ISSN: 2460-6464

Program Dinamik Deterministik Rekursif Mundur Pada Perusahaan Distribusi

Deterministic Dynamic Program Recursive of backwards On Distribution Company

[1]Dina Oktriani, [2]Gani Gunawan, [3]Yani Ramdhani
[1,2,3]Prodi Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Islam Bandung,
Jl. Tamansari No.1 Bandung 40116
Email: [1]dinaoktrianii@gmail.com, [2]ggani9905@gmail.com, [3]yani_ramdani@ymail.com

Abstract. Commonly, the problem of distribution company is make a decision in allocating types of goods from producer to some agents. In this case the producer have to determine the types of goods that would be allocated, making decission in the problem need interrelated one. Specifically, how the type of goods would be allocated to each agents with the result that can give the maximum profit with selling optimizing. Model mathematics of decission making in this problem is a series in interrelated decission. It shows that solve the problem need mathematics technique which can be used for it is deterministic dynamic program. In this thesis give shows that the deterministic dynamic program can give the solving this problem, that is can be concluded that the management is able to make a decisions how to allocated the types of goods to each agent in order to be able to maximize the profit of the company.

Keywords: Program dynamic, deterministic dynamic program, the distribution of goods.

Abstrak. Permasalahan yang sering terjadi pada perusahaan distribusi adalah kurangnya manajemen terhadap pengalokasian berbagai jenis barang dari produsen ke beberapa agen. Pihak manajemen dari produsen harus menentukan produk mana saja yang akan dialokasikan. Masalah ini membutuhkan pembuatan keputusan yang saling berhubungan, yaitu jenis produk mana saja yang akan dialokasikan ke masing-masing agen sedemikian sehingga dapat memberikan keuntungan yang besar dengan memaksimalkan penjualan. Model matematika dalam pengambilan keputusan dari persoalan tesebut merupakan serangkaian keputusan yang saling berkaitan. Hal ini menunjukan bahwa kasus pendistribusian dalam pengalokasian barang memerlukan teknis matematis yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persoalan tersebut, teknis tersebut adalah suatu model matematis programa dinamik deterministik perhitungan mundur. Berdasarkan hasil penyelesaian skripsi ini dapat disimpulkan bahwa dengan programa dinamik pihak manajemen dapat menentukan jenis produk mana saja yang akan dialokasikan ke masing-masing agen dengan menghasilkan hasil keuntuntungan yang maksimal untuk perusahaan.

Kata Kunci: Programa dinamik, program dinamik deterministik, distribusi barang.

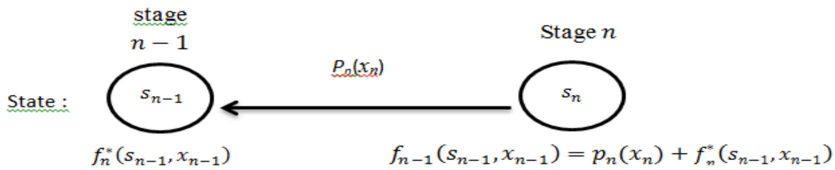
A. Pendahuluan

Pada sebuah perusahaan distributor suatu barang yang bergerak di bidang produksi dan distribusi, dalam kegiatan distribusinya akan mendistribusikan berbagai produk perusahaan tersebut, untuk keperluan pemenuhan permintaan produk yang berfluktasi dibutuhkan tersedianya persediaan produk sesuai dengan perkiraan peningkatan penjualan unit produk tersebut jika dialokasikan berbagai jenis produk yang terbatas (s_n) ke beberapa agen atau pedagang besar (x_n). Pihak manajemen perusahaan harus mengalokasikan produknya ke masing-masing agen atau pedagang besar sekurang-kurangnya terdapat satu jenis produk perusahaan tersebut. Selanjutnya pihak manajemen perusahaan ingin menentukan jenis produk mana saja yang harus dialokasikan ke beberapa agen atau pedagang besar yang dimaksud dengan mempertimbangkan peningkatan penjualan $(p_n(x_n))$ sedemikian sehingga dapat memberikan keuntungan yang besar dengan memaksimalkan penjualan. Masalah diatas menggambarkan salah satu tipe umum permasalahan programa dinamik yang disebut distribusi usaha. Pada jenis usaha ini akan ada beberapa jenis sumber daya yang akan dialokasikan pada sejumlah agen. Tujuannya adalah untuk mendapatkan keuntungan yang besar dengan mempertimbangkan angka penjualan

Masalah pendistribusian di atas membutuhkan pembuatan keputusan yang saling berhubungan, yaitu berapa banyak produk yang harus dialokasikan pihak manajemen perusahaan distributor ke masing-masing agen atau pedagang besar sedemikian sehingga dapat memberikan keuntungan yang besar dengan memaksimalkan penjualan. Model matematika dalam pengambilan keputusan dari persoalan tersebut merupakan serangkaian keputusan yang saling berhubungan. Hal ini menunjukan bahwa dari kasus pendistribusian di atas model matematika yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persoalan tersebut merupakan suatu model program dinamik deterministik.

B. Landasan Teori

Berikut merupakan struktur dasar untuk program dinamik deterministik rekursif mundur.



Gambar 1. Struktur dasar untuk program dinamik deterministik rekursif mundur.

Keterangan :

n	=	Indeks untuk tahap ke-n (1, 2, …, N)
s_n	=	State sekarang untuk tahap n
x_n	=	Variabel keputusan untuk tahap n
$f_{n-1}(s_{n-1}, x_{n-1})$	=	Nilai fungsi tujuan yang akan dioptimalkan, dengan catatan sistem berawal dari state s_n pada stage n dan x_n telah terpilih sehingga $f_{n-1}(s_{n-1}, x_{n-1}) = p_n(x_n) + f_n^*(s_{n-1} - x_{n-1})$
$P_n(x_n)$	=	Ukuran peningkatan penjualan dari x_n produk kepada agen n.
$f_n^*(s_{n-1}, x_{n-1})$	=	Nilai maksimum dari $f_{n-1}(s_{n-1}, x_{n-1})$ untuk seluruh nilai x_n yang mungkin.

Dari diagram di atas dapat dinyatakan bahwa pada $stage\ n$, prosesnya akan berada pada $states_n$ pada state ini dibuat keputusan x_n, kemudian proses bergerak ke state s_{n-1} pada $stage\ n-1$. Dari titik ini ke langkah berikutnya, nilai fungsi tujuan untuk keputusan optimumnya telah terlebih dahulu dihitung yaitu $f_n^*(s_{n-1}, x_{n-1})$Keputusan memilih x_n juga memberikan kontribusi terhadap fungsi tujuan, yang dengan menggabungkan kedua besaran ini akan diperoleh nilai fungsi tujuan $f_{n-1}(s_{n-1}, x_{n-1})$yang berawal pada *stage n.* maksimumkan nilai tersebut dengan memperhatikan x_n sehingga diperoleh $f_n^*(s_{n-1}, x_{n-1}) = f_n(s_n, x_n)$. Setelah hal ini dilakukan untuk semua nilai s_n yang mungkin, maka prosedur penyelesaiannya bergerak kembali pada persoalan dengan satu $stage$.

Misalkan untuk menyatakan keseluruhan masalah secara matematis, dimisalkan $p_n(x_n)$ adalah ukuran peningkatan penjualan dari pengalokasian sebanyak x_n jenis produk pada toko pedagang besar atau agen$n$. maka variabel alternatifnya adalah x_1, x_2, dan x_3 sehingga:

Maksimumkan $$\sum_{i=1}^{3} p_n(x_n)$$

dengan batasan

$$\sum_{n=1}^{3} x_n = s_n \quad , x_n \geq 0 \text{ Untuk } n = 1, 2, 3.$$

Dengan demikian maka

$$f_n(s_n, x_n) = p_n(x_n) + maks \sum_{i=n+1}^{3} p_i(x_i)$$

diketahui bahwa,

$$f_n^*(s_n) = \underset{x_n = 0, 1, \dots, s_n}{maks} f_n(s_n, x_n)$$

Karena itu,
Jika $f_4^* = 0$ maka

$$f_n(s_n, x_n) = p_n(x_n) + f_{n+1}^*(s_n, x_n)$$

Selanjutnya hubungan rekursif yang menghubungkan fungsi f_1^*, f_2^*, dan f_3^*untuk persoalan masalah ini adalah:

$$f_n^*(s_n) = \underset{x_n = 0, 1, \dots, s_n}{maks} \{p_n(x_n) + f_{n+1}^*(s_n - x_n)\}, \quad \text{Untuk } n = 1,2,3.$$

C. Hasil dan Pembahasan

Berikut adalah tabel permasalahan pada kasus pendistribusian barang atau jasa :

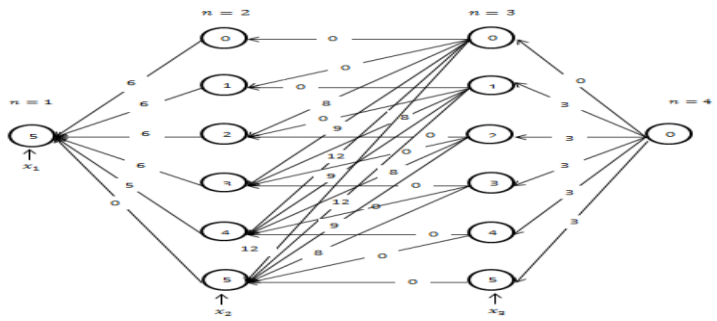
Tabel 1. Tabel permasalahan pada kasus pendistribusian.

jenis barang	Peningkatan Penjualan (Puluh Ribuan)		
s_n \ x_n	x_1	x_2	x_3
s_0	$p_0(x_1)$	$p_0(x_2)$	$p_0(x_3)$
s_1	$p_1(x_1)$	$p_1(x_2)$	$p_1(x_3)$
s_2	$p_3(x_1)$	$p_3(x_2)$	$p_3(x_3)$
s_3	$p_3(x_1)$	$p_3(x_2)$	$p_3(x_3)$
s_4	$p_4(x_1)$	$p_4(x_2)$	$p_4(x_3)$
s_5	$p_5(x_1)$	$p_5(x_2)$	$p_5(x_3)$

Tabel 2. Tabel permasalahan kasus pendistribusian dengan nilai pada variabel $\boldsymbol{p_{n(}x_{n)}}$.

jenis barang	Peningkatan Penjualan (Puluh Ribuan)		
s_n \ x_n	x_1	x_2	x_3
s_0	0	0	0
s_1	5	0	3
s_2	6	8	3
s_3	6	9	3
s_4	6	12	3
s_5	6	12	3

Akan ditunjukan bagaimana variabel keputusan ini digunakan dalam pembentukan model jaringan programa dinamik rekursif mundur. Perhatikan jaringan distributor di bawah ini :



Gambar 1. Model jaringan rekursif mundur tiga tahap pada pendistribusian barang.

Identifikasi semua *arc* non optimal pada gambar 1. Berikut adalah semua *arc* non optimal karena memiliki nilai yang sama dari $n = 4$ ke $n = 3$ yaitu $(0,3), (0,4)$, dan $(0,5)$. Dari $n = 3$ ke $n = 2$ yaitu $(0,1), (1,2), (2,3), (3,4)$dan $(4,5)$. Dari $n = 2$ ke $n = 1$ yaitu $(0,5), (1,5)$dan $(2,5)$. Setelah dibangun jaringan, maka dilanjutkan untuk menentukan lintasan dengan bobot terbesar antara *state* 0 di $n = 4$ dan *state* 5 di $n = 1$.

Untuk memperoleh solusi optimum perhatikan langkah-langkah penyelesaian programa dinamik untuk kasus poendistribusian barang, berikut merupakan persamaan rekursif mundur, dapat ditulis sebagai berikut :

$$f_4^*(s_4) \equiv 0$$

$$f_n^*(s_n) = \underset{x_n = 0, 1, \dots, s_n}{maks} p_n(x_n) + f_{n-1}^*(s_n, x_n) \tag{1}$$

Maka urutan untuk perhitungan rekursif mundur ini adalah $f_3 \to f_2 \to f_1$. Perhitungan dilakukan sebagai berikut :

***Stage* 3** : Karena *arc* dari *state* 0 di $n = 4$ untuk masing-masing x_3 yang terdiri dari 6 *state* yaitu 0, 1, 2, 3, 4 dan 5. Maka bobot terbesar ke $x_3$adalah :

$$f_3(s_3) = f_4(s_4) + p_3(x_3) \tag{2}$$

Dimana $p_3(x_3)$ adalah bobot dari *arc*. Nilai dari bobot tersebut dibutuhkan untuk *stage* berikutnya, yaitu *stage* 2.

***Stage* 2** : Di tahap ini akan dihitung jalur dengan bobot terbesar ke semua *state*$x_2 = 0, 1, 2, 3, 4$ dan 5. Tidak seperti pada *stage* 3, pada *stage* 2 *state* memiliki lebih dari satu *arc* yang masuk. Hasil dari,

$$\begin{pmatrix} bobot\ terbesar \\ ke\ state\ x_2 \end{pmatrix} = \underset{arc\ (x_3, x_2)}{maks} \left\{ \begin{pmatrix} bobot\ terbesar \\ ke\ state\ s_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} besar\ bobot \\ (x_3, x_2) \end{pmatrix} \right\}$$

Secara matematis, ini dinyatakan sebagai

$$f_2^*(s_2, x_2) = \underset{arc\ (x_3, x_2)}{maks} \{f_3^*(s_2 - x_2) + p_2(x_2)\} \tag{3}$$

***Stage* 1** : Dengan alasan yang sama seperti pada tahap 2, jalan terpanjang ke *state*x_1. Maka nilai $f_1^*(x_1)$ diperoleh dari,

$$f_1^*(x_1) = \underset{arc(x_2, x_1)}{maks} \{f_3^*(s_2 - x_2) + p_1(x_1)\} \tag{4}$$

$f_n(x_n)$ merupakan bobot terbesar ke *state* x_n pada tahap n. Karena$n = 4$ adalah tahap awal, $f_4(0) \equiv 0$. Sekarang lanjutkan dengan perhitungan tahap 3.

Dimulai dari tahap terakhir $n = 3$, Perhatikan bahwa nilai $p_3(x_3)$ telah terdapat dalam kolom terakhir pada tabel 2 dan nilai ini selalu meningkat saat kita bergerak ke bawah pada kolom. Jadi dengan s_3 jenis produk yang tersedia untuk dialokasikan ke 3 agen atau pedangan besar, nilai maksimum dari $p_3(x_3)$ secara otomatis diperoleh dengan mengalokasikan barang keseluruhan s_3 jenis produk sehingga $x_3^* = s_3$ dan $f_3^*(s_3) = p_3(x_3)$, seperti yang ditunjukan pada tabel berikut.

***Stage* 3:**

$$f_3^*(s_3) = p_3(s_3)$$

Tabel 3. Penentuan solusi untuk tahap ke-3

s_3	$P_3(x_3)$		Solusi Optimum	
	$x_3 = 0$	$x_3 = 1$	$f_3^*(s_3)$	x_3^*
0	**0**	-	0	0
1	0	**3**	3	1
2	0	**3**	3	1
3	0	**3**	3	1
4	0	**3**	3	1
5	0	**3**	3	1

Sekarang bergerak mundur ke tahap sebelumnya $(n = 2)$. Di sini pencarian x_2^* membutuhkan perhitungan dan membandingkan $f_2^*(s_2, x_2)$ untuk alternatif nilai x_2, yaitu $x_2 = 0, 1, 2, 3, 4, 5$.

***Stage* 2:**

$$f_2(s_2, x_2) = p_2(x_2) + f_3(s_2 - x_2)$$

Tabel 4. Penentuan solusi untuk tahap ke-2

x_n / s_n	$f_2(y_2, x_2) = p_2(x_2) + f_3(y_2 - x_2)$						Solusi Optimum	
	$x_2 = 0$	$x_2 = 1$	$x_2 = 2$	$x_2 = 3$	$x_2 = 4$	$x_2 = 5$	$f_2^*(s_2)$	x_2^*
0	**0 + 0 = 0**	-	-	-	-	-	0	0
1	**0 + 3 = 3**	0 + 0 = 0	-	-	-	-	3	0
2	0 + 3 = 3	0 + 3 = 3	8 + 0 = 8	-	-	-	8	2
3	0 + 3 = 3	0 + 3 = 3	8 + 3 = 11	9 + 0 = 9	-	-	11	2
4	0 + 3 = 3	0 + 3 = 3	8 + 3 = 11	9 + 3 = 12	**12 + 0 = 12**	-	12	3 atau 4
5	0 + 3 = 3	0 + 3 = 3	8 + 3 = 11	9 + 3 = 12	**12 + 3 = 15**	**12 + 0 = 12**	15	4

***Stage* 1:**

$$f_1(y_1, x_1) = p_1(x_1) + f_2(y_1 - x_1)$$

Tabel 5. Penentuan solusi untuk tahap ke-1

x_n / s_n	$f_1(y_1, x_1) = p_1(x_1) + f_2(y_1 - x_1)$						Solusi Optimum	
	$x_1 = 0$	$x_1 = 1$	$x_1 = 2$	$x_1 = 3$	$x_1 = 4$	$x_1 = 5$	$f_1(s_1)$	x_1^*
5	**0 + 15 = 15**	5 + 12 = 17	6 + 11 = 17	6 + 8 = 14	6 + 3 = 9	6 + 0 = 6	17	1 atau 2

Oleh karena $f_1(5) = 17$ maka alokasi tempat $(1, 3, 1), (1, 4, 0)$ dan $(2, 2, 1)$. Karena minimal terdapat sekurang kurangnya ada satu jenis produk yang dialokasikan ke agen atau pedagang besar maka, di pilih (1, 3, 1) dan (2, 2, 1)solusi yang paling optimum. Untuk lebih jelas perhatikan tabel validasi berikut.

Tabel 6. Tabel Validasi

s_1	x_1^*	s_2	x_2^*	s_3	x_3^*
5	1	$5-1=4$	3	$4-3=1$	1
			4	$4-4=0$	0
	2	$5-2=3$	2	$3-2=1$	1

D. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dapat disimpulkan bahwa model matematik programa dinamik deterministik dapat menghasilkan keputusan yang optimal bagi permasalahan pendistribusian barang pada perusahaan distribusi pada masing-masing toko besar atau agen. Keputusan optimal tersebut menunjukan jumlah pembagian jenis produk untuk masing masing agen dengan mamperhatikan data peningkatan penjualan di masing-masing agen tersebut. Masalah distribusi yang dilakukan melalui programa dinamik deterministik dapat dilakukan sampai n tahap. Berikut adalah formulasi untuk menyelesaikan permasalahan distribusi dengan programa dinamik deterministik mundur

$$f_n^*(s_n) = \underset{x_n = 0, 1, \dots, s_n}{maks} p_n(x_n) + f_{n-1}^*(s_n, x_n)$$

Dari hasil penyelesaian masalah distribusi dengan menggunakan model programa dinamik deterministik dapat digunakan perhitungan rekursif maju atau pun mundur akan tetapi pada umumnya perhitungan model programa dinamik dilakukan dengan perhitungan rekursif mundur. Sedangkan menurut penelitian yang sudah dilakukan menyatakan bahwa untuk kasus-kasus tertentu yang melibatkan pengambilan keputusan rentang waktu, seperti perencanaan persediaan, dan produksi umumnya menggunakan rekusif maju karena lebih mendukung efisiensi perhitungan.

E. Saran

Pada skripsi ini penulis hanya melakukan penyusunan mengenai pengalokasian barang dengan melihat peningkatan penjualan saja, diharapkan untuk penelitian selanjutnya dilakukan dengan melihat aspek-aspek yang lain seperti persedian barang dan waktu kadaluarsa barang. Metode program dinamis pada skripsi ini bersifat deterministik, selanjutnya dapat diakukan penelitian untuk metode program dinamis yang bersifat Probabilistik

Daftar Pustaka

Dimiyati, TT, & Dimiyati A. 1987. *Operations Research (Model-Model Pengambilan Keputusan).* Bandung : Penerbit Sinar Baru

Dreyfuse, Stuart E, & Law, Averill M. 1977. *Mathematics in Science and Engineering: The Art and Theory of Dynamic Programiming.*

Hiller, liebermen.2005. *introduction to Operation Research*.Eighth edition, Mc Graw-Hill, Companies, one book, New York.

Rangkuti, Aidawayati. (2011). Jurnal Dynamic Probabilistic (2015) (Online), repository. unhas.ac.id/.../Jurnal%20Dynamic%20Prob%202015.docx. 4 April 2016.

Subagyo, Pangestu dkk.2000. Dasar-Dasar Operations Research Edisi 2. Yogyakarta : Penerbit PT. BPFE.

Taha, Hamdy. 2007. Riset Operasi (jilid 2). Tanggerang: Penerbit Binapura Aksara

yogimoch. (2014). Metode. Penelitian (Online), https://yogimoch.wordpress.com/ 2014/10/23/metodepenelitian. 2 April 2016.