi EWMA dengan $e_t = x_t - \hat{x}_{t-1}$. Sehingga nilai prediksi EWMA dapat ditulis kembali dengan persamaan berikut:

$$\hat{x}_t = \hat{x}_{t-1} + \lambda e_t$$

Untuk nilai prediksi awal, nilai $\hat{x}_0 = \mu_0$ (target) atau \bar{x} . Parameter λ ($0 < \lambda < 1$) dipilih dengan mencoba dimana nilai $S(\lambda)$ paling kecil. Dimana persamaan dari $S(\lambda)$ adalah sebagai berikut:

$$S(\lambda) = \sum_{t=1}^n e_t^2$$

Dengan batas kendali sebagai berikut:

$$BKA_t = \hat{x}_{t-1} + \hat{\sigma}_p u_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

$$Pusat_t = \hat{x}_{t-1}$$

$$BKB_t = \hat{x}_{t-1} - \hat{\sigma}_p u_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

Dimana dimana $u_{1-\frac{\alpha}{2}}$ adalah peluang yang diperoleh dari tabel normal baku $\hat{\sigma}_p$ adalah standar deviasi dari residual yang dapat dihitung dengan persamaan berikut:

$$\hat{\sigma}_p^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n e_t^2$$

Dalam membangun diagram kendali ARIMA, yang pertama harus dilakukan adalah memilih model ARIMA terbaik yaitu suatu pendekatan yang terbukti bermanfaat untuk menangani masalah autokorelasi dan selanjutnya membangun diagram kendali dari nilai residu model ARIMA terbaik.

Dalam membuat model ARIMA yang harus dilakukan adalah memastikan bahwa data yang digunakan stasioner dalam varians maupun rata-rata. Jika tidak stasioner dalam varians maka akan dilakukan transformasi *Box-Cox* yaitu transformasi pangkat X_t^λ , dengan λ merupakan parameter transformasi (*Wei, 2006*). Persamaan dari transformasi ini adalah sebagai berikut:

$$T(X_t) = \frac{X_t^\lambda - 1}{\lambda}$$

Jika tidak stasioner dalam rata-

rata maka akan dilakukan perbedaan menggunakan persamaan berikut:

$$\text{Pembedaan orde ke } -d = (1 - B)^d X_t$$

Jika data sudah stasioner, selanjutnya akan dibuat model tentatif ARIMA dengan melihat plot ACF dan PACF.

ARIMA terdiri dari AR(p), perbedaan sebanyak-d dan MA(q). Bentuk umum dari model ARIMA (p,d,q) adalah sebagai berikut

$$\phi_p(B) \cdot \nabla^d \cdot x_t = \theta_q(B) \varepsilon_t$$

Selanjutnya akan dilakukan pengujian signifikansi parameter. Jika yang diuji adalah ϕ_1 maka persamaan untuk menguji signifikansi parameternya adalah sebagai berikut:

$$t = \frac{\hat{\phi}_1}{\text{standar deviasi}(\hat{\phi}_1)}$$

Selanjutnya akan dilakukan pengujian diagnostik model untuk mengetahui apakah model layak digunakan. Pengujian ini dapat dilakukan menggunakan uji *Ljung-Box* dengan persamaan berikut:

$$Q = n(n - 2) \sum_{k=1}^K \frac{r_k^2}{n - k}$$

Pemilihan model terbaik dapat dilakukan dengan membandingkan nilai MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*). Model terbaik adalah model dengan nilai MAPE terkecil.

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^n \left| \frac{X_t - \hat{X}_t}{X_t} \right|}{n} \times 100$$

Setelah menentukan model deret waktu ARIMA yang tepat, selanjutnya menerapkan residual model pada diagram kendali. Nilai rata-rata (Pusat) dan batas kendali atas dan bawah (BKA, BKB) diagram kendali ARIMA untuk nilai-nilai individu dapat ditentukan menggunakan rumus:

$$BKA = \bar{e} + \frac{3}{1,128} \bar{R}_{Residu}$$

$$Pusat = \bar{e} (\cong 0)$$

$$BKB = \bar{e} - \frac{3}{1,128} \bar{R}_{Residu}$$

Untuk meningkatkan sensitifitas dari diagram kendali residual, direkomendasikan untuk menggunakan diagram kendali CUSUM standar ataupun menggunakan EWMA standar

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Membuat Model *Dynamic EWMA*

Dalam membuat model *Dynamic EWMA*, yang pertama harus dilakukan adalah memilih nilai λ ($0 < \lambda < 1$) yang menghasilkan nilai $S(\lambda)$ terkecil. Diperoleh bahwa nilai λ sebesar 0,91 menghasilkan $S(\lambda)$ terkecil yaitu sebesar 179,887. Sehingga diperoleh model sebagai berikut:

$$\hat{x}_t = \hat{x}_{t-1} + 0,91e_t$$

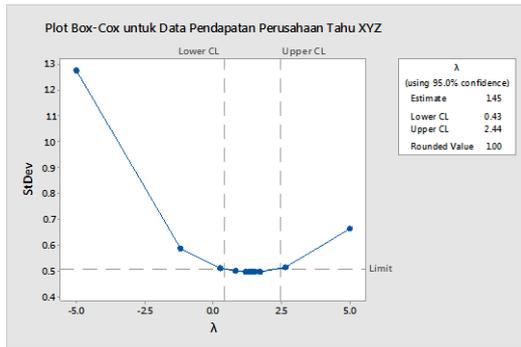
Membuat Model ARIMA

Dalam pemodelan ARIMA yang pertama dilakukan adalah memeriksa kestasioneran data secara visual menggunakan grafik data:



Gambar 1. Grafik Data

Gambar di atas menunjukkan adanya peningkatan hampir di setiap periodenya atau terdapat trend naik, sehingga pola data dapat dikatakan tidak stasioner. Untuk memastikan kestasioneran data dalam varians akan dibuat plot *Box-Cox*.



Gambar 2. Plot *Box-Cox*

Gambar di atas menunjukkan bahwa data Pendapatan Perusahaan Tahu XYZ sudah stasioner dalam varians, karena nilai *Lower CL* dan *Upper CL* mencakup 1. Selanjutnya akan dilakukan pemeriksaan kestasioneran dalam rata-rata. Dari Gambar 1 dapat dilihat bahwa data tidak stasioner dalam rata-rata sehingga harus dilakukan pembedaan dan dari hasil pembedaan akan dibuat grafiknya.



Gambar 3. Grafik Setelah Dilakukan Pembedaan

Gambar diatas menunjukkan bahwa data sudah stasioner dalam rata-rata. Untuk memastikannya akan dilakukan uji ADF dengan hipotesis berikut:

$$H_0 : \delta = 0 \text{ vs } H_1 : \delta < 0,$$

Dari uji ADF diperoleh p-value sebesar 0,02409 Dengan nilai α sebesar 0,05, maka dapat disimpulkan hipotesis H_0 ditolak karena $p\text{-value} < \alpha$. Dari keputusan tersebut dapat disimpulkan bahwa data pembedaan Pendapatan

Perusahaan Tahu XYZ stasioner dalam rata-rata. Selanjutnya akan ditentukan orde untuk AR(p) dan MA(q) dengan melihat plot ACF dan PACF sehingga diperoleh model tentatif ARIMA(1,1,0), ARIMA(0,1,1) dan ARIMA(1,1,1). Dari masing-masing model ARIMA akan dilakukan uji signifikansi parameter dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0 : \text{Parameter tidak signifikan}$$

$$H_1 : \text{Parameter signifikan}$$

Parameter dikatakan signifikan jika $p\text{-value}$ lebih kecil dari α , dimana α yang digunakan sebesar 0,05.

Tabel 1. Signifikansi Parameter

Model	Parameter	P-Value	Keterangan
ARIMA (1,1,0)	Konstanta	0,000	Signifikan
	φ_1	0,001	Signifikan
ARIMA (0,1,1)	Konstanta	0,000	Signifikan
	θ_1	0,000	Signifikan
ARIMA (1,1,1)	Konstanta	0,000	Signifikan
	φ_1	0,947	Tidak Signifikan
	θ_1	0,046	Signifikan

Pada model ARIMA (1,1,1) pada parameter φ_1 memiliki nilai $p\text{-value}$ lebih besar dari pada α sehingga dapat disimpulkan parameter tidak signifikan. Model dengan parameter yang signifikan akan diuji secara diagnostik menggunakan uji *Ljung-Box* dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0 : \text{Model sudah memenuhi syarat cukup}$$

$$H_1 : \text{Model belum memadai}$$

Model dikatakan memenuhi syarat cukup apabila $p\text{-value}$ lebih besar dari nilai α , dimana α yang digunakan sebesar 0,05.

Tabel 2. Uji *Ljung-Box*

Model	P-Value	Keterangan
ARIMA (1,1,0)	0,811	Model sudah memenuhi syarat cukup
ARIMA (0,1,1)	0,865	Model sudah memenuhi syarat cukup

Model terbaik adalah model dengan nilai MAPE terkecil.

Tabel 3. Nilai MAPE

Model	Nilai MAPE
ARIMA(1,1,0)	1,978
ARIMA(0,1,1)	1,947

Dari tabel di atas model ARIMA(0,1,1) memiliki nilai MAPE terkecil sehingga model terbaik adalah model ARIMA(0,1,1) dengan persamaan model sebagai berikut:

$$x_t = 0,329 + x_{t-1} + 0,468\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

Uji Asumsi Klasik untuk Masing-Masing Model

Asumsi normalitas akan diuji menggunakan hipotesis sebagai berikut:

H_0 : Residual berdistribusi normal

H_1 : Residual tidak berdistribusi normal

Dengan menggunakan α sebesar 0,05, tolak H_0 jika $p\text{-value} < \alpha$.

Tabel 4. P-value Kolmogorov Smirnov

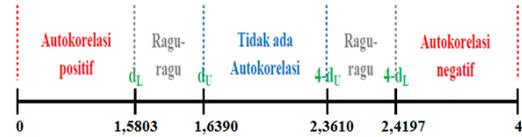
Model	p-value	Ket
Dynamic EWMA	0,000	Tidak Normal
ARIMA(0,1,1)	0,105	Normal

Selanjutnya untuk asumsi kestasioneran dalam rata-rata dapat dilihat pada Gambar 1. Gambar 1 menunjukkan pola data tidak stasioner dalam rata-rata dengan pergeseran yang lambat. Namun setelah dilakukan pembedaan, pola data dapat dikatakan stasioner dalam rata-rata.

Selanjutnya dilakukan pendeteksian *outlier* dengan melihat *boxplot* dari residual masing-masing model. *Boxplot* pada residual *Dynamic EWMA* medeteksi adanya *outlier*,

sedangkan pada model ARIMA(0,1,1) tidak terdapat *outlier*.

Untuk mendeteksi autokorelasi akan digunakan uji *Durbin Watson*, dengan pengambilan keputusan sebagai berikut.



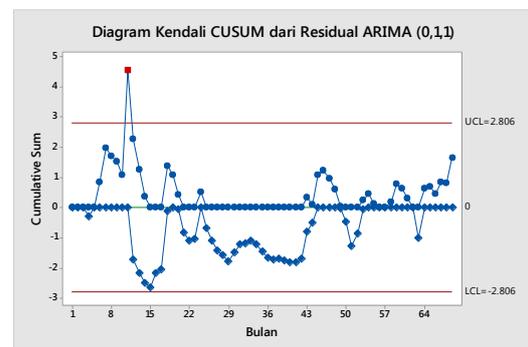
Gambar 4. Pengambilan Keputusan *Durbin Watson*

Pada model *Dynamic EWMA* diperoleh nilai DW sebesar 1,303, dimana DW hitung berada di daerah autokorelasi positif. Sedangkan untuk model ARIMA(0,1,1) tidak perlu dilakukan uji DW karena dari pengujian diagnostik menggunakan *Ljung-Box* dapat disimpulkan bahwa tidak ada autokorelasi pada residual ARIMA(0,1,1).

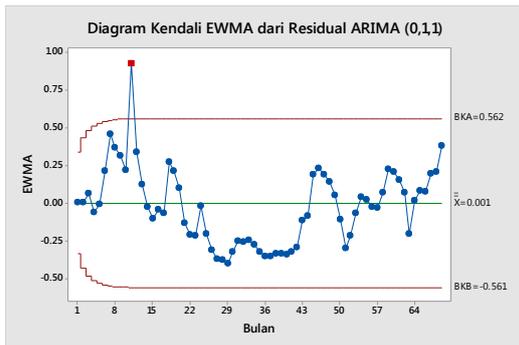
Dari pengujian asumsi yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa diagram kendali yang sesuai untuk karakteristik data Pendapatan Perusahaan Tahu XYZ adalah diagram kendali ARIMA.

Diagram Kendali

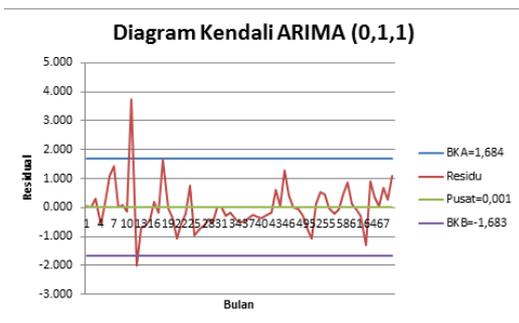
Dari nilai residual ARIMA(0,1,1) akan dibuat diagram kendali CUSUM, EWMA dan ARIMA.



Gambar 5. Diagram Kendali CUSUM



Gambar 6. Diagram Kendali EWMA



Gambar 7. Diagram Kendali ARIMA

Diagram kendali CUSUM, menunjukkan proses yang tidak terkendali, dimana diagram kendali CUSUM dan EWMA masing- masing mendeteksi satu titik pengamatan yang berada di luar batas kendali yaitu pada titik 11. Sedangkan diagram kendali ARIMA mendeteksi dua buah titik yang berada di luar batas kendali, yaitu pada titik 11 dan 12.

D. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Diagram kendali yang cocok digunakan pada data pendapatan Perusahaan Tahu XYZ adalah diagram kendali ARIMA(0,1,1) dengan pemodelan sebagai berikut $x_t = 0,329 + x_{t-1} + 0,468\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$
2. Diagram kendali CUSUM, EWMA dan ARIMA masing- masing menunjukkan bahwa pendapatan Perusahaan Tahu XYZ dalam rentang waktu Januari 2013 sampai dengan

Oktober 2018 tidak terkendali atau tidak stabil.

3. Diagram kendali yang paling sensitif di antara diagram kendali CUSUM, EWMA dan ARIMA adalah diagram kendali ARIMA karena mampu mendeteksi titik yang berada di luar batas kendali lebih banyak dibandingkan diagram kendali lainnya

Daftar Pustaka

- Alwan, L.C. 1992. *Effects of Autocorrelation on Control Chart Performance*. Communication in Statistics: Theory and Methods.
- Andryan, Setyadharma. 2010. *Uji Asumsi Klasik*. Semarang: FE UNES
- Bertouex et al. 1978. *Monitoring Sewage Treatment Plants: Some Quality Control Aspects*. Journal of Quality Technology.
- Gervini. 2003. *A Robust and Efficient Adaptive Rewighted Estimator of Multivariate Location Scatter*. Journal of Multivariate Analysis.
- Harris, T.J and Ross, W.H. 1991. *Statistical Process Control Procedures for Correlated Observation*. The Canadian Journal of Chemical Engineering.
- Karaoglan, A.D and Bayhan, G.M. 2011. *Performance Comparison of Residual Control Chart for Trend Stationary First Order Autoregressive Processes*. Gazi University of Science.
- Martin, Kovarik and Petr, Klimek. 2012. *The Usage of Time Series Control Charts for Financial Process Analysis*. Journal of Competitiveness.
- Meloun, M. & Militký, J. 2006. *Kompendium statistického z pracování dat*. Praha: Academia, nakladatelství Akademie věd

- České republiky.
- Montgomery, D.C. 2001. *Introduction of Statistical Quality Control*. New York: John Wiley and Sons.
- _____ and L.A. Johnson, and J.S.Gardiner. 1990. *Forecasting and Time Series Analysis*. New York: McGra-Hill.
- Muchlis, R. Dahlan. 2010. *Buku Ajar Pengendalian Kualitas Statistika*. Bandung: Universitas Islam Bandung.
- Render, Barry and Heizer Jay. 2005. *Operation Management*. New Jersey: Pearson Prentice Hall.
- Wei, W.W.S. 2006. *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*. New Jersey: Pearson Prentice Hall.
- Yanti, Teti Sofia. 2010. *Buku Ajar Analisis Deret Waktu*. Bandung: Universitas Islam Bandung.